L'arithmétique «quotidienne» et l'arithmétique scolaire

Nous avons l'habitude d'associer l'arithmétique à la scolarisation et à l'alphabétisation: on apprend en même temps à lire, à écrire et à calculer. Or cela n'est pas nécessairement le cas. Quelques recherches récentes, effectuées dans des contextes où une partie de la population n'est pas scolarisée, montrent qu'il n'est pas nécessaire de savoir lire et écrire pour calculer, et que des individus illettrés font parfois du calcul mental fort complexe, mais qui est néanmoins limité aux petits nombres. D'autres travaux comparent l'arithmétique apprise à l'école à l'arithmétique utilisée en-dehors de l'école. On constate que cette arithmétique «quotidienne» est souvent plus efficace que l'arithmétique scolaire, mais fait appel à des procédures de calcul différentes. Quelle place pourrait-on faire à cette arithmétique quotidienne dans nos classes?

Les marchands Dioula en Côte d'Ivoire

Les savoirs arithmétiques élémentaires n'ont pas besoin de l'école pour se développer, en particulier si les enfants ont l'occasion d'entraîner ces notions dans leurs activités quotidiennes. C'est ce que montre une recherche en Côte d'Ivoire (Posner et Baroody, 1979) sur le comptage et la conservation du nombre chez des enfants Baoulé (agriculteurs) et Dioula (marchands); ces derniers grandissent dans une culture où l'utilisation des nombres et de la quantification est particulièrement valorisée à cause des activités commerciales des parents. Les enfants des marchands donnent dans l'ensemble plus de réponses de conservation du nombre et comptent mieux que les enfants d'agriculteurs.

Une autre étude (Ginsburg, Posner & Russell, 1981) sur le calcul mental chez des enfants et des adultes Dioula montre que les non-scolarisés utilisent surtout leur mémoire (des résultats de calculs effectués antérieurement, et appris par cœur) et le regroupement (la stratégie qui consiste à décomposer les chiffres pour rendre les calculs plus simples). Cette stratégie fait appel à l'associativité et à la commutativité, que ces non-scolarisés utilisent donc tout en n'ayant appris à calculer que de façon informelle. De plus les calculs des adultes non-scolarisés se révèlent en général corrects: ils ne font pas plus d'erreurs que les scolarisés.

Petitto & Ginsburg (1982), dans une autre étude sur le calcul mental mais avec les 4 opérations, montrent en revanche les limites de ce genre d'arithmétique quotidienne. Les sujets de l'expérience étaient 20 adultes Dioula non-scolarisés, des tailleurs ou marchands de tissus. Les problèmes posés étaient des calculs ayant entre eux un rapport de réciprocité (p. ex. 90 + 35 et 125 - 90; 100 × 6 et 6 × 100).

Dans les additions et les soustractions (traitées comme des additions inversées), les non-scolarisés utilisaient sans difficulté le regroupement et les résultats étaient en général exacts.

Pour la multiplication, un problème tel que 100 × 6 ne présentait guère de difficulté; il s'exprime en Dioula par «cent additionné six fois», et s'est effectivement par addition successive qu'il a été résolu. En revanche la réciproque, 6 × 100 «six additionné cent fois», devient un problème presque insoluble et la commutativité n'était en général pas reconnue. La division se fait en cherchant une multiplication (addition successive) correspondante parfois en passant par des approximations: p. ex. le problème 300 : 3 est résolu rapidement comme 100 additionné trois fois, mais pour le problème 300 : 100 certains sujets choisissent d'abord un petit nombre (p. ex. 2), l'additionnant 100 fois, et en recommençant jusqu'à ce que la solution soit trouvée.

La limitation des stratégies informelles par rapport aux algorithmes scolaires est donc bien réelle: tous les calculs sont en général ramenés à l'addition, et la position des chiffres n'est pas utilisée malgré l'existence d'une base 10 dans le système numérique Dioula. Mais cette limitation n'est peut-être pas d'une très grande importance fonctionnelle dans la vie courante de commerçants Dioula, les problèmes à résoudre n'utilisant jamais des multiplicateurs ou diviseurs aussi grands.

L'arithmétique au marché: des études au Brésil

L'arithmétique quotidienne fait appel à des procédures souvent individuelles, alors que l'arithmétique scolaire nécessite des algorithmes conventionnels. C'est ce que démontre une série de recherches effectuées au Brésil.

A Recife, au Brésil, Carraher, Carraher & Schlieman (1985) ont observé quelques enfants scolarisés qui sont également vendeurs au marché; dans la situation pratique du marché, ceux-ci résolvent correctement (à 98 %) des problèmes relativement compliqués tels que 35 × 10, qui est résolu de la façon suivante:

3 × 35 = 105; 105 + 105 + 105 + 35 = 350. En situation scolaire, les mêmes enfants réussissent les mêmes calculs à 74 % s'ils sont présentés sous forme de problèmes, et seulement à 37 % s'ils sont présentés sous forme de calculs numériques.

Les auteurs font une distinction entre les procédures arithmétiques quotidiennes et les algorithmes scolaires. L'étude de quelques exemples explicitera cette distinction:

Ex. 1 (12 ans): Problème: 4 × 35 (4 noix de coco à 35 Cr).

A) Situation informelle: «Trois cocos font 105» (l'enfant s'appuie sur la connaissance d'un fait fréquent) «Plus 30, ça fait 135; une coco coûte 35 ... ça fait 140.»

B) Situation scolaire: 4 × 5 = 20, j'écris 0, je reporte le 2

$$\begin{array}{r} {}^{2} \\ 35 \\ \times\ 4 \\ \hline 0 \end{array} \qquad 2 + 3 = 5 \qquad \begin{array}{r} 5 \\ \times\ 4 \\ \hline 20 \end{array}$$

Réponse: 200.

Ex. 2 (9 ans): Problème:
3 × 40 (3 noix de coco à 40 Cr).

A) Situation informelle: 40, 80, 120
B) Situation scolaire: 40 × 3; je descend le 0, 4 + 3 = 7; 7 et 0; réponse 70.

Dans ces deux cas, l'enfant au marché procède par addition successive, en s'appuyant dans le premier exemple sur une quantité déjà mémorisée (105) et en faisant une décomposition (35 = 30 + 5). En situation scolaire, par contre, l'enfant essaye d'utiliser l'algorithme scolaire de la multiplication, mais se trompe, soit parce qu'il additionne les dizaines avant de les multiplier, soit en procédant par addition plutôt que par multiplication. De toute évidence, l'enfant a appris une routine sans la comprendre, et il ne s'étonne pas d'un résultat faux, puisque celui-ci ne représente rien en terme d'argent.

Dans une recherche qui fait suite à la précédente, Carraher, Carraher & Schliemann (1987) présentent à 16 enfants de 3ᵉ primaire dans des écoles de Recife, âgés de 8 à 13 ans, des problèmes d'arithmétique comprenant les quatre opérations, et cela dans trois situations différentes: un jeu de simulation où l'enfant prend le rôle d'un épicier et l'expérimentateur celui de client, des objets réels étant à disposition; les mêmes calculs présentés sous forme de problèmes écrits; des exercices de calcul.

Les auteurs constatent que les enfants utilisent davantage de procédures orales dans les deux premières situations, et l'algorithme scolaire dans la troisième. Or, les procédures orales donnent dans l'ensemble lieu à davantage de réponses correctes que les procédures écrites, surtout en soustraction, en multiplication et en division: en moyenne, 65 à 75 % de réponses correctes pour les procédures orales quelle que soit la situation, et 40 à 44 % pour les procédures écrites.

Les procédures orales reposent sur la décomposition et le regroupement, ce qui permet de travailler avec des quantités qui sont plus faciles à manipuler, puis à effectuer un calcul de façon itérative (p. ex. additions successives).

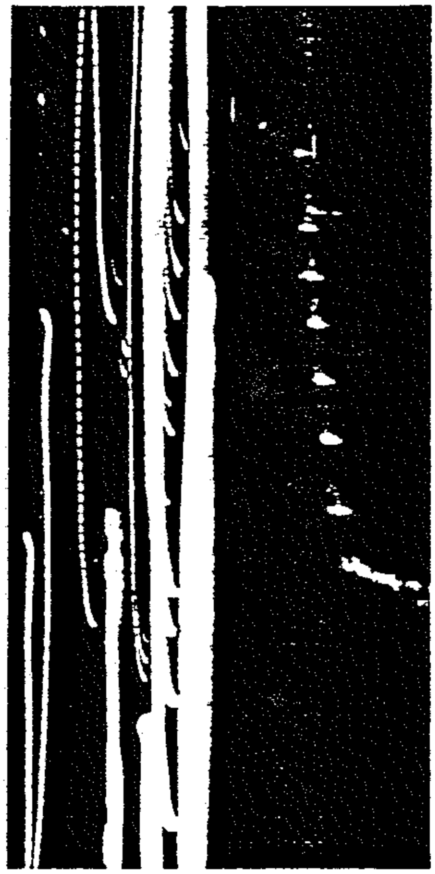
L'arithmétique du super-marché

Il n'est pas nécessaire de se rendre en Côte d'Ivoire ou au Brésil pour étudier l'arithmétique quotidienne. Des chercheurs américains ont observé les calculs que font les clients d'un supermarché, les quantifications que font des personnes qui pratiquent un régime sévère, ou la résolution de problèmes dans le cadre d'une laiterie industrielle (Rogoff & Lave, 1984). Toutes ces recherches montrent des compétences quotidiennes souvent supérieures aux connaissances purement scolaires; la différence entre les deux types de situations relève du fait que dans la situation pratique, les sujets doivent poser eux-mêmes les problèmes par rapport à une réalité économiquement significative, ce qui leur permet de les simplifier, ou de se contenter d'une réponse approximative mais fonctionnelle.

En résumé, l'arithmétique quotidienne donne souvent lieu à des solutions plus correctes que les algorithmes scolaires et cela parce que les stratégies utilisées sont différentes. Si elles font souvent appel à la décomposition et au regroupement, ce qui implique l'associativité et la commutativité, la réciprocité de deux opérations n'est pas forcément reconnue. Les quatre opérations sont en général ramenées à l'addition successive. Ce fait en marque immédiatement les limites, dès que les nombres deviennent importants.

Les caractéristiques de l'arithmétique quotidienne sont les suivantes:

1) il y a manipulation de quantités plutôt que de symboles;



2) le problème peut être redéfini pour le simplifier;

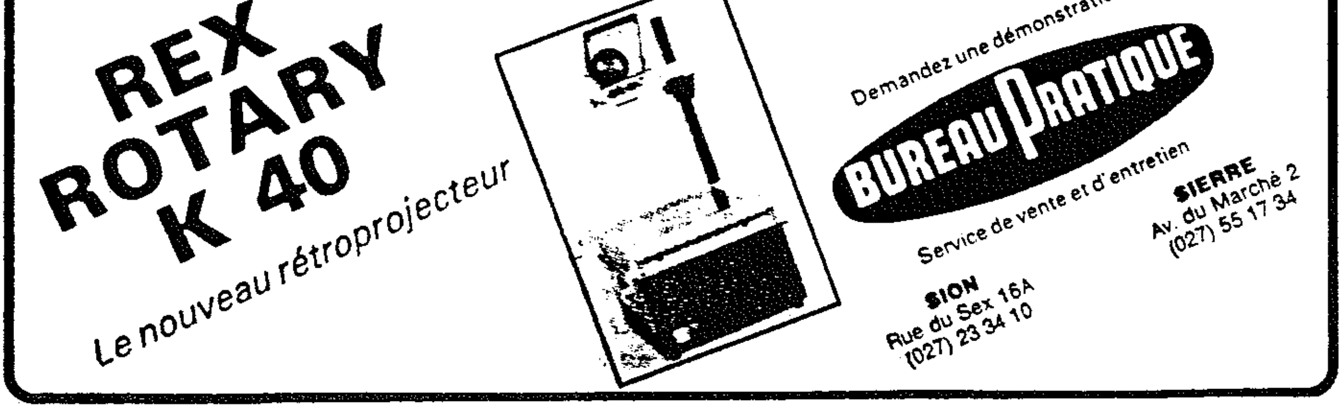
3) les solutions varient d'un individu à l'autre et d'un problème à l'autre.

Ces études, comme celles de M.-L. Schubauer-Leoni décrites ailleurs dans ce numéro, montrent que les performances en calcul sont fortement dépendantes du contexte: autrement dit, il est difficile d'affirmer qu'un enfant «sait» ou «ne sait pas» faire un calcul car il peut savoir le faire dans un contexte mais pas dans un autre. Ces recherches suggèrent aussi qu'il est bon de commencer l'enseignement de l'arithmétique dans des contextes qui ont une signification pratique en utilisant ce qui a déjà été acquis dans la pratique quotidienne, puis de superposer peu à peu les algorithmes plus puissants, au lieu d'enseigner les algorithmes et leur compréhension d'abord, pour ne les appliquer que par la suite.

Pierre R. Dasen
Professeur
FPSE
Université de Genève

Références

- CARRAHER, T.N., CARRAHER, D.W. et SCHLIEMANN, A.D. – Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology* 1985, *3*, 21-29.
- CARRAHER, T.N., CARRAHER, D.W. et SCHLIEMANN, A.D. – Written and oral mathematics. *Journal of Research in Mathematics Education*, 1987, *18*, 83-97.
- GINSBURG, H.P., POSNER, J.K. et RUSSELL, R.L. – The development of mental addition as a function of schooling and culture. *Journal of Cross-Cultural Psychology* 1981, *12*, 163-178.
- PETITTO, A.L. et GINSBURG, H.P. – Mental arithmetic in Africa and America: Strategies, principles and explanations. *International Journal of Psychology* 1982, *17*, 81-102.
- POSNER, J.K. et BAROODY, A.J. – Number conservation in two West African societies. *Journal of Cross-Cultural Psychology* 1979, *10*, 479-496.
- ROGOFF, B. et LAVE, J. – (Eds) *Everyday Cognition. Its Develpment in Social Context.* Cambridge, Mass.: Harvard University Press 1984.



Compter sur le corps

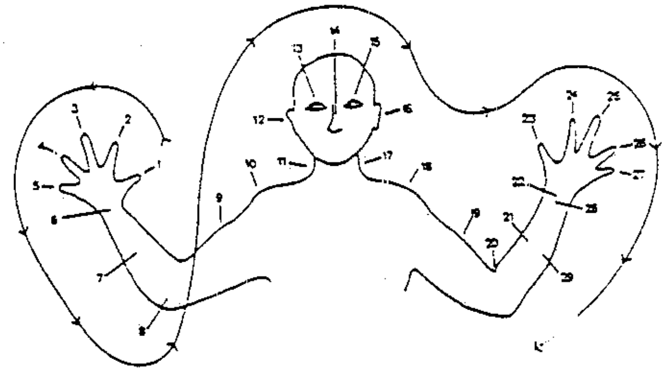
Le système décimal dont nous avons l'habitude n'est pas le seul système numérique possible, comme le savent ceux qui ont essayé d'apprendre à calculer dans des bases différentes. Mais il existe, dans d'autres sociétés, des systèmes numériques qui n'utilisent pas de base du tout: ce sont, par exemple, les systèmes de comptage sur le corps que l'on trouve en Papouasie Nouvelle-Guinée. Cet article porte sur l'un de ces systèmes, celui des Oksapmin étudié par G. Saxe (1981, 1982) et sur le système des Yupno étudié par J. Wassmann et P. Dasen (1989) qui combine les bases 5 et 20 avec le comptage sur le corps

L'intérêt d'étudier ces systèmes numériques exotiques est entre autres de nous rendre compte à quel point il est difficile d'entrer dans un langage différent du nôtre, même pour la numération que nous avons tendance à considérer comme «naturelle», et non comme un code conventionnel.

Les études ethnologiques permettent de documenter la variété des systèmes numériques dans les sociétés actuelles. Il existe une numération dans toutes les sociétés, même si elle est parfois rudimentaire. Les Aranda, par exemple, des Aborigènes d'Australie centrale, n'ont de vocable que pour les chiffres 1, 2 et 3, qu'ils combinent pour exprimer 4 et 5, mais parlent de «beaucoup» au-delà (Elkin, 1967). Cela reflète sans doute l'absence de valorisation de tout ce qui est quantitatif, une caractéristique générale des sociétés de nomades chasseurs et cueilleurs. La production de surplus chez les agriculteurs et éleveurs aura motivé le développement de l'arithmétique, et cela d'autant plus si le commerce est important. Les études (pré)historiques montrent d'ailleurs que l'invention de l'écriture des nombres a précédé celle de l'écriture du langage, sous l'impulsion du développement d'un système commercial et administratif en Mésopotamie (Ifrah, 1985).

Quand coude et poignet font nez

Les Oksapmin de Papouasie Nouvelle-Guinée utilisent un système de dénombrement qui fait usage des noms des parties du corps. (Voir figure ci-contre).



Ainsi on dira l'équivalent de «petit doigt», index, médius, annulaire, pouce, poignet, avant-bras, coude», etc. L'illustration ci-contre peut induire en erreur si elle suggère qu'il existe un nom de chiffre différent du nom de la partie du corps correspondant. Après avoir atteint le point central du corps (nez), les mêmes parties du corps apparaissent avec un pré-fixe qui signifie «de l'autre côté». En principe le système s'arrête au petit doigt gauche (qui correspond à notre 27), mais s'il est vraiment nécessaire de continuer le décompte, on peut revenir en sens inverse jusqu'au petit doigt droit (49), ce qui constitue «un homme complet» et l'on pourra à la rigueur continuer à compter sur un deuxième homme. Mais traditionnellement, les objets à compter n'étaient jamais très nombreux, et l'on ne pratiquait aucune opération sur les nombres. Le dénombrement était utilisé dans le troc et dans le payement de la dot lors des mariages

L'ethnologue et psychologue G. Saxe a étudié le développement de la notion de nombre chez les enfants Oksapmin. Il a retrouvé les mêmes étapes que celles qui avaient été décrites par Piaget pour les enfants suisses. En particulier, il y a un stade où l'enfant sait dénombrer les éléments de deux ensembles (p. ex. deux tas de 9 patates douces), mais n'utilise pas le résultat pour la comparaison entre les deux: selon la disposition spatiale des éléments, il affirmera qu'il y en a 10 partout, mais qu'il y en a plus d'un côté. Ce même stade se retrouve chez l'enfant Oksapmin jusqu'à 9 ans. Mais le comptage sur le corps présente une difficulté spécifique liée à l utilisation de parties symétriques du corps: les enfants Oksapmin, parfois jusque vers 12 à 16 ans, éprouvent de la difficulté à distinguer les valeurs cardinales de deux parties symétriques (p. ex. il pensent que l'œil gauche et l'œil droit ont la même valeur) alors qu'ils n'ont plus de difficultés à comparer des parties asymétriques.

Les études de Saxe montrent que les Oksapmin sont capables de dissocier complètement le nombre de son support corporel, par exemple en répondant à des problèmes hypothétiques du type «Et si l'on commençait à compter par le pouce gauche?».

Sous l'impulsion du contact avec le monde extérieur, en particulier de l'introduction du système monétaire dans les années 1960, et de l'ouverture de petits commerces, la nécessité de faire des calculs (addition et soustraction) est apparue. Les Oksapmin ont adapté leur système à ces nouvelles exigences.

La chose est loin d'être évidente. Essayez, avant de lire le paragraphe suivant, de vous plonger dans le système Oksapmin (interdiction d'utiliser les chiffres!) et d additionner coude et poignet...

Les Oksapmin ont trouvé différents systèmes pour résoudre ce problème. Par exemple, ils partent d'un des nombres (coude), puis font une correspondance terme à terme entre les parties du corps suivantes et le départ du système (bras – petit doigt; épaule – index etc.) jusqu'au moment où le deuxième chiffre est atteint (nez-poignet). Une autre façon de résoudre le problème, plus abstraite, est de nommer directement une partie du corps par une autre (bras = petit doigt, etc.): au moment où l'on désigne, dans notre exemple, le nez par le poignet, on sait qu'il faut arrêter l'addition et que le résultat est atteint.

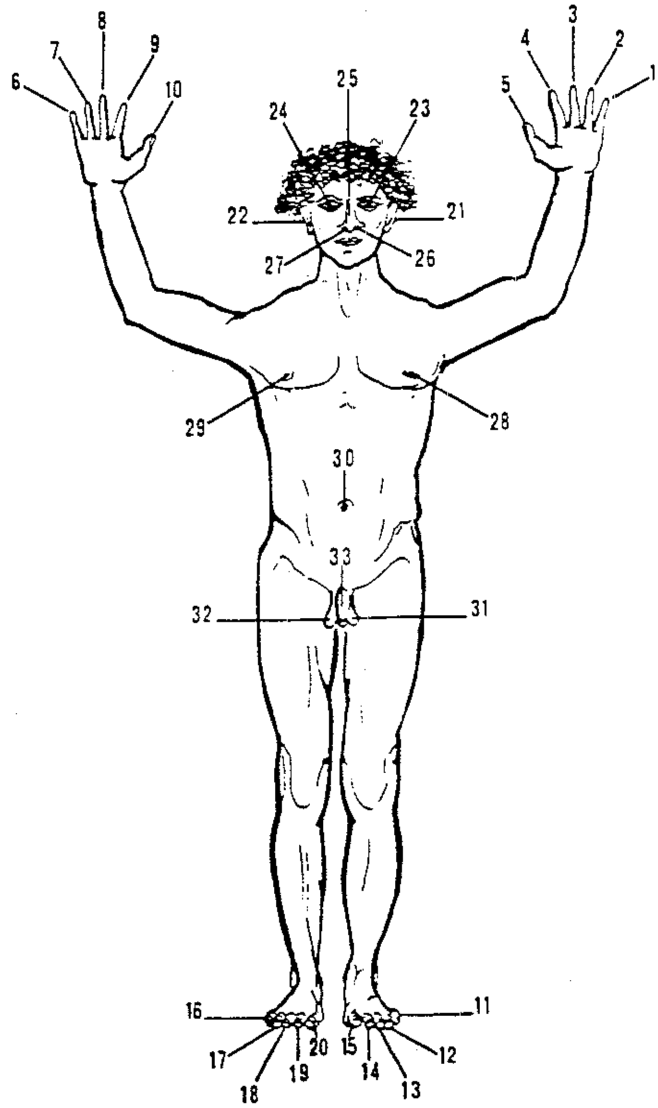
Dites 33

Dans une autre région montagneuse de Papouasie Nouvelle-Guinée J. Wassmann un ethnologue de l'Université de Bâle, et moi-même avons étudié le système numérique des Yupno. Celui-ci utilise les bases 5 et 20 par comptage des doigts et doigts de pieds, puis continue sur des parties du corps (tête et tronc) différentes du système Oksapmin (Voir figure ci-contre).

Le système comporte des termes numériques distincts pour 1, 2 et 3, puis l'on dit 2,2 pour 4, et pouce pour 5, en précisant que la somme fait une main. Ainsi 17 objets seraient dénombré par «2 mains, un pied et 2»; 23 objets par «œil gauche». Le décompte se termine sur le penis, qui est toujours désigné par une périphrase (p. ex. «le fou»), ce qui illustre le fait qu'officiellement, seuls les hommes sont censés utiliser le système. En fait, lors des échanges importants qui se font en public, les femmes suivent les décomptes de près.

En arrivant à 20, les Yupno disent «un homme», puis à 33, «un homme complet est mort», et ils recommencent à compter sur une deuxième personne. Ainsi il y a, en somme, une base (ou plutôt, plusieurs bases) dans le système, mais ce fait n'est pas vraiment exploité. Un informateur, questionné sur la possibilité de continuer le dénombrement, nous a dit: «Vos nombres (base 10) sont une route sans fin, mais les nôtre s'arrêtent là où la pensée s'arrête». Par cela, il voulait dire que cela devient trop compliqué d'exprimer de grands nombres dans le système Yupno, et que cela n'était d'ailleurs jamais utile dans la vie quotidienne traditionnelle.

En fait, le système illustré dans la figure ci-dessous n'est que celui qui nous a été décrit par l'homme le plus important de la communauté, et par la majorité des informateurs, mais d'autres hommes utilisaient des parties du corps légèrement différentes, en plus ou en moins, aboutissant à des totaux différents entre 31 et 37. A première vue, cela peut paraître comme la négation même d'un système numérique si celui-ci n'est pas le même pour tous. En fait, puisque les



procèdent toujours au dénombrement en public, cela ne présente pas de difficulté, et pour les occasions importantes, comme l'échange de porcs, la transaction peut être mémorisée avec des bâtonnets.

Les Yupno, contrairement aux Oksapmin, n'ont pas adapté leur système pour effectuer des opérations; cela provient du fait que différents segments de la population utilisent des systèmes numériques différents. Seuls les vieux continuent à utiliser le système complet, avec les parties du corps jusqu'à 33. Les jeunes adultes, pour la plupart non-scolarisés, utilisent la première partie du système, jusqu'à 20; cela correspond à la fois aux systèmes numériques des sociétés sur la côte, et à l'ancien système monétaire où la livre comprenait 20 shillings: actuellement, la monnaie locale est le kina qui comprend 100 toea, mais 20 pièces de 10 toea correspondant au billet de 2 kina, toujours appelé une livre (ou «une tête de cochon»). Les enfants et les scolarisés utilisent la base 10 enseignée à l'école, où les instituteurs admettent que les enfants comptent sur les doigts (et même les pieds) mais ne parlent pas des systèmes traditionnels.

Le système décimal est sans aucun doute plus puissant et plus efficace que les systèmes traditionnels, surtout avec les grands nombres: en plus il correspond au pidgin et à l'anglais, langages qui permettent la communication aux niveaux national et international. Mais on pourra regretter que le système à base 10 soit le seul enseigné à l'école. Alors qu'on assiste actuellement à un effritement de l'identité culturelle, sous l'impact des missions et du monde extérieur, une introduction aux systèmes traditionnels pourrait contribuer à redonner à ces enfants la fierté en leur passé qui est nécessaire pour la confiance dans l'avenir.

Pierre R. Dasen
Professeur
FPSE
Université de Genève

Références

- ELKIN A.P. – *Les Aborigènes australiens*. Paris: Gallimard 1967 (Edition originale en anglais 1943)
- IFRAH G. – *Les chiffres ou l'histoire d'une grande invention*. Paris: Laffont 1985
- SAXE G.B. – Body parts as numerals: A developmental analysis of numeration among remote Oksapmin village populations in Papua New Guinea. *Child Development* 1981 *52* 306-316
- SAXE G.B. – Developing forms of arithmetical thought among the Oksapmin of Papua New Guinea. *Developmental Psychology* 1982 *18* 583-594
- WASSMANN J. et DASEN P.R – Yupno number system and counting. Paper presented to the European Congress or the International Association for Cross-Cultural Psychology. Amsterdam, June 1989.