Série 8

Le premier exercice est une prérequis pour le second.

Exercice 1 *Théorème des angles perpendiculaires. Soit* $ANBM$ *un quadrilatère convexe. On suppose que les angles en* N *et en* M *sont droits. Soit* N' *le symétrique de* N *par rapport à* A*. Montrer que* $\widehat{N'AM} = \widehat{NBM}$.

Exercice 2 *Soit* $\mathcal{C}$ *un cercle et* $A, B, C \in \mathcal{C}$ *trois points distincts deux à deux. Soit* t *la tangente à* $\mathcal{C}$ *en* A *et* R *un point de* t *tel que* R *et* C *soient de part et d'autre de* AB*. Le but de cet exercice est de montrer que* $\widehat{RAB} = \widehat{ACB}$.

i) Montrer le résultat dans le cas où B *et* A *sont diamétralement opposés.*

ii) Montrer le cas général.

Exercice 3 (Euclide III.26) *Soit un segment* $[AB]$*. On cherche* $K \in [AB]$ *tel que* $\overline{AK}^2 = \overline{BK} \cdot \overline{AB}$*. Euclide propose la construction suivante. Sur la perpendiculaire à* AB *en* A *construire un point* C *tel que* $\overline{AC} = \overline{AB}$*. Soit* M *le milieu de* $[AC]$*. Construire sur* AC *le point* J *tel que* $[MJ]$ *soit isométrique à* $[MB]$ *et contienne* A*. Le point de* $[AB]$ *situé à la distance* $\overline{AJ}$ *de* A *répond à la question.*

Justifier la construction d'Euclide. Est-ce la seule solution ?