UNIVERSITÉ DE GENÈVE
SECTION DE MATHÉMATIQUES
FCUMB

SEMESTRE D'HIVER
2003/04

Série 9

Exercice 1 *Soit ABC un triangle. Soit I un point du segment AB, la parallèle à BC passant par I coupe AC en J. Les segments BJ et CI se coupent en M, la droite AM coupe BC en K. On veut montrer que K est le milieu du segment BC.*

1) *La parallèle à BC passant par M coupe AB en O et AC en P. Montrer que $\frac{IO}{IB} = \frac{IM}{IK}$.*

2) *Montrer que $\frac{IO}{IB} = \frac{JP}{JC}$.*

3) *Conclure.*

Exercice 2 *Soit $[AB]$ un segment, $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et P un point situé à l'intérieur du disque borndé par $\mathcal{P}$. A construire : une corde isométrique à $[AB]$ et passant par P.*

On propose la construction suivante. Tracer le diamètre passant par P, soient D et E ses extrémités. Tracer la corde perpendiculaire à DE passant par P. Ces deux cordes sont respectivement les plus grand et plus petits segments pour lesquels il y a une solution.

Sur $[AB]$ tracer le point P' tel que $\frac{\overline{AP'}}{\overline{BP'}} = \frac{\overline{DP}}{\overline{EP}}$. Tracer le cercle de centre P et de rayon $\overline{BP'}$. Soit B' l'un des points d'intersection de ce dernier cercle avec celui donné par l'énoncé. La corde issue de B' et passant par P répond à la question.

Exercice 3 *Deux cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ sont dits tangents si leur intersection contient exactement un point. soient $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ deux cercles de centres respectifs O et O'. Montrer que ces deux cercles sont tangents si et seulement s'ils se coupent en un point P tel que O_1, O_2 et P soient alignés.*