Université de Genève
Section de mathématiques
FCUMB

Semestre d'été
2003/04

Série 14

Exercice 1 *Soit $ABCD$ un quadrilatère. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.*

Soit $ABCD$ un autre quadrilatère simple. Soit M le milieu de $[AB]$, N le milieu de $[BC]$, L le milieu de $[CD]$ et K le milieu de $[DA]$. Montrer que $MNLK$ est un parallélogramme.

Exercice 2 *Dans un repère orthonormé on considère les points A de coordonnées $(8;7)$ et le point B de coordonnées $(16;5)$. Trouver M tel que $5\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0}$.*

On se donne 3 points A $(2;1)$, B $(4;6)$ et C $(0;5)$. Trouver D tel que le quadrilatère $ABDC$ soit un parallélogramme.

Exercice 3 *Soit ABC un triangle. On se donne les points H et G tels que :*

$$\overrightarrow{AH} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \quad \overrightarrow{AG} = -\frac{7}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}.$$

Dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. Donner les coordonnées de A, B, et H. Les point A, G et H sont-ils alignés ?

Exercice 4 *Soit $[AB]$ un segment et $I \in [AB]$ un point. Soit $\mathcal{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$ et $\mathcal{C}'$ le cercle de diamètre $[IA]$. Soit M un point de $\mathcal{C}'$, la droite passant par B et parallèle à MI coupe AM en D. Montrer que le triangle AMI est rectangle en M.*

Exercice 5

1. *On se donne une fonction $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$. Nier la proposition suivante :*

$$\forall x_0 \in \mathbf{R}\, \forall \varepsilon > 0\, \exists \alpha > 0 \text{ tel que } \forall x \in \mathbf{R}\ (\,|x - x_0| \le \alpha \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| \le \varepsilon).$$

2. *On se donne deux propositions P et Q. Montrer que la proposition suivante est vraie si et seulement si la proposition Q est vraie :*

$$P \text{ et } (P \Rightarrow Q).$$