

Série 8

Exercice 1 On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé centré en un point O . Déterminer la nature des courbes d'équation :

1) $x^2 + 4y^2 - 2x - 3 = 0$;

2) $xy + y^2 - x - 1 = 0$;

3) $16x|x| + 36y|y| = 576$.

Exercice 2 On se donne un repère orthonormé du plan et deux points $A(2, 2)$ et $B(2, -2)$. On appelle I le milieu de $[AB]$.

- Montrer que tout point du plan vérifie l'équation :

$$\overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 = \overline{MI}^2 + \frac{\overline{AB}^2}{2}.$$

- Quelle est la nature de l'ensemble des points qui vérifient l'équation en la variable M , $\overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 = 40$?

Exercice 3 On se donne deux points distincts du plan, F et B . Montrer que l'ensemble \mathcal{C} des centres des ellipses dont l'un des foyers est F et dont l'un des sommets du petit axe est B est le cercle de diamètre $[FB]$ privé des points F et B .

Exercice 4 On considère dans le plan un triangle ABC tel que : $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 4$ et $\overline{AC} = 5$. Soit I le milieu de $[BC]$.

1) Montrer que $\overline{AI} = \sqrt{33}$;

2) a) Soit M un point du plan. Pour quelle valeur du réel m le vecteur $m\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ est-il égal à un vecteur \vec{U} indépendant du point M ?

Déterminer alors \vec{U} en fonction du vecteur \overrightarrow{AI} .

b) Déterminer l'ensemble \mathcal{F} des points du plan tels que : $-\overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 + \overline{MC}^2 = -25$