

## Série 20

**Exercice 1** Ceci est un exercice de révision sur les coniques, les équations, la rédaction. Déterminer, suivant les valeurs du paramètre  $m$  la nature de la courbe d'équation :

$$(m - 1)y^2 + mx^2 + 2y + 3 = 0.$$

Lorsque la courbe est une conique préciser ses éléments remarquables (centre, foyer, sommets, asymptotes).

**Exercice 2** Soit  $ABCD$  un carré et  $M$  un point de la droite  $DC$ . La perpendiculaire à  $AM$  passant par  $A$  coupe  $BC$  en  $N$ . On désigne par  $I$  le milieu de  $[MN]$ . Déterminer le lieu des points  $I$  lorsque  $M$  décrit la droite  $DC$ . On pourra se placer dans un repère orthonormé judicieusement choisi.

**Exercice 3** Est-ce que les espaces suivants sont des espaces métriques ? Si oui, dessinez les sphères de rayon 1 et  $\frac{1}{2}$ .

1.  $\mathbf{R}$  muni de  $d(x, y) = |x - y|$ .
2.  $\mathbf{R}^+$  muni de  $d(x, y) = |x - y|$ .
3.  $\mathbb{R}^2$  muni de  $d_\infty$  qui aux points  $P = (x_P, y_P)$  et  $Q = (x_Q, y_Q)$  associe  $d_\infty(P, Q) = \max\{|x_P - x_Q|, |y_P - y_Q|\}$ .
4.  $\mathbf{R}$  muni de  $d(x, y) = (x - y)^2$ .
5. Un espace quelconque  $X$  non vide, muni de  $d(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = y \\ 1 & \text{si } x \neq y \end{cases}$ .

**Exercice 4** Démontrer qu'une symétrie axiale est une isométrie de  $\mathbf{R}^2$  muni de la distance usuelle.