

Série 21

Exercice 1 On fixe un repère orthonormé

1. Soit M' l'image de M par la symétrie orthogonale d'axe \mathcal{D} d'équation $y = x$. Soit M'' l'image de M' par la symétrie orthogonale d'axe d'équation $y = 0$. Calculer les coordonnées de M'' en fonction de celles de M .
2. Reconnaitre l'application τ qui à M associe M'' .
3. Soit τ_2 l'application qui au point $M(x, y)$ associe le point $N(X, Y)$ tel que $X = 1 + y$ et $Y = 1 - x$. Caractériser τ_2 et $\tau_2 \circ \tau$.

Exercice 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{OI}, \vec{OJ}) .

1. Soit f la transformation du plan définie par
$$\begin{cases} x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x + 2y - 1) \\ y' = \frac{1}{\sqrt{5}}(-2x + y + 2) \end{cases}$$
 - (a) Calculer les coordonnées de O', I', J' les images par f des points O, I, J .
 - (b) Montrer que le repère $(O', \vec{O'I'}, \vec{O'J'})$ est orthonormé.
 - (c) En déduire que f est une isométrie.
 - (d) Déterminer l'ensemble des points invariants par f et reconnaître f .
 - (e) Donner l'expression analytique de la transformation inverse de f .
 - (f) Calculer l'image par f la droite d'équation $2x - y - 1 = 0$.
2. Donner l'expression de la rotation de centre $A(1, 1)$ et d'angle $\frac{\pi}{3}$, calculer l'image de O par cette transformation.
3. Même question pour la symétrie d'axe la droite d'équation $x + y + 1 = 0$
4. Donner l'expression analytique de la composée des deux applications précédentes.