problème 1

1. Partant de la définition d'une ellipse, établir la définition du jardinier.
2. Compléter le dessin en perspective suivant et expliquez votre démarche (feuille 2).

problème 2

1. Partant de la définition du jardinier, établir l'équation canonique d'une ellipse.
2. Compléter le dessin en perspective suivant et expliquez votre démarche (feuille 4).

problème 3

1. Partant de la définition d'une hyperbole et établir son équation canonique.
2. Est-ce que le point $P = (1; 3; -2)$ se trouve sur le plan Π donné par les points $(0; 0; 1)$, $(1; 1; -5)$ et $(1; 0; -2)$?

problème 4

1. Donner la définition formelle d'un vecteur de $\mathbb{R}^2$.
2. Soient d_1 et d_2 les deux droites données par les équations

$$d_1 \,:\, x = 1 \qquad\qquad d_2 \,:\, x - y = 0$$

   Décrire les isométries du plan $\sigma_{d_1} \circ \sigma_{d_2}$ et $\sigma_{d_2} \circ \sigma_{d_1}$.

problème 5

1. Etablir l'équation d'une droite dans l'espace passant par les points P et Q de coordonnées données.
2. Démontrer que si f de (X, d) dans lui-même est une isométrie alors f^{-1} l'est aussi.

problème 6

1. Etablir l'équation d'un plan dans l'espace.
2. Quelle type de conique est représentée par l'équation suivante

$$x^2 + 4y^2 + 2xy = 1.$$

problème 7

1. Définir le produit scalaire dans $\mathbb{R}^2$ et donner quelques propriétés de ce dernier.
2. Compléter le dessin en perspective suivant et expliquez votre démarche (feuille 3).

problème 8

1. A l'aide de la définition du produit scalaire dans $\mathbb{R}^2$ et des propriétés de ce dernier, démontrer que si $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ ont comme composantes (v_1, v_2) et (w_1, w_2) dans un repère orthonormé, alors

$$\langle \overrightarrow{v} | \overrightarrow{w} \rangle = v_1 w_1 + v_2 w_2.$$

2. Est-ce qu'une isométrie du plan préserve les angles? (c'est-à-dire pour $\widehat{ABC}$ un angle entre A, B et C et F une isométrie du plan, est-ce que $f(A)\widehat{f(B)}f(C) = \widehat{ABC}$?)

problème 9

1. Démontrer qu'une isométrie du plan qui fixe trois points non alignés du plan est l'identité.
2. Quelle type de conique est représentée par l'équation suivante
$$x^2 + 4y^2 + 10xy = 1.$$

problème 10

1. Définir mathématiquement l'application perspective et, étant donné un repère orthonormé du plan de projection π, déduire une formule donnant les composantes de l'image d'un point P par l'application perspective.
2. Trouver les équations biparamétriques et analytiques du plan passant par les points suivants $P_2 = (0, 0, 1)$, $Q_2 = (1, 0, -1)$ et $R_2 = (0, 1, -2)$.

problème 11

1. Démontrer que si f est une isométrie du plan sans point fixe, alors pour tout point x du plan x, $f(x)$, $f^2(x)$ et $f^3(x)$ sont tous deux à deux distincts.

   Est-ce vrai aussi pour aussi pour $f^4(x)$, $f^5(x)$ ..., $f^n(x)$?
2. Trouver la distance du point $P = (0, 0, 0)$ au plan Π, où Π est donné par $x + y = 2$.

problème 12

1. Exprimer la distance du point $P = (x_0; y_0; z_0)$ au plan $ax+by+cz+d = 0$.
2. Quelle type de conique est représentée par l'équation suivante
$$x^2 + 4y^2 + 4xy = 1.$$

problème 13

1. Démontrer que dans un quadrilatère simple quelconque les 4 milieux des côtés forment un parallélogramme.

2. Démontrer que si f et g de (X, d) dans lui-même sont des isométries, alors $f \circ g$ l'est aussi.

problème 14

1. Démontrer que l'addition de deux vecteurs est bien définie.

2. Décrire vectoriellement la symétrie d'axe $y = 2x$

problème 15

1. Sur l'ensemble $E \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ défini par

$$E = \{(n, d) | d \neq 0\} \text{ on définit la relation } (p, q) \sim (n, d) \Leftrightarrow dp = qn.$$

   Est-ce que cette relation est une relation d'équivalence, Si oui, décrire l'espace quotient. Cette construction vous rappelle-t-elle quelque chose?

2. Compléter le dessin en perspective suivant et expliquez votre démarche (feuille 1).

problème 16

1. Partant de la définition d'une parabole et établir son équation canonique.

2. Soit f une isométrie et $P = (0, 0)$ tels que $f(P) = (1, 0)$, $f^2(P) = (1, 1)$ où se trouve $f^3(P)$?