**1.** Esquisser la courbe $y^2 - x(x-1)(x-2) = 0$. Trouver sa distance minimale au point $(a, 0)$.

**2.** Trouver les valeurs maximales et minimales de la fonction $x^2 + y^2 + (z-1)^2$ sur l'ellipsoide $(x/4)^2 + (y/5)^2 + (z/25)^2 - 1 = 0$. Interpréter géométriquement.

**3.** Trouver la distance minimale des points de la surface $x^2 + 2y^2 - z^2 - 1 = 0$ à l'origine. Que peut-on dire de la distance maximale à l'origine ?

**4.** Soit $f \in \mathcal{R}$ une fonction $2\pi$-périodique et $a_0/2 + \sum a_k \cos kx + b_k \sin kx$ sa série de Fourier. Soit $F$ la fonction définie par :

$$F(x) = \int_0^x f - \frac{a_0}{2}x$$

Montrer que $F$ est continue, à variation bornée, $2\pi$-périodique et que :

$$F(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_k}{k} + \sum_{k=1}^{\infty} \left( -\frac{b_k}{k} \cos kx + \frac{a_k}{k} \sin kx \right)$$

Ainsi on a l'égalité :

$$\int_0^x f = \frac{1}{2} a_0 x + \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{b_k}{k}(1 - \cos kx) + \frac{a_k}{k} \sin kx \right)$$

En déduire que si $f$ est $\mathcal{C}^1$ par morceaux, $2\pi$-périodique et que $f = a_0/2 + \sum a_k \cos kx + b_k \sin kx$, alors :

$$f'(x) \sim \sum k(b_k \cos kx - a_k \sin kx)$$

**5.** Soit $b, c$ deux nombres réels tels que $c > 0$. Calculer les transformées de Fourier des fonctions suivantes:

$$f_1(x) = e^{-c(x-b)} \quad , \quad f_2(x) = e^{-(x-b)^2/c}$$

**6.** Résoudre l'équation différentielle $u'' - u = f \in \mathcal{R}^*$ en utilisant la transformation de Fourier.