
PROBABILITÉS ET STATISTIQUE
Série 12

Exercice 1. *Suite de l'exercice 3 de la série 11*

Au soir de l'élection, avant que les résultats finaux ne soient prononcés, les partisans de la réponse 1 clament à la télévision qu'ils sont les vainqueurs du suffrage avec un score "écrasant" de $p = 55\%$. À partir des données $(x_1, \dots, x_n) \in \{0, 1\}^n$, on souhaite décider si les partisans du camp 1 peuvent effectivement se permettre de fanfaronner.

1. Construire un test de niveau 2% pour l'hypothèse H_0 contre H_1 avec

$$H_0 = \{\text{la réponse 1 gagne avec } p = 55\%\}, \quad H_1 = \{\text{la réponse 1 gagne avec } p < 55\%\};$$

2. Construire un test de niveau 2% pour l'hypothèse H_0 contre H_1 avec

$$H_0 = \{\text{la réponse 1 gagne avec } p > 55\%\}, \quad H_1 = \{\text{la réponse 1 gagne avec } p \leq 55\%\}.$$

Exercice 2. *Suite de l'exercice 4 de la série 11*

Un client potentiel contacte le service commercial de l'usine pour se renseigner sur la durée de vie des résistances commercialisées par celle-ci. L'usine assure que la durée de vie moyenne des résistances est d'au moins 10 ans, *i.e.* $\lambda \leq 1/10$. Le client aimerait être sûr qu'on ne lui ment pas, aussi il demande qu'on lui communique les données $(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}_+^n$.

1. Comment le client peut-il construire un test de niveau 1% pour l'hypothèse H_0 contre H_1 avec

$$H_0 = \{\lambda \leq 1/10\}, \quad H_1 = \{\lambda > 1/10\} ?$$

2. Même question avec les hypothèses :

$$H_0 = \{\lambda = 1/10\}, \quad H_1 = \{\lambda \neq 1/10\}.$$

Exercice 3. *Test d'hypothèse*

On souhaite déterminer si, lors d'une naissance, il est équiprobable d'avoir une fille ou un garçon. Pour cela, on recense le genre des nouveaux nés dans les maternités du canton. On compte ainsi 271 filles sur 500 bébés. En précisant le modèle statistique sous-jacent, construire un test de l'hypothèse

$$H_0 = \{\text{la proportion de filles est de } 1/2\}$$

contre

$$H_1 = \{\text{la proportion de filles n'est pas de } 1/2\}.$$

Existe-t-il une région de rejet D qui fournisse un test de H_0 contre H_1 au niveau de risque 5% ?