

VERS UN MODÈLE DE L'ACTION DIDACTIQUE  
DU PROFESSEUR  
À PROPOS DE LA COURSE À 20

Gérard Sensevy\*, Alain Mercier\*\*,  
Maria Luisa Schubauer-Leoni\*\*\*

ABSTRACT

This article constitutes the starting point for the project of a general study of didactic action in mathematics. It is based on the identification of operational constraints on didactic systems (chronogenesis and topogenesis, Chevallard 1991) and on the description of the regulatory work carried out by the teacher (mesogenesis and in search of a didactic contract : Brousseau 1997). It focuses on the description of certain elements of a teacher's action during the « race to 20 » problem (Brousseau 1998) so as to propose a model of teachers' didactic action.

RESUMEN

Este artículo constituye el punto de partida de un trabajo general de estudio de la acción didáctica en matemáticas. Se basa en la identificación de las restricciones del funcionamiento de los sistemas didácticos (cronogénesis y topogénesis, Chevallard 1991) y en la descripción del trabajo de regulación llevado a cabo por el profesor (mesogénesis y búsqueda de un contrato didáctico : Brousseau 1997). Se focaliza en la descripción de ciertos elementos de la acción de un profesor para la « carrera hasta 20 » (Brousseau 1998) con el objetivo de proponer un modelo de la acción didáctica del profesor.

RÉSUMÉ

Cet article constitue le point de départ d'un travail général d'étude de l'action didactique en mathématiques. Il s'appuie sur l'identification des contraintes de fonctionnement des systèmes didactiques (chronogénèse et topogénèse, Chevallard 1991) et sur la description du travail de régulation mené par le professeur (mésogénèse et recherche d'un contrat didactique : Brousseau 1997). Il se focalise sur la description de certains éléments de l'action d'un professeur pour la course à 20 (Brousseau 1998) afin de proposer un modèle de l'action didactique du professeur.

**Mots clés :** action didactique, professeur, chronogénèse, topogénèse, mésogénèse.

\* IUFM de Bretagne.

\*\* INRP.

\*\*\* Université de Genève.

Handwritten notes in French, including the word "analyse" and other illegible scribbles.

Handwritten numbers "100" at the bottom left of the page.

## INTRODUCTION

Cet article constitue le point de départ d'un travail d'étude de l'action didactique en mathématiques. Il se focalise sur la description de certains éléments de l'action d'un professeur pour la course à 20 dans une perspective de modélisation<sup>1</sup>. Ce travail est fondé explicitement sur la théorie des situations et l'approche anthropologique, auxquelles nous empruntons divers instruments conceptuels. Mais l'articulation de ces deux théories ne constitue pas pour nous, en tant que telle, un objet d'étude dans cet article. En outre, s'il s'agit bien de contribuer à une anthropologie didactique de l'action du professeur en mathématiques, le terme d'anthropologie ne doit pas tromper. Nous ne voulons pas signifier par là que ce travail s'inscrit, au sens strict, dans l'approche anthropologique développée par Yves Chevallard (1992, 1999), mais simplement marquer qu'il tente de considérer l'action du professeur au sein d'une anthropologie du processus d'enseignement et d'apprentissage. Le terme *anthropologie* réfère donc ici à une démarche centrée sur l'élucidation de l'action humaine perçue comme un « fait social total » (Mauss, 1965).

L'article comporte une première section (I. Un essai de modélisation de l'action du professeur : les grands axes) consacrée à l'exposé général des principales catégories théoriques utilisées dans la modélisation de l'action d'un professeur dans la course à 20. Dans la seconde section (II. Le cadre de l'étude empirique), nous présentons le contexte de la recherche et la méthodologie descriptive que nous avons utilisée. Une troisième section (III. Analyse d'une séance) est dévolue à l'analyse proprement dite d'une séance de la course à 20 à l'aide des catégories théoriques mentionnées dans la section I. Enfin, une quatrième et dernière section (IV. La modélisation : reprise) nous permet de reprendre la modélisation de l'action exposée dans la section I et d'affiner son organisation, pour tenter de mettre en évidence ses apports spécifiques.

## I. MODÉLISER L'ACTION DU PROFESSEUR : LES GRANDS AXES

L'analyse que le lecteur trouvera dans la section III nous a permis de mettre au jour certaines dimensions, pour nous fondamentales, de l'action du professeur. Mais, contrairement à la chronologie effective de la recherche et pour la clarté de l'exposé, nous avons préféré commencer par décrire les grands axes de notre modélisation. Comme indiqué précédemment, ce travail de modélisation sera ensuite repris en fin d'article.

---

1. Nous effectuons une description de la course à 20 dans la section II de cet article.

Les grands axes de cette modélisation sont donnés dans le schéma ci-après (figure 1). Description de l'action *générique*<sup>2</sup> du professeur, celle-ci se réfère seulement à l'observation de l'action didactique de quelques professeurs enseignant à l'aide de la course à 20 telle qu'elle est décrite par Guy Brousseau (1998). La plus grande partie des affirmations portées ici est donc à prendre comme une organisation d'hypothèses assez larges que, dans un travail en cours, nous espérons décliner en conceptions précises et réfutables.

## 1. Structures de l'action dans la relation didactique

### 1.1. Structures de l'action et relation didactique

La modélisation proposée repose sur l'identification de ce que nous avons appelé les *structures de l'action dans la relation didactique*. L'idée de structure de l'action peut se préciser d'une double manière. Tout d'abord, l'action d'enseignement comporte des dimensions essentielles (définir, réguler, développer, instituer) qui tiennent à ce que le travail du professeur suppose l'établissement et le maintien d'une relation didactique, qui unit, de manière ternaire, un professeur, des élèves, et un objet de savoir : nous décrivons plus précisément ces différentes dimensions dans ce qui suit. Ensuite, pour chacune de ces dimensions, un cycle s'établit, fondé sur les nécessités du *maintien de la relation didactique*. On postule donc que l'action du professeur est fondamentalement relationnelle : elle inclut organisation technique et communication coopérative, ce qui signifie que cette action dépasse, en les englobant, à la fois :

- le cas de l'opérateur face à une machine, même si, comme l'opérateur, le professeur doit utiliser des manières de faire pour obtenir le résultat visé, l'apprentissage des élèves;
  - le cas de la conversation ordinaire, même si, comme dans une conversation ordinaire, la prise en considération de l'autre être humain (de ce qu'il dit, et de ce qu'on peut supposer qu'il a compris en le disant) est essentielle au déroulement de l'action;
  - le cas de l'action coopérative de deux acteurs égaux face à un dispositif technique, même si, comme nous l'avons observé, l'un des acteurs peut parfois miner le rapport de l'autre à l'action problématique.
- On peut donc dire, pour réutiliser une métaphore qui a fait ses preuves, que la communication est dense partout dans le didactique, qu'il n'existe pas d'action didactique que son auteur ne doive évaluer, peu ou prou, en termes de communication. Ajoutons que ce processus

Vers un modèle de l'action didactique du professeur 267

de communication constitue la condition et l'effet d'un autre processus, de collaboration professeur-élèves, tout aussi essentiel à l'enseignement-apprentissage. Nous aurons amplement l'occasion d'exemplifier ces assertions dans la suite de notre propos.

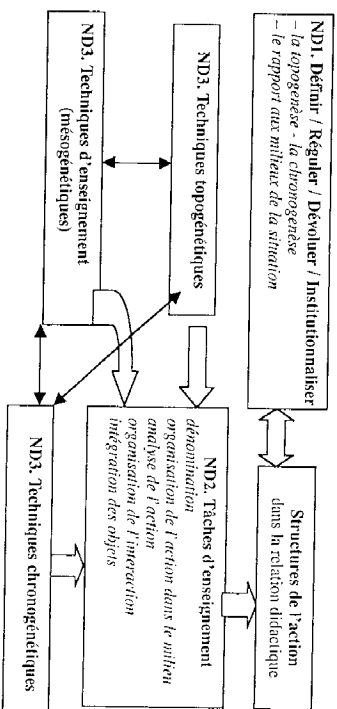


Figure 1

Précisons par ailleurs que le terme « structure », ici, ne se définit pas par opposition au terme « fonction », puisque les dimensions que nous mettons en évidence peuvent s'appréhender comme des structures fonctionnelles : c'est au contraire *en fonction* des buts que l'acteur pose à son action que celle-ci est structurée comme nous essayons de le décrire.

### 1.2. Quatre éléments structuraux au fondement de l'action professorale

Nous distinguons quatre éléments structuraux fondamentaux de la relation didactique : *définir, réguler, développer, instituer*. En d'autres termes, lorsqu'on enseigne, il y a nécessairement et essentiellement de la définition, de la régulation, de la dévolution, de l'institution. Nous avons postulé trois « objets » qui orientent l'action du professeur et se construisent en retour grâce à elle : au sein du système didactique, le professeur doit agir (définir, réguler, développer, instituer) pour :

- produire les lieux du professeur et de l'élève (effet de topogénèse) ;
- produire les temps de l'enseignement et de l'apprentissage (effet de chronogénèse) ;
- produire les objets des situations et l'organisation des rapports à ces objets (effet de mésogénèse).

Nous nommons ces trois effets (topogénèse, chronogénèse, mésogénèse) grâce à des catégories introduites par Yves Chevallard (1991, 1992), tout en soulignant que ces catégories ont été jusqu'ici assez peu utilisées pour la compréhension de l'action du professeur. Ainsi les moyens que mobilisent un professeur ou un élève pour produire ces effets ont-ils été peu étudiés. Sur la chronogénèse, on dispose de l'étude de Mercier, Schubauer-Leoni, Amigues & Donck (à paraître), qui en a

2. Nous utilisons ici la distinction générique-spécifique au sens de Chevallard (1999). C'est dire que même si elle est centrée sur la course à 20, une telle description doit pouvoir s'étendre à un domaine plus vaste que celui considéré.

montré la conscience aiguë chez les formateurs de maîtres (en termes de vitesse de la progression dans le texte du savoir enseigné) ainsi que les travaux de Leutenegger (1999, 2000). Sur la topogénèse, chacun sait que cette conscience se manifeste moins nettement, parce que dans les institutions didactiques actuelles, elle se dit la plupart du temps dans le cadre conceptuel de « la motivation des élèves », ce qui ne nous semble pas permettre de poser les meilleures questions dans une problématique didactique. Enfin, on sait mal comment les problèmes que pose la mise en place d'un milieu pour l'action (didactique) des élèves et la recherche d'un contrat correspondant sont identifiés par les professeurs. De ce fait, en dehors des travaux sur l'ostension et l'ostension déguisée (Berthelot et Salin, 1992), peu de chercheurs ont observé la manière dont les professeurs résolvent pratiquement ces questions, même si les avancées descriptives permises par les nouvelles analyses du milieu (Margolinas 1994; Comiti, Grenier, Margolinas 1995) nous aident grandement à comprendre les effets de leurs décisions.

Dans notre modèle, le postulat de la production chronogénétiq.ue, topogénétiq.ue et mésogénétiq.ue joue un rôle fondamental. Ce postulat nous amènera d'ailleurs à faire évoluer notablement le sens de chacun de ces concepts, et le système qu'ils fondent. Nous essaierons de le souligner dans l'analyse empirique de la section III, et de mieux le caractériser dans la reprise finale de ce modèle (section IV). Au paravant, et dans la perspective d'une première détermination de notre modélisation, nous allons nous attacher à la description de ces quatre éléments structuraux au moyen desquels nous analysons l'action professionnelle d'enseignant.

*Définir* (référer/indiquer) : ce terme signifie que le travail du professeur consiste (d'abord) à poser un certain nombre d'objets et à établir le cadre d'une situation. Par exemple, dans la situation de la course à 20, le professeur dit (dans chacun des 5 cas étudiés) : « On va jouer à un jeu », et il cherche à établir ensuite (la plupart du temps de manière coopérative) les règles de ce jeu. Pour pouvoir utiliser rigoureusement le terme « définir », on utilisera une distinction empruntée à la théorie des jeux. On peut distinguer en effet dans un jeu deux types de « règles » : d'une part, des règles constitutives du jeu (aux échecs, par exemple, le fait que les fous se déplacent en diagonale), d'autre part des règles stratégiques du jeu (aux échecs, par exemple, la suite de coups produite par un joueur dans le but de gagner)<sup>3</sup>. De manière analogue, nous désignerons par *définition de la situation* tout comportement du professeur (ou des élèves) qui tend à préciser les règles constitutives du jeu : on comprend dès lors que le processus de définition peut se décliner de multiples

façons et faire l'objet de reprises successives. Ainsi peut-on définir une situation en *référant* : le verbe *référer* est utilisé ici pour mettre en évidence la dimension référentielle du travail collaboratif dans la classe : lorsque le professeur dit « on va jouer à un jeu », il réfère à une activité précise, inscrite soit dans la culture, soit dans la mémoire didactique de la classe. Cette désignation est une référence supposée comme une signification culturelle ou à un passé didactique censé alléger le travail de définition. Mais on peut définir aussi une situation en *indiquant* : par exemple pour fixer les règles du jeu de la course à 20, le professeur affirme : « On ne dit que le nombre d'arrivée », en reprenant ainsi – comme cela a été observé – un comportement discursif d'élève. Ce faisant, il *indique* ce qui, dans l'*activité présente* des élèves, peut être conservé-adapté en tant que *règle constitutive* du jeu. On perçoit donc comment l'indication suppose à la fois l'ostension (le professeur *montre* le « bon » comportement) et la coopération (puisqu'il se comporte avec des élèves à indiquer, il n'y aurait pas d'indication).

*Réguler* (désigner-indiquer, réaménager) : lorsque les élèves sont entrés dans un certain type d'activité, lorsqu'ils jouent le jeu proposé par le professeur, celui-ci régule les rapports, « fruits » de leur travail, que les élèves sont en train d'établir à la situation ; ce que nous désignons par régulation concerne donc *les comportements que le professeur produit en vue d'amener l'élève à élaborer des stratégies gagnantes*. La distinction que nous proposons ici entre définir et réguler est donc isomorphe à la distinction entre règles constitutives du jeu et règles stratégiques. Le processus de régulation peut se caractériser notamment selon les aspects suivants. Il n'est pas seulement cybernétique, c'est-à-dire qu'il ne s'exprime pas uniquement comme modification après mesure d'un écart : par exemple, pour ce qui concerne le cas étudié, le professeur peut intervenir dans le travail d'un groupe pour préciser le statut d'une erreur, non pas en fonction d'une idée qu'il se serait forgée à partir du travail des élèves, mais plutôt en fonction de certains principes d'enseignement qui orientent son action. Ainsi l'organisation mathématique anticipée par le professeur comme but de son projet d'enseignement commande-t-elle certaines des décisions qu'il peut prendre « à la volée », sans toutefois que de telles anticipations puissent épuiser l'ensemble des décisions en cours de séance. C'est aussi dans le cadre de son action de régulation qu'il pourra garantir une forme de progression du temps didactique en jouant sur le partage des tâches initialement défini entre le professeur et les élèves : soit ce que nous nommons *la latitude topogénétiq.ue* du professeur. Par ailleurs, il faut comprendre que le processus de régulation peut lui aussi se décliner comme le processus de définition, les sous-catégories de *référence* et d'*indication*, ramenées cette fois à la régulation, gardant leur pertinence : le professeur peut inciter à la production d'une stratégie gagnante en évoquant, par exemple, un moment du passé didactique de la classe (référer) ; mais il peut aussi montrer ce qui, dans tel comportement

3. Pour une analyse éclairante de cette distinction fondamentale, voir Hintikka 1994.

d'élève, lui paraît aller dans le sens d'une telle production (indiquer). D'une manière plus générale, en désignant par régulation ce que le professeur fait en vue de la construction, par les élèves, de stratégies gagnantes, on va référer à ce qui, dans l'action du professeur, permet à la collectivité d'élaborer des signes et des significations qui vont donner la possibilité d'une action commune : par exemple, pour ce qui concerne le cas étudié, le professeur insiste, au début de la séance, sur l'intérêt de regarder « ce qui ne change pas » dans les manières gagnantes de jouer, et tente de diffuser ce comportement à l'ensemble de la classe ; ce faisant, il construit, en coopération avec les élèves, la situation qu'il a commencée par définir. Ce processus de construction correspond en fait à l'aménagement progressif d'un milieu (Mercier 1995, Sensevy 1998b, 2000) dont certaines des dimensions ont été fixées aux premiers instants de la leçon. L'aménagement coopératif d'un milieu suppose donc des réaménagements constants, qui vont le plus souvent en direction d'une réduction de l'incertitude de l'action demandée. Le phénomène a été observé de longue date par Guy Brousseau sous le nom d'*effets de contrat*. Ces effets permettent l'illusion institutionnelle du maintien de la situation adidactique, et produisent la garantie (plus ou moins fictive) d'un sens « cognitif », compatible avec le sens attendu, attribuable aux comportements des élèves. Dans cette perspective, les différents types de contrats mis en évidence (Brousseau 1996), et les changements de contrats, notamment de « contrats locaux » (Comiti et Grenier 1997), peuvent être interprétés comme des réaménagements de milieu. De tels réaménagements sont souvent suscités par le professeur en fonction de la distance perçue par lui entre l'état du « milieu pour l'élève » et celui du milieu dans lequel il veut voir l'élève évoluer, doivent permettre l'élaboration des stratégies gagnantes. L'un des principaux enjeux théoriques de notre effort de modélisation est une meilleure compréhension des principes et des mécanismes qui régissent l'espace technique des actions de régulation.

*Dévoluer* : de manière quasi simultanée à la définition et la régulation, le professeur doit faire en sorte que les élèves prennent la responsabilité de « jouer le jeu », de s'engager dans l'activité proposée : par exemple, dans la course à 20, les professeurs demandent généralement à certains élèves d'effectuer la monstration du jeu en jouant une partie commentée (dans certains cas le professeur peut prendre lui-même à cette monstration). C'est pour le professeur une manière d'obtenir des élèves (c'est-à-dire de l'ensemble d'une classe) leur adhésion au jeu, qu'il a démontré « jouable » en réalisant une partie, tout en leur permettant ensuite d'explorer par eux-mêmes l'espace des stratégies que le jeu permet. Il montre aussi qu'à ce niveau « il n'y a rien à savoir », puisque tout est dit par l'action qui se montre : l'enjeu didactique ne consiste pas à savoir jouer le jeu selon ses règles, mais à savoir gagner contre les adversaires. De fait, il ne va pas de soi qu'une situation définie même « convenablement » soit investie par les élèves : encore faut-il que le pro-

fesseur *dévoit* cette situation<sup>4</sup>. La dévolution n'est pas simplement – ni dans tous les cas – une condition d'entrée dans la tâche, et ne concerne donc pas le seul processus de *définition* : nous postulons qu'elle constitue en fait un processus qui accompagne, avec plus ou moins d'intensité, l'ensemble du travail didactique. Par exemple, pour ce qui concerne le cas analysé dans cet article, c'est à chacune des bifurcations mathématiques importantes de la leçon que la dévolution fait à nouveau problème. Cela signifie que le professeur doit mobiliser à chaque fois des techniques propres à inciter les élèves à assumer des conditions nouvelles, à propos bien sûr des questions qui leur sont personnellement posées, mais aussi jusque dans l'organisation de leur travail collectif. En effet, il n'y a pas seulement dévolution à des élèves individuellement considérés mais dévolution à la classe, envisagée ici comme institution capable de produire le savoir.

*Instituer* : le travail du professeur suppose également l'institutionnalisation – Guy Brousseau a mis en évidence ce processus depuis longtemps. Il commence dès les premiers instants de la leçon, au moment de la dévolution à chaque élève du problème « Comment jouer pour gagner ? », sous le contrôle annoncé et attendu de la classe, constituée en collectif de travail. Il est déjà fortement engagé au moment de la formulation des stratégies. Sans doute doit-on, comme pour la notion de dévolution, généraliser la notion, en particulier à des objets qui ne sont pas des objets de savoir. Nous proposons alors de concevoir l'institutionnalisation comme une dimension fondamentale d'un travail de *production d'institution* : le professeur et les élèves, s'instituent comme collectif de pensée comptable de leur production de savoir et ils s'auto-risent à évaluer cette production. Ils identifient des manières de faire<sup>5</sup>, que l'institution qu'ils forment reconnaît comme légitimes : ce faisant, ils *produisent* une institution fondée à valider les manières de faire, dont les élèves et le professeur sont ensemble les sujets<sup>6</sup>. Ainsi en est-il, dans la course à 20, des différents théorèmes qui, injectés dans le milieu

4. La notion de *dévolution* (d'une situation adidactique) a été élaborée par Brousseau (1986). Le présent modèle propose de généraliser cette notion, sous conditions, à toute situation d'enseignement.

5. Il convient toutefois de conserver la distinction entre l'institutionnalisation au sens strict, qui concerne les savoirs du programme et suppose un lien particulier à la culture mathématique (ce que les élèves ont produit existe, sous une certaine forme nominalisée, dans la culture mathématique) et à l'évaluation (les élèves sont responsables de savoir ce qui a été institutionnalisé), et l'institutionnalisation au sens large, qui correspond à la légitimation de certaines manières de faire.

6. André Roucher (1991) a parlé le premier du processus conjoint de dévolution-institutionnalisation comme d'une « production d'institution savante ».

de travail par les microvalidations successives<sup>7</sup>, changent le milieu comme système antagoniste – à partir du moment où l'on sait que l'élève est gagnant, l'action dorénavant ne va plus se dérouler de la même façon – et vont finir par amener la classe à l'élaboration de la suite gagnante. On comprend donc comment la catégorie d'institutionnalisation permet de regrouper à la fois celles de validation et d'évaluation (au sens de Margolinas 1994) en tant que systèmes de procédures qui permettent au professeur et aux élèves, avec des intensités variables, de *dire le vrai de l'institution* : le choix dans le modèle du terme instituer (plutôt qu'institutionnaliser) correspond à l'élargissement souhaité du concept d'institutionnalisation<sup>8</sup>.

## 2. Tâches et techniques

La modélisation que nous proposons repose également sur la reconnaissance, dans la description du travail du professeur, de deux types d'entités : des tâches, et des techniques. Dans l'analyse, nous avons en effet identifié des « manières de faire » que le professeur déploie dans son activité<sup>9</sup>. Ces manières de faire, nous les appelons techniques, et ce sont ces techniques qui constituent, d'une certaine manière, le point de départ de nos analyses et de notre modélisation<sup>10</sup>.

Ces manières de faire supposent certaines tâches : « ce qui est à faire » – les manières de faire actualisent des tâches. Mais une difficulté se présente alors : que ce soit dans la théorisation ergonomique ou dans la théorisation de l'approche anthropologique en didactique, une tâche s'approprie en tant qu'objet précis, identifié (conduire une voiture, calculer une dérivée...), dont l'existence culturelle ne prête pas réellement à discussion. Or, dans le cas qui nous occupe, les choses ne se passent pas de cette façon. Il existe certes « quelque chose » de l'ordre de la tâche qui répond aux manières de faire. Par exemple, les entretiens qui ont été menés avec les professeurs après leurs performances en classe montrent que, lorsque ceux-ci sont « mis en demeure » de s'expliquer, ils justifient leurs manières de faire dans un discours où l'on peut distinguer des « tâches ». Ainsi reliées à des descriptions plus

7. Pour une étude éclairante de ce processus, voir Rouchier 1991.

8. La thèse d'Eugène Comin (2000) produit en particulier une étude remarquable de l'institutionnalisation, de ses différentes déclinaisons, et de ses différentes fonctions, qui nous semble rejoindre la direction empruntée ici.

9. Le terme d'activité peut ici se comprendre au sens des ergonomes (voir Rogalski 1999) mais il est également utilisé de façon fructueuse en didactique des mathématiques : voir ainsi Hache et Robert 1997, et Hache 1999.

10. Le terme technique, ici, réfère pour nous au sens grec de la *techné*, qui suppose l'ingéniosité du praticien, sa *mêtis*. On peut en trouver une acception voisine chez Marcel Mauss (1965) et chez Yves Chevallard (1999).

larges, ces manières de faire apparaissent comme le résultat de choix raisonnables (de la même manière que pour décrire une technique précise de résolution d'équation du second degré il faut dire que l'on « résout une équation du second degré » pour faire comprendre la description effectuée). Cependant, il manque pour une grande part de ces tâches la « reconnaissance culturelle » (ne serait-ce qu'une dénomination partagée) qui pourrait les faire considérer comme des tâches pour la réalisation desquelles il y a quelque chose à savoir. Ainsi un conseiller pédagogique peut-il dire à un professeur « Tu n'as pas bien transmis les consignes » : on a là un exemple probant d'une tâche qui pourrait être déclinée en technique(s), mais cet exemple paraît assez isolé, et si l'activité du professeur s'exerce certes à travers différents types de tâches, il semble que certaines d'entre elles, voire la plupart, ne soient pas réellement nommées.

L'analyse rapportée ici a tenté d'affronter cette difficulté de la manière suivante. On peut décrire le travail du professeur en identifiant des manières de faire (techniques) qu'on mettra en correspondance avec des descriptions plus larges, elles-mêmes considérées comme des tâches, dans la grammaire de l'action : mais ces tâches n'auront pas, la plupart du temps, la légitimité culturelle des tâches reconnues par l'institution<sup>11</sup>. La modélisation qui suit va donc distinguer, très généralement, des types de tâches, mais dans le sens particulier du terme qui vient d'être explicité. Point essentiel, relié, à ce qui précède, les tâches identifiées le seront à partir des *structures de l'action dans la relation didactique* dont nous venons de tracer les grandes lignes. Au moyen de ces structures, nous identifierons des fonctions générales des actions d'enseignement auxquelles seront rapportés les types de tâches les plus généraux. Cela signifie que les types de tâches expriment sur divers dimensions (le langage, la communication, l'action, le rapport aux objets) les structures de la relation didactique, qui s'inscrivent de manière déterminée dans la topogénèse et la chronogénèse (puisque elles supposent toujours un certain partage topogénétique, variable et un moment précis d'occurrence dans la chronogénèse), et sont souvent entrelacées : par exemple, l'analyse de l'action peut et doit produire de la dénomination, qui réorganise l'analyse, celle-ci réorganisant l'action, etc. Nous présentons maintenant une rapide description des types de tâches identifiés :

– la *dénomination* consiste à nommer certaines des actions des élèves (nombre d'arrivée, nombre de départ, stratégie) ou certaines de leurs déclarations (théorie des nombres pairs) : ces mots vont ensuite fonctionner comme mots-concepts et comme outils discursifs ;

11. Pour reprendre la dichotomie ergonomique, on est dans le cas où des tâches « effectives » existent, sans que soient réellement présentes, dans la culture institutionnelle où elles s'accomplissent, les tâches « prescrites » correspondantes.

— la *détermination de l'action* suppose par exemple l'élaboration et la « transmission » de buts, mais elle nomme sans doute une tâche trop vaste, et peut référer en fait aux deux grandes fonctions de *définition* et de *régulation*;

— l'*organisation de l'action dans le milieu* consiste à déterminer des règles d'action (tel le choix de dire seulement le nombre-somme dans la course à 20) qui garantissent l'*adéquation du travail à la situation*;

— l'*organisation de la situation pour l'action* consiste à organiser des (ré)aménagements didactiques précis, par exemple lors de la modification de variables didactiques réorganisant le « jeu » dans lequel sont impliqués les élèves (par exemple, le professeur peut proposer aux élèves de chercher à « savoir à l'avance qui va gagner ») : ces réaménagements garantissent l'*adéquation de la situation à l'objet de l'enseignement*;

— l'*analyse de l'action (dialogique, stratégique)* consiste à identifier et faire identifier les traits pertinents de l'action dans la situation;

— l'*organisation de l'interaction* consiste à gérer les échanges linguistiques dans la classe, par exemple pour permettre que des significations produites par les déclarations des élèves soient institutionnalisées;

— l'*intégration des objets* consiste à déterminer (de manière plus ou moins coopérative) la nature des objets rencontrés dans la situation et leur mode d'utilisation : par exemple déclarer « Il vaut mieux écrire les stratégies » et proposer l'utilisation d'un tableau *ad hoc*, comme le fait l'un des professeurs observés.

Le modèle proposé s'établit en conséquence sur trois niveaux : NDI, niveau de description 1, pour les structures fondamentales de l'action; NND2, niveau de description 2, pour les grands types de tâches; NND3, niveau de description 3, pour les classes de techniques. Dans l'analyse qui suit (section III), ces trois niveaux de descriptions pourront être entrelacés, et *devront* l'être, dans certains cas, pour rendre raison de l'action observée.

## II. LE CADRE DE L'ÉTUDE EMPIRIQUE

### 1. L'organisation générale de la recherche

Cet article a été écrit à partir du travail mené autour de cinq séances d'enseignement appuyées sur le jeu de la course à 20, conduites en CM2 par cinq professeurs différents (qui ne connaissent pas le jeu préalable), et cela selon un protocole précis : les chercheurs donnent au professeur volontaire un canevas écrit décrivant la course à 20, précisent le sens de ce canevas en jouant une partie avec le professeur, sans donner aucune information d'aucune sorte relativement au jeu et à ses enjeux, demandent au professeur d'organiser dans sa classe une séance de mathématique autour de ce jeu, organisation pour laquelle il lui est laissé la plus entière liberté. Chaque séance est précédée d'un premier entretien et suivie d'un second entretien. Dans ce qui suit, nous n'allons pas exploiter

directement toutes les ressources offertes par cette méthode, que nous n'avons mentionnée ici que pour préciser le contexte général du travail décrit. Sans nous entendre de recourir à une analyse croisée, nous focaliserons notre analyse sur une leçon produite par un professeur particulier, qui servira de matériau empirique pour l'élaboration du modèle présenté dans la section précédente et repris dans la section III.

### 2. La course à 20

La matière de la séance proposée, c'est donc la course à 20 : le jeu met en présence deux adversaires ; le premier dit un naturel  $X$ , strictement inférieur à 3 (par exemple, il dit 1) ; le second dit le naturel  $Y$ , obtenu en ajoutant 1 ou 2 à  $X$ , (par exemple, il ajoute 2 à 1, et il dit donc 3) ; le premier dit alors le naturel  $X_2$ , obtenu en ajoutant 1 ou 2 à  $Y_1$ , (par exemple il ajoute 1 à 3 et il dit 4), etc. Celui qui peut dire 20 et le fait, a gagné. La suite des nombres que l'on peut dire pour gagner à coup sûr est 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20. Un moyen de modéliser le jeu est le suivant. Soit  $n$  le nombre qu'on cherche à atteindre (dans l'exemple,  $n = 20$ ), et soit  $p$ , le successeur du nombre le plus grand qu'on ait le droit d'ajouter (dans l'exemple,  $p = 3$ ) ; une stratégie gagnante consiste, pour le premier joueur qui le peut, à réguler la suite  $\{X_i\}$  pour dire 17 : l'autre joueur, ne pouvant ajouter que 1 ou 2, ne se trouve pas en position de dire 20, tandis que l'on pourra conclure sur le 18 ou le 19 qu'il aura dû énoncer. On obtient alors un modèle du jeu qui donne la liste des jeux équivalents :  $n = pq + r$ , soit ici  $20 = 3q + 2$ , ce qui montre que la course à 20 équivaut à la course à 2, que le jeu se joue en  $q = 6$  coups, que le premier joueur gagne en nommant tous les jeux équivalents successifs. Guy Brousseau (1998) montre comment les recherches fondées sur l'ingénierie de la course à 20 ont permis de dégager les conditions didactiques sous lesquelles apparaissent les théorèmes (du type « 17 gagne, la course à 20 équivaut donc à la course à 17 », ou « 14 gagne, etc. »). Plus généralement, on sait que ces recherches ont joué un rôle important dans la construction de la théorie des situations didactiques en mathématiques.

Pour ce qui concerne l'ensemble de travaux qui sous-tend cet article, on peut dire que la course à 20 a pu agir comme un *révélateur* de certaines manières d'enseigner du professeur. Les fortes contraintes de cette situation engagent en effet le professeur à développer des techniques didactiques à la fois spécifiques et génériques, et permettent de constater l'individualisation de techniques dont la nécessité répond à ces contraintes. Les propriétés ergonomiques de la situation créée par ce jeu lui assurent une grande autonomie de fonctionnement<sup>12</sup>. Elle peut être

12. Pour s'en persuader on pourra comparer avec les situations — les feuilles de papier, le Tangram, etc. — relatives aux rationnels et décimaux dans la scolarité

transmise très rapidement, sans aucune connaissance préalable, aux professeurs observés, et sa robustesse garantit l'intérêt didactique de l'entrepris, aspect fondamental, bien entendu, pour le professeur responsable de la classe.

Dans la recherche sur laquelle cet article s'appuie, nous sous sommes attachés à déplacer l'analyse désormais classique de l'élève – des élèves – dans la course à 20 vers celle du professeur et des techniques qu'il produit pour faire vivre la situation, considérant alors la course à 20 comme une situation expérimentale pour l'étude du comportement du professeur. En tant que telle, cette situation expérimentale implique un certain réductionnisme dont on doit se demander en quoi il peut empêcher de généraliser les résultats obtenus : nous aborderons cette question en fin d'article.

### 3. Décrire l'action : une méthode

Une question essentielle de ce travail est le problème théorique de la description de l'action. Une action donnée peut se décrire d'un très grand nombre de façons, en fonction des catégories utilisées pour la description. Le parti que nous avons pris, à la fois épistémologique et technique est le suivant<sup>13</sup>. Tout d'abord, il s'agit de déterminer un grain de description très petit, de l'ordre de la phrase (professorale) ou de l'ensemble restreint de phrases : le choix de ce grain très fin s'explique par la nécessité ressentie de parvenir à une sorte d'unité de sens à partir de laquelle recomposer l'action. Ensuite, on convient de décrire deux fois le travail du professeur : une première fois dans une sémantique naturelle de l'action, qui puisse nous permettre d'envisager les actes du professeur – avec le grain considéré – comme un familier de l'action pourrait le faire ; une seconde fois à l'aide des catégories théoriques évoquées plus haut. Enfin, à partir de cette double description, on augmentera le grain pour mettre en rapport différents moments de la séance que la modélisation nous permet de penser ensemble.

Cette manière de faire, qui constitue évidemment une technique particulière d'analyse d'un corpus, a pour ambition de permettre à la fois l'analyse ascendante, clinique, inductive, d'une pratique donnée

obligatoire étudiées par Guy Brousseau (1987), qui engageant bien davantage le professeur.

13. Nous pourrions tenter de justifier au fond, de manière épistémologique et théorique, les éléments techniques adoptés, mais ce serait là l'objet d'un autre article. Nous nous contenterons donc de quelques éléments technologiques pour essayer de faire saisir nos intentions.

née<sup>14</sup>, et l'analyse descendante que permet le langage de la modélisation théorique<sup>15</sup>. Ces deux analyses sont d'une certaine manière indépendantes, puisque la première suppose pour un temps une suspension théorique, au terme de laquelle la seconde pourra s'exercer : il s'agit en fait de produire une description de l'action qui respecte le sens du jeu du praticien et le dynamisme de l'activité. Mais le travail du chercheur ne s'arrête pas là : il faut de plus décrire l'action d'une manière à rendre raison de l'ensemble de ses déterminants essentiels, dont certains peuvent être opaques pour le praticien<sup>16</sup>.

### III. ANALYSE D'UNE SÉANCE

On tente ici de caractériser certains aspects du travail de l'un des professeurs enquêtés, en suivant la démarche suivante. Nous expliciterons tout d'abord dans les grandes lignes, sur la base de ce qui précède, la gestion de la séance par l'un des professeurs. Nous décrirons ensuite certaines des techniques didactiques produites par le professeur, d'abord en utilisant le langage d'une « sémantique naturelle de l'action »<sup>17</sup> (dans un tableau, la colonne de gauche présente les énoncés du professeur ou des élèves, les manières de faire que nous identifions sont en correspondance dans la colonne de droite), ensuite en utilisant un langage théorique pour la caractérisation des mêmes énoncés produits dans la classe. À chacun des moments de cette description, nous pourrions nous aider ponctuellement des analyses du travail des quatre autres professeurs ayant fait l'objet d'une observation, ainsi que de certaines analyses présentes dans la littérature sur le sujet et qui nous semblent en consonance avec nos propres caractérisations.

14. À partir notamment du travail de Michel Foucault (1963) sur la clinique, et de Carlo Ginzburg (1987) sur ce que ce dernier appelle le paradigme inductif, un travail d'élaboration est actuellement en cours, qui s'efforce de caractériser conceptuellement et linguistiquement l'analyse ascendante et l'analyse descendante, et de penser les relations possibles et nécessaires entre ces deux types d'analyse.

15. On perçoit donc ici que la caractérisation ascendant-descendant est différente de celle utilisée par Claire Margolinas (1995).

16. Sur cette question, voir Sensevy 2000.

17. En donnant à ce terme, nous le rappelons, le sens suivant : le sens (« sémantique ») que peut avoir l'action pour un familier (« naturelle ») de la production de l'action.



branches – est-elle pointée par les élèves. De même, le dialogue professeur-élève n'est pas fictif, puisque le professeur tente visiblement d'appréhender et de comprendre ce qui pose problème aux élèves (comme le montre l'utilisation de « c'est ça » au tour de parole 15). Semblablement, encore, la fixation de la technique employée se fait de manière coopérative, dans la reprise, par le professeur, de l'énoncé d'élève « sinon on comprend pas ». La technique d'énonciation permet de clarifier la structure du jeu, de le *définir*. Le double marqueur conversationnel « alors donc » utilisé par le professeur contribue ici à argumenter rétrospectivement en faveur de la dernière conclusion en légitimant du coup (par la force illocutoire du « donc » dans la bouche du garant de l'institution didactique) la convocation d'une norme justifiant le processus déductif en cours.

## 2.2. Identification-reconstruction des traits pertinents de l'action

Cet épisode nous semble paradigmatique de certains aspects du travail professoral dans les situations didactiques : pour l'ensemble – certes limité – des professeurs observés, de tels moments, où le professeur s'engage dans un dialogue, dans une *analyse dialogique* de l'action dont le but consiste à « clarifier la situation », sont très nombreux. On peut supposer que le travail du professeur<sup>21</sup> consiste très souvent à faire redécouvrir et reconnaître leur action aux élèves, grâce à l'utilisation corrécte de techniques d'identification-reconstruction des traits pertinents de l'action<sup>22</sup>.

21. Peut-être plus particulièrement en situation didactique, mais ceci reste à vérifier puisque tracer la ligne de démarcation entre situation didactique et situation didactique est en soi une question délicate – à la fois sur le plan épistémologique et sur celui des indices d'observation méthodologique – dans les observations des pratiques professorales.

22. Des travaux expérimentaux en psychologie cognitive ont montré comment l'action de l'expérimentateur qui fait remarquer les traits pertinents d'une situation favorise la construction d'analogies productives dans le fonctionnement cognitif (Bastien 1997, p. 124-142). En psychologie sociale, les travaux sur la construction de l'intersubjectivité en situation de test ou en situation scolaire ont également mis en évidence les effets de la co-construction de la réalité – à la fois l'objet de l'échange mais aussi le cadre et le processus interactif lui-même – dans la modification des connaissances des sujets interrogés (Grossen & Py 1997).

Après l'erreur de Victor...

Professeur : « ...est-ce que tu savais Victor que tu as fait une erreur... » (368)	Inclination à identifier ce qu'on fait quand on le fait
Victor : « maintenant je sais qu'il faut pas dire le "six" et le "sept"... » (369)	
Professeur : « ...mais ça tu le savais pas tout à l'heure... » (370)	
Victor : « non je le savais pas... » (371)	Différenciation entre erreur « d'attention », de « manipulation » et erreur d'ignorance
Professeur : « ah donc vous lui dites qu'il a fait une erreur non c'est pas vrai il a pas fait une erreur il ne savait pas César dit qu'il a fait une erreur mais en fait il a pas fait d'erreur il ne savait pas qu'il fallait pas dire "six" ou "sept"... » (372)	

Il s'agit ici de repérer un « type d'erreur » en le référant à l'intervention d'une nécessité mathématique (ici, une nécessité stratégique). De plus, il faut comprendre que la distinction entre « erreur d'attention », qui se produit *malgré* la connaissance de la série gagnante, et « erreur conceptuelle », qui se produit à cause du manque de connaissance de la série gagnante, est importante pour faire reconnaître aux élèves une caractéristique de la nécessité mathématique : si l'on connaît la suite gagnante, on gagne, mais à condition de « bien jouer », comme vont finir par le dire les élèves eux-mêmes. Cette restriction, en elle-même, ne change rien à la « force de la règle »<sup>23</sup>, à travers laquelle les élèves peuvent éprouver – et éprouvent souvent, dans les séances de la course à 20 – la nécessité mathématique, mais elle amène à l'idée que l'énoncé d'une suite gagnante doit être considéré comme la description d'une *stratégie* gagnante, qu'il s'agit de jouer.

On perçoit également sur cet exemple comment le rapport à un objet (la nécessité mathématique) – dont le professeur ne dit rien lors des entretiens d'avant et d'après séance<sup>24</sup> – semble ici travaillé. L'intervention du professeur répondrait-elle à d'autres fins, par exemple clarifier « simplement » l'échange entre les élèves, pour éviter par principe ambiguïté et quiproquo ? Sommes-nous au contraire dans le cas d'un objet certes non mentionné dans les entretiens, mais implicitement important dans le travail de ce professeur ? Un entretien différencié pourrait peut-être de recueillir un matériau qui diminuerait l'incertitude de l'analyse. Notre interprétation, qui suppose le professeur attentif à la nécessité mathématique, se trouve renforcée par certains éléments

23. Sur cette notion, et sur la philosophie mathématique de Wittgenstein, voir Bouveresse 1987.

24. Aucun des professeurs enquêtés ne mentionne d'une manière ou d'une autre, lors des entretiens, le rapport à la nécessité mathématique comme objet de travail de cette séance.

### 1. Gestion de la séance par le professeur enquêté

La séance comporte sept grandes phases :

- la démonstration du jeu : la course à 20 est décrite par le professeur ;
- le jeu n°1 (individuel libre) : le professeur joue avec un des élèves
- on peut estimer que c'est à cause du nombre impair d'élèves dans la classe, mais on verra que le professeur va s'appuyer sur les parties jouées avec l'un des élèves pour conduire la séance, l'épisode revêt donc une fonction didactique ;
- le jeu n°2 (individuel) : il s'agit cette fois de « prévoir », et de « gagner à tous les coups », comme a pu le faire le professeur lui-même lors du jeu n°1 ;
- la proposition d'un nouveau jeu : il s'agit, par groupes, de déterminer une stratégie de gain, et d'écrire cette stratégie ;
- le jeu n°3 (par groupes de 4) : les groupes jouent les uns contre les autres, devant le reste de la classe ;
- la proposition d'un nouveau jeu : il consiste à déterminer une technique pour produire la stratégie gagnante ;
- le jeu n°4 (individuel) : il s'agit cette fois d'une course à 30, avec  $n = 30$  et  $p = 4$ .

### 2. Techniques didactiques

Les grandes lignes de la séance étant dessinées, nous examinons maintenant certaines de ses périodes. Engagés dans une analyse ascendante du travail du professeur, de son action vers son projet<sup>18</sup>, nous avons identifié et sélectionné comme particulièrement pertinents du travail des préhension de son action les périodes *transformatives* du travail des élèves, qui correspondent donc à la *mésogenèse*, en tentant alors de *décrire théoriquement* ces périodes. Les techniques, identifiées ici, de transformation du milieu, de déplacement du partage topogénétique, ou de modification chronogénétique sont regroupées selon la fonction didactique à laquelle elles contribuent. Elles ne sont donc pas décrites d'emblée comme *des réalisations de la description théorique* donnée en préalable à la présentation du matériel recueilli : ce qui suit ne constitue donc pas un exemple d'application du modèle initialement présenté, mais un matériau, à la fois empirique et théorique, dont le rôle dans cet article consiste à fournir un *arrière-fond* au modèle présenté.

#### 2.1. Construction coopérative de règles d'action

L'extrait du protocole considéré ci-après nous confronte à la construction coopérative de la règle suivante : ne pas énoncer « l'intermédiaire » — le nombre ajouté, 2 ou 1 — mais directement le nombre obtenu. Les choses se passent de la manière suivante : le premier élève-joueur dit « deux » ; le second dit « un » (sous-entendu j'ajoute « un ») ; un autre élève de la classe dit : « Euh... faut dire directement trois ». Alors le professeur, qui n'était pas directement intervenu jusque là, dit : « Attends, y a quelque chose qui va pas ».

Professeur : « ...attends, y a quelque chose qui va pas... » (9) <sup>19</sup>	Suspension du jeu à la suite de la discussion entre élèves, affirmation d'incertitude sur la manière de procéder.
Professeur : « ...il faut dire quoi... » (11)	Énonciation d'une anomalie
Professeur : « ...et lui il a dit... » (13)	Identification de l'anomalie
	Identification de ce qui est discuté : sous-entendu, il a dit le nombre ajouté au lieu de dire le nombre obtenu
	Fixation de l'alternative possible : (dire le nombre ajouté ou pas)
Professeur : « ...ah ben il a dit plus il a dit le nombre que t'as ajouté c'est ça... » (15)	Identification de la technique : « dire le nombre ajouté »
Professeur : « ...c'est pas utile... » (17)	Verdict d'évaluation quant à la manière de jouer
Elève : « ...ouais il faut dire juste ! Jusque là on comprenait pas » (19)	
Professeur : « ...sinon on comprend pas alors donc... Euh... On dit que le nombre d'arrivées » (20)	Fixation de la manière de jouer Fixation du terme « nombre d'arrivées »

Dans cet échange, on voit bien comment le fait de poser une question à un élève (à la classe), qui permet d'éclairer le comportement d'un élève donné — « et lui il a dit » (13) —, est à la fois une façon de relancer le processus de dévolution, et une manière de mettre les élèves en position réflexive<sup>20</sup>. L'épisode se termine par la construction d'une dénomination commune (« nombre d'arrivées ») qui contribue à constituer le langage du jeu. La coopération est ici particulièrement sensible. Ainsi « l'anomalie » — l'alternative et le fait qu'il faille choisir entre ses deux

18. Analyse, rappelons-le, différente de l'analyse ascendante du milieu proposée par Claire Margolinas.

19. Les indications chiffrées en regard des interventions du professeur et par les élèves correspondent à la numérotation des tours de parole dans le protocole de la séance.

20. Il y a « remontée dans la structuration du milieu » au sens de Brousseau 1990 et de Margolinas 1995 et 1997.

d'analyse, même si d'autres décisions montrent que cette attention ne correspond pas forcément à l'idée que les élèves devraient aboutir à penser le jeu en termes de *stratégies*, gagnantes ou non. Quoi qu'il en soit, on voit comment, ici, le professeur *régule* la situation : on est bien dans le cas où son action aurait pour fin la production, par les élèves, d'une stratégie gagnante, même si cette fin est dans ce cas relativement éloignée.

### 2.3. Diffusion dialogique

On peut voir ici une structure générale dialogique, qu'on doit regarder comme une structure tripolaire (le professeur, l'élève, la classe)<sup>25</sup> :

- question du professeur initiatrice d'un débat ;
- réponse d'élève ;
- résonance<sup>26</sup> du professeur sur cette réponse, manifestée en particulier par une reprise partielle ou totale orientée vers l'élève qui a produit la réponse, dans une sorte de demande de confirmation ;
- confirmation de l'élève ;
- diffusion de l'énoncé-réponse d'élève à l'ensemble de la classe, qui est censée s'exprimer à son propos.

Elève : « ...ça revenait à chaque fois les nombres... » (159)	
Professeur : « ça revient à chaque fois... » (160)	Reprise de l'expression « ça revient »
Elève : « ou... » (161)	
Professeur : « ..chez eux c'est pareil ou c'est pas pareil alors chez vous... est-ce que chez vous ça revient aussi est-ce que c'est toujours le même qui gagne... alors est-ce que on retrouve forcément des choses » (162)	Confirmation Diffusion Nécessité Demande de confrontation

On a affaire, dans ce cas, à une technique didactique par laquelle le professeur organise la confrontation des énoncés d'élèves, et leur appropriation. De sa réussite dépend la modification du milieu : le professeur fait entrer dans le milieu un certain nombre de significations par rapport auxquelles les élèves vont prendre position. *L'aménagement du milieu* suppose donc la construction, l'aménagement du rapport à des signifi-

cations plus ou moins pérennes<sup>27</sup>, d'une part. Mais il suppose aussi, d'autre part, le traitement, par les élèves, de significations *hic et nunc*, que celles-ci soient fournies par le professeur, par le rapport singulier avec le milieu déjà constitué, ou par des énoncés d'autres élèves, qui peuvent agir comme reconnaissances, comme introduction au milieu à constituer. Une bonne partie de l'action du professeur peut donc consister, dans un *contrat constructiviste* (Brousseau 1996), à diffuser les énoncés « pertinents » d'élèves, et à s'assurer de leur appropriation-discussion par la classe. Pour le problème de la course à 20, on est dans le cas de cette reconnaissance de la *nécessité* (« alors on retrouve forcément des choses ») qui semble constituer ici, non seulement l'une des dimensions du projet mathématique et épistémologique du professeur, mais encore un moyen didactique : si « des choses se retrouvent » cela doit signifier pour les élèves que leur identification est susceptible de procurer le gain. On perçoit ainsi la fonction *mésogénétique* fondamentale de la construction du dialogue « trilogique ».

### 2.4. Indication d'une contradiction : apories et gestion des maclés

Certaines fois le professeur met en évidence une *contradiction*, non pas vraiment entre conceptions, mais entre énoncés d'élèves, comme dans le tour de parole 185 (ci-après).

Sur la contradiction « 11 gagnant / Pair gagnant »	
Professeur : « ...toi tu penses les nombres pairs lui 11 c'est pas un nombre pair je sais pas moi... » (185)	
Professeur : « ...toi tu fais des nombres pairs... » (189)	
Professeur : « ...pour aller à 14 tu fais que des nombres pairs... » (191)	
Professeur : « ...et lui il fait 11 donc... » (193)	Mise en évidence de la contradiction
Après la justification de la suite gagnante après 11 (194)	
Professeur : « ...vous suivez son raisonnement là ouais alors c'est bon vous êtes tous les quatre parce que... » (195)	Vérification de l'appropriation-unanimité

Dans ce cas, on n'a sans doute pas affaire à une maclé au sens du terme classique en didactique, c'est-à-dire à une contradiction constituée résultant de l'affrontement entre deux conceptions construites (Ratsimba-Rajohn 1992), et il s'agit plutôt d'un manque d'appropriation des énon-

25. On pourrait parler à cet égard de *trilogie* : voir Schubauer-Leoni 1997.

26. Au sens de Comiti, Grenier (1997), Grenier (1998), et Comiti, Grenier, Margolinas (1995).

27. Certaines sont tout à fait *pérennes*, au sens de Mercier 1986, d'autres appartiennent à la mémoire didactique du système.

cés d'autrui. Mais le professeur cherche à mettre en évidence la contradiction de ces énoncés. La focalisation du professeur sur cette contradiction n'est pas étonnante : celui-ci avait prévu, lors de l'entretien précédant la séance, que la parité pourrait faire obstacle aux élèves<sup>28</sup>, comme une évidence première ; cette focalisation montre qu'il possède une manière de traiter des obstacles d'évidence, qui consiste en la production d'une aporie par la désignation et la gestion d'une macle. On verra plus loin comment le professeur continue, dans le cours de la séance, à traiter la « difficulté » de la parité sans pourtant aller jusqu'à organiser sur ce point le développement radical d'une contradiction dévolue à la réflexion collective des élèves.

### 2.5. Les mots comme outils

S'attacher à décrire l'action du professeur, c'est inévitablement rencontrer des comportements, dont une immense partie est langagière<sup>29</sup>. On peut donc penser que l'analyse va permettre de mettre en évidence des techniques linguistiques, dont certaines, spécifiquement produites par les contraintes didactiques, vont les exprimer en retour<sup>30</sup>. Nous avons donc étudié, dans ce qui suit, deux techniques d'une manière plus spécifiquement linguistique, en affinant encore le grain de l'analyse : ce choix limité ne saurait faire oublier que nous aurions pu procéder à la même opération pour la plupart des techniques décrites ici.

*Utilisation des pronoms* (1) : la technique d'utilisation des pronoms dans l'extrait suivant paraît révélatrice de la relation récurisive entre langage et situation. Il s'agit de redéfinir la topogénèse en versant la validation et la reprise de la stratégie proposée à la charge des élèves.

28. Ce fait n'est pas surprenant, puisqu'en CM2 les élèves n'ont que très peu de moyens d'analyse des nombres : « caractériser » un nombre se ramène alors à indiquer s'il est pair ou impair. On peut même conjecturer que par effet de contrat certains élèves vont interpréter le jeu dans son ensemble comme un exercice sur la parité.

29. Cela dit sans méconnaître l'importance des comportements infraverbaux, en particulier ceux qui réfèrent aux déplacements, aux lieux d'énonciation dans la classe, à la gestion des distances : on peut par exemple s'interroger sur les liens pouvant ou non exister entre la topogénèse (qu'on peut considérer comme une distance symbolique didactique) et la proxémique instituée dans l'espace-classe.

30. Pour une première exploration des techniques linguistiques didactiques, voir Quilio 1998.

Professeur : « ...c'est fini la stratégie est écrite bon alors chut ça y est Vincent ça ne te regarde pas pour l'instant vous allez voir vous allez voir alors... » (251)	Conclusion de la phase précédente Rappel de la nécessité d'écriture
Elève : « ...on peut commencer... » (252)	
Professeur : « ...non non attendez parce que alors il est évident que si on essaye la stratégie la si jamais on va faire une partie si jamais on s'aperçoit que votre stratégie n'est pas bonne eh bien on pourra la modifier après » (253)	Explicitation de la modalité du travail Distribution des responsabilités relatives au savoir

Attachons-nous par exemple à déterminer le statut des différents « on » dans le tour de parole 253 :

— « ... Si on essaye la stratégie... » : cette occurrence peut être assimilée à un « on » pronom indéfini, mais tout aussi bien à un « on » de fusion topogénétique, c'est-à-dire un « on » où le professeur se met du côté du groupe d'élèves qui essaierait, et où la dissymétrie de la relation didactique est (fictivement) gommée.

— « ... si jamais on va faire une partie... » : la valence « indéfini » diminue, tandis qu'augmente la valence de « fusion » topogénétique.

— « ... si jamais on s'aperçoit que votre stratégie n'est pas la bonne... » : peut-être, ici, le « on » s'oppose-t-il au « votre » pour mimer linguistiquement l'opposition entre la classe (y compris le professeur) qui reçoit la stratégie, et le groupe qui la produit. La stratégie est donc à la charge exclusive des élèves tandis que son examen (« on s'aperçoit ») est traité conjointement par les élèves et le professeur.

— « ... eh bien on pourra la modifier après... » : curieux statut de ce « on », qui semble reprendre ensemble la totalité classe, comprenant maintenant le professeur et le groupe : il désignerait la *production d'institution* et l'entrée des élèves du groupe dans l'institution-classe (qui comprend le professeur), garante du savoir. Le précédent « on », dans sa valeur d'opposition au « votre », signifie la partition physique entre groupe proposant et ensemble de la classe discutant ; le « on » de « on pourra la modifier après » est alors susceptible de signifier la réintégration du groupe proposant dans l'ensemble de la classe.

Cette utilisation des pronoms actualise la trilogie fondamentale des interactions didactiques. Les propositions des élèves tirent une grande partie de leur pertinence du fait qu'elles peuvent faire avancer la classe dans son ensemble, en tant qu'unité pensante collective : les formes langagières utilisées par le professeur sont directement permises par les caractéristiques de la situation interlocutoire (ici, la disposition des élèves en groupes proposant face à la classe), et l'utilisation de ces formes (ici, le pronom « on » dans ses diverses significations et dans son opposition au pronom « votre ») actualise en retour ces caractéristiques de situation.

Utilisation des pronoms (2) : dans ce qui suit, le professeur utilise le « moi-je », associé à un verbe qui exprime son attention à un groupe d'élèves – « Moi je voudrais bien écouter les rouges » (383). Cette utilisation des pronoms *moi*, et *je*, ou plus exactement du pronom « moi-je » montre comment on peut considérer l'énonciation du professeur, à certains instants, comme utilisation d'instruments linguistiques qui s'assimile à une tâche particulière<sup>31</sup>. Ici, il s'agit de dire la légitimité du travail des élèves, puisque le professeur demande à en être informé en se situant comme un élève ordinaire qui chercherait des arguments à verser au débat. Il s'agit en quelque sorte de solliciter une forme d'imitation de la démarche de prise d'information que le professeur donne à voir.

Professeur : « ...alors est-ce que maintenant on peut comparer les feuilles... » (380)	Comparaison des affiches au tableau
Professeur : « ...moi je voudrais bien écouter les rouges [...] parce qu'ils ont écrit quelque chose ils ont fait comme eux ils ont écrit quelque chose » (383)	Attire l'attention des élèves Mise en parallèle de deux productions d'élèves

Il y a *mouvement topogénétiq*ue : le professeur s'intéresse à ce que font les élèves, il les *écoute*, et cela non parce qu'il attend de leur part une réponse précise à une interrogation qu'il a produite (ce qui correspond à la fonction classique de l'écoute professorale dans le contrat didactique), mais parce que ce qu'ils sont capables de dire est didactiquement pertinent (au moins virtuellement) dans le débat.

Ce mouvement topogénétique est *ascendant* : de la position d'élève à la position de professeur, la distance topogénétique est accrue, parce que le professeur *donne à voir* dans son propre comportement un aspect du bon comportement (d'élève) dans une situation adidactique de formulation et validation : écouter l'autre et « mettre à l'étude » sa déclaration. On notera également, en 383, la mise en parallèle de productions

31. L'utilisation du « moi-je » peut être conçue comme celle d'un artisan, qui, à un certain moment de son travail, va faire usage d'un tournevis, ou d'un rabot. Le tournevis, ici, c'est le « moi-je ». Si l'on prend le cas de ces outils, par exemple, on voit bien qu'ils sont conçus pour un usage particulier, pour accomplir une tâche, d'ailleurs dialectiquement (récursivement) définie en fonction de l'outil : d'une certaine manière, l'instrument déborde la tâche (il peut faire plus et autre chose que la tâche pour laquelle il a été « conçu »), et la tâche déborde l'instrument (elle comprend des domaines que l'instrument ne parviendra pas à atteindre). C'est ce double débordement qui permet les diverses catarchèses : une spécificité de l'instrument linguistique tient à ce que ses propriétés résident non dans sa capacité *intrinsèque* à signifier, mais dans ce qu'il signifie au sein de l'institution-classe en tant qu'usages auxquels il est associé (le grec *katach-résis* désigne l'emploi d'un mot au sens figuré, faute d'un mot propre).

d'élèves comme un exemple donné aux élèves de « ce qu'il faut faire » : le « moi je voudrais bien écouter » a donc pour effet une légitimation de la production des élèves, et du comportement qui l'a permise. Plus encore, de la position haute de celui qui sait, le professeur indique aux élèves ce qu'il faut faire, il les invite à « s'élever » (mouvement topogénétique ascendant) au comportement adéquat d'écoute et d'étude en situation (a)didactique. Cependant, ici encore, le professeur n'engage pas le développement d'une macle de contradiction.

2.6. Reprise d'un trait pertinent ou d'une question

D'une manière assez générale, la dévolution opérée dans cette séance (ainsi que dans les autres séances de la course à 20 étudiées) est une dévolution de l'*action adéquate*, du *travail adéquat*, ce qui suppose aussi la dévolution du projet dans lequel ce travail va prendre sens. La reprise observée assure cette fonction.

Professeur : « ...et donc vous faites vous faites deux parties aussi... »	Indication du nombre de parties : <i>principe de comparaison des observations à partir de deux expériences (reprise d'un trait pertinent de la phase précédente)</i>
Professeur : « et ensuite on essaiera de voir ben est-ce que est-ce qu'on peut prévoir qui va gagner et depuis quand on le sait... » (68)	<i>Incitation à la prédiction savoir qui va gagner, et identifier « depuis quand on le sait »</i>
Professeur : « ...enfin je sais pas... » (68)	<i>Déclaration (feinte) d'ignorance</i>
Professeur : « ... on essaiera de trouver la règle d'accord ça marche on essayez allez » (68)	<i>(Terme « règle »)</i>

Professeur : « ...ah vous pensez que ça vient du nombre de démarrage... » (150)	<i>Établissement d'un dialogue</i>
Professeur : « ...donc tu penses que c'est ça... » (152)	<i>Insistance une signification propre au jeu : « nombre de démarrage »</i>
Professeur : « ...bon je sais pas il va falloir voir... » (154)	<i>Demande de confirmation</i> <i>Incitation à construire une argumentation logique (donc)</i> <i>Déclaration (feinte) d'ignorance</i> <i>Incitation à la recherche</i>

Ce qui caractérise le processus de dévolution, c'est qu'il est justement processus, c'est-à-dire sans cesse opéré à nouveau, avec une intensité variable, au moyen de techniques diverses. Ici, la technique de dévolution consiste en un déplacement de la topogénèse : le professeur dit « enfin je sais pas » (68) ou « bon je sais pas il va falloir voir » (154). Il exprime une certaine forme de symétrie avec l'élève dans le travail didactique. Il s'agit donc, en opposition avec l'exemple précédent, d'un mouvement topogénétique *descendant*, où la distance topogénétique entre le professeur et l'élève est réduite.

Le professeur fait mine de se mettre, comme l'élève, en position de chercheur : en affichant une certaine forme d'ignorance il légitime l'ignorance de l'élève et peut l'amener à investir cette position de « chercheur ». Disant cela, le professeur signifie virtuellement : « moi-même, qui en général affirme ou laisse penser que je sais, je me mets en position de recherche et je cherche une réponse que je n'ai pas *a priori*. Il faut donc chercher. » Bien sûr, cette ignorance est fictive, puisque le professeur, au début de la séance, a affirmé qu'il savait « gagner à tous les coups », et qu'il explique dans l'entretien qui suit la séance que cette posture lui a été très utile pour gérer la séance. D'une part, en effet, le professeur laisse entendre aux élèves qu'il sait gagner, sans pour cela avoir réfléchi aux « détails » de la manière d'obtenir ce gain (ce qui correspond bien à un processus de dévolution topogénétiqque, puisque le professeur « laisse de l'espace » aux élèves). D'autre part, on peut penser que le professeur produit ici un signe à l'intention des élèves, signe qui doit être interprété au sein du contrat didactique propre aux situations ou aux moments adidactiques : on est donc en présence d'une forme faible d'effet Topaze, qu'on pourrait nommer *indication Topaze*, qui n'est pas relative aux objets de savoir proprement dits, mais à la nature du travail que les élèves doivent accomplir (chercher en direction du « nombre de démarrage »).

Il semble clair que les questions traitées ci-dessus se subsument sous la question des habitudes (*habitus*) épistémologiques de la classe, qui, dans le cas présent, permettent aux élèves (ou du moins à certains d'entre eux) d'interpréter « correctement » les signes fournis par le professeur.

### 2.7. Accompagnement et transition

La gestion de la topogénèse par le professeur suppose que, à certains moments, ce dernier accorde à l'élève un espace vierge de toute présence professorale, où il soit autonome.

Professeur : « ... bon alors maintenant s'il vous plaît alors chut attendez attendez je vous arrête une seconde alors ça y est victoire stop bon... » (206)	Changement de phase Modification du tempo chronogénétiqque Accompagnement de l'action des élèves
Professeur : « ... je vais vous proposer cette fois-ci non pas de jouer deux contre deux mais de jouer ce groupe contre celui-là ce... » (206)	Définition de la tâche de jeu par groupe

Lorsque le professeur, lors d'un changement de phase, dit aux élèves « alors ça y est victoire » (206), tout se passe comme s'il fallait absolument que les élèves soient assurés de pouvoir occuper leur lieu (s'adonner à leur activité) le temps nécessaire, comme s'il en allait de la possibilité que perdue l'enseignement (on imagine l'élève disant au

professeur : « puisque je n'ai jamais le temps de finir ce que vous me demandez de faire, je ne fais plus rien »). Aussi le professeur n'arrête pas les élèves brusquement : il accompagne le changement d'activité – du jeu à deux au jeu groupe contre groupe –, il assure aux élèves une forme d'autonomie, et, dans le même temps, il évite de (se) poser la question de l'autonomie<sup>32</sup>. Il indique aux élèves le progrès du temps didactique et leur organise un territoire. Le processus de topogénèse est donc un processus de territorialisation / déterritorialisation. Comme dans l'ensemble des exemples considérés jusqu'ici, nous focalisons l'analyse sur l'un de ses versants, ici le versant topogénétiqque. Mais il est clair, dans cet exemple comme dans ceux qui précèdent, que les techniques professorales répondent à plusieurs fonctions : l'accompagnement-transition désigné ici répond tout autant à des fonctions chronogénétiqques (instaurer un nouveau moment dans la séance) qu'à des fonctions topogénétiqques.

### 2.8. Résonance

Lorsque le professeur réagit à une proposition des élèves en considérant « la théorie des nombres pairs », nous avons affaire à la troisième évolution de la parité.

Professeur : « ... est-ce que eux ils ont attendus eux ils ont une autre théorie c'est la théorie des nombres pairs c'est ça... » (203)	Instauraton du terme théorie Dénomination d'une théorie concurrente Organisation de la confrontation virtuelle
---	--

Une première fois, en début de séance, alors que la parité est évoquée par les élèves, le professeur ne réagit pas du tout. Une seconde fois, à l'intérieur d'un groupe, il saisit l'occasion pour exhiber la contradiction entre élèves. Une troisième fois, un peu plus tard, la « conjecture » des nombres pairs est élevée au rang de théorie. On peut avancer, pour justifier le moment et la nature de cette réaction, l'interprétation suivante. Dans l'esprit du professeur, la connaissance de la série gagnante est

32. La réelle autonomie de l'élève pourrait le faire empîéter sur le territoire du professeur. On pense à ces domestiques capables de rabrouer leur maître lorsque celui-ci fait mine de s'occuper des tâches « dévolutives » aux serveurs, parce que les conditions anthropologiques de la communication supposent de manière radicale l'existence d'un territoire propre à chacun, que même les formes extrêmes de domination ne peuvent réellement contester. La domination ne porte pas dans le refus du territoire mais dans la précision de l'attribution d'un territoire (qu'on ne pourra vraiment contester une fois attribué). Sur ce thème de la territorialisation (et de son refus éventuel), la notion clé est celle de « propre » (De Certeau 1990), en relation avec la notion de stratégie, ces notions n'étant pas au reste spécifiques du seul dominant (Sensevy 1999).

raisonnablement avancée dans la classe : fortifier la conjecture des nombres pairs ne supposera pas l'affaiblissement de la théorie vraie, mais au contraire sa discussion, et, par là même, son renforcement. Est ins-titué chronogène ce qui favorise le projet du professeur, et on comprend dès lors comment la résonance professorale est fonction de la chrono-génèse. En effet, telle déclaration d'élève, ignorée au temps  $t_1$  (traitement  $T_1$ ), fait l'objet d'un traitement  $T_2$  au temps  $t_2$ , et d'un traitement  $T_3$  au temps  $t_3$ . Ce qui spécifie ces divers traitements, c'est l'avancée mathé-matique de la classe, et l'anticipation, dont le professeur se rend capable, du poids de ces divers traitements sur la construction des connaissances mathématiques : la résonance nulle, d'abord, la mise en évidence de la contradiction, ensuite, le statut de théorie donné à la parité, enfin, qui permet l'indication d'une maclé et le débat contradictoire lorsque la possibilité existe, pour les élèves qui ont exhibé la suite gagnante, de « réfuter » la parité. La difficulté principale, ici, tient au fait que la pari-té des nombres d'une suite gagnante n'a pas les dimensions réelles d'une proposition théorique – caractéristique qui peut contribuer à expli-quer le fait que le débat ne s'engage pas réellement dans la classe.

## 2.9. Suspension de l'action et du jugement

Ceci réalise une organisation particulière de l'espace-temps didactique, et correspond en particulier à la production d'institution.

Professeur : « ... vous verrez... » (208)	Différé
Professeur : « ... vous verrez... » (210)	
Professeur : « ... on verra... » (212)	
Elève : « ... c'est celui qui commence s'il connaît la stratégie il est obligé de gagner... » (215)	
Professeur : « ... on va voir... » (216)	Différé (suite)
Professeur : « ... ah ben on va voir... » (220)	

L'épisode correspondant se situe au premier tiers de la leçon, lorsque les élèves doivent écrire en groupe la stratégie gagnante. Tout se passe comme si, à certains instants, il était absolument nécessaire, pour le professeur, de clore le débat public. C'est le cas par exemple avant une phase de travail en petit groupe. Ainsi, un élève peut énoncer que son groupe va « commencer par le 2 » (209) sans trouver de confirmation par le professeur : « vous verrez » (210). On a là un exemple de *clôture topogénétique*, qu'on pourrait expliciter virtuellement, en termes pro-fessoraux, comme suit : « c'est de votre responsabilité, à partir de main-tenant, de débattre et de réfléchir, la balle est dans votre camp ». Nous construisons ainsi l'expression *clôture topogénétique* pour signifier le fait que le dialogue professeur-élèves, que la communication entre les deux pôles est – momentanément – interrompue.

Il faudrait pouvoir évaluer comment cette « fermeture » de la situa-tion consacre aussi la dévolution d'un milieu pour l'étude. C'est parce que les rapports au milieu sont adéquats et idoines que le temps didac-tique avance (a avancé, doit avancer, peut avancer). C'est parce que le travail de l'élève produit des rapports adéquats qu'il peut se développer dans un espace didactique et être repris dans l'espace-temps didac-tique comme un élément chronogène. La clôture topogénétique pré-sente donc une double caractéristique : d'un côté, elle ne peut être pro-duite par le professeur fructueusement que lorsque les rapports au milieu sont suffisamment adéquats pour que le travail de l'élève lui permette de traiter les « bonnes » questions de la « bonne » manière ; d'un autre côté, le travail produit par les élèves au sein de cette clôture est un élé-ment majeur dans l'avancée du temps didactique.

Le poids du temps didactique explique qu'on trouve dans les énon-cés du professeur des formes du type « attends, continue et puis après on reviera » (416). C'est bien l'idée qu'il faut poursuivre le déroulé du temps didactique, en même temps que l'instauration d'un différé, d'une sorte de « mise au frigo » (Cento 1995) : il s'agit de ne pas se détour-ner de l'essentiel. On voit bien, là encore, comment l'action du profes-seur est essentielle pour que les connaissances puissent se construire : on peut penser que laissés à eux-mêmes, les élèves perdraient beau-coup de temps à reprendre le problème de la parité. Le maître – le « chronomaître » – veille en permanence au cours du temps : lorsqu'il lui arrive de le ralentir pour demander aux élèves de mieux réfléchir tel ou tel point, c'est afin d'obtenir une meilleure progression<sup>33</sup>.

## 2.10. Postulation minime

À côté de la notion d'indication Topaze, on pourrait relever celle d'indi-cation Jourdain, qui consiste à reprendre un terme donné par les élèves (dans ce qui suit, « infatigable »), et à l'accoler – là réside l'indication Jourdain – à un terme professoral chargé de sens dans l'espoir de créer la signification nouvelle et pertinente, du point de vue du professeur.

Elève : « si si regardez ça c'est les nombres infatigables quand on comm-ençait » (155)	Arrêt de l'ancienne tâche et introduction d'une nouvelle
Professeur : « ... alors attendez attendez stop stop stop vous êtes déjà bien engagés alors chui s'il vous plaît... » (156)	
Professeur : « ... donc vous avez déjà des parcours et vous essayez tous les quatre de mettre au point euh la stratégie infatigable en comparant vos par-cours » (156)	Reprise du terme « parcours » Utilisation du terme « infatigable » repris des élèves

33. On a là un travail professoral microchronogénétique, qui semble tout aussi



On voit ici une actualisation de ce qu'on a nommé la « postulation mimétique » (Sensevy 2000). La communication entre deux personnes ne peut s'établir et persévérer qu'à la condition de supposer (fictivement et pour un temps) l'autre pareil à soi. Si le professeur s'autorise à reconstruire la signification de l'élève (les nombres infatigables) par la sienne (la stratégie infatigable) c'est qu'il postule la distance entre les deux expressions suffisamment courte pour être aisément accomplie par l'élève, c'est qu'il ne distingue pas réellement le rapport de l'élève à cette « connaissance » du sien propre<sup>34</sup>.

La relation didactique semble ainsi majorer la contrainte propre à toute communication, qui nous fait postuler l'autre comme même : pour que celui que j'enseigne apprenne, je dois lui faire encore crédit de la rationalité qui va lui permettre d'entrer dans la rationalité que j'expose comme si elle nous était déjà commune<sup>35</sup>. L'*indication Jourdain*, qui actualise ici la postulation mimétique, remplit alors une fonction éminente dans le processus d'institutionnalisation<sup>36</sup> : elle constitue sans doute l'un des moyens privilégiés de la production d'institution et des catégories cognitives de celles-ci par le professeur<sup>37</sup>.

important que le travail macrochronogénéique (dans lequel le professeur organise la progression des élèves sur des durées plus importantes).

34. On peut voir là une application possible de la notion vygotskienne de zone de développement prochain (voir notamment Clot 1999) : les mots utilisés par le professeur débordent d'une certaine manière l'état réel des connaissances construites par les élèves (ici, on peut avoir perçu qu'il existe des « nombres infatigables » sans avoir perçu en même temps le fait qu'il existe une « stratégie » infatigable). Ce débordement, s'il est suffisamment mesuré, peut s'inscrire, du point de vue du professeur du moins, dans les potentialités des élèves. Le « contrat constructiviste » (Brousseau 1996) suppose ainsi des techniques « vygotskiennes » d'enseignement, dont Guy Brousseau lui-même a posé les jalons avec son étude des paradoxes du contrat didactique (Brousseau 1986).

35. On retrouve ici une spécification anthropologique et didactique du « principe de charité » de la philosophie analytique (notamment Davidson 1993). On voit comment, dans cette perspective, le paradoxe platonicien du *Ménon* peut être dépassé dans l'action temporelle de l'enseignement-apprentissage.

36. Dans sa thèse, Eugène Comin (2000) rend compte de tels phénomènes grâce à la notion d'institutionnalisation différentielle, la « différence » invoquée étant précisément située dans l'intervalle entre la déclaration de l'élève, et la déclaration-reprise du professeur.

37. L'observation répétée de divers cours et leçons à différents niveaux du cursus et dans différentes disciplines a pu nous persuader de la présence fréquente et du rôle majeur des techniques de ce type, dès lors que l'élève est placé à l'origine du processus d'enseignement-apprentissage.

## 2.11. Réduction de l'incertitude

Au tour de parole 156, le professeur confie la tâche de mettre en commun les parcours pour élaborer une stratégie gagnante. Mais il ne dit rien de précis quant à la manière de s'y prendre. On peut faire l'analyse topogénéique suivante : responsabilité est laissée aux élèves quant à la nature de cette « mise au point » de la stratégie gagnante qui est, apparemment, entièrement à la charge de l'élève. Cependant, on peut voir dans la manière dont le professeur passe parmi les groupes qu'il participe à l'analyse des « parcours ». On en déduit que le partage topogénéique est affecté par le taux de « publicité » de l'échange professeur-élève. Tout se passe comme si, sur le devant de la scène, dans une situation « magistrale », le professeur était plus professeur, c'est-à-dire aussi différent des élèves que possible. Lorsque la situation est moins publique, comme c'est le cas lorsque le professeur « passe » dans les groupes, il semble que dans certains cas la dissymétrie du professeur à l'élève soit atténuée sans que ce rapprochement mette en cause la responsabilité de la recherche donnée aux élèves<sup>38</sup> : une certaine organisation de l'espace où l'étude se même produit donc une plasticité plus grande du partage topogénéique.

Il pourrait s'agir là de la forme didactique d'un phénomène anthropologique-éthologique général : l'opposition ésotérique-exotérique. Au *grand groupe des règles strictes et des contrats généraux et draconiens*, aux *petits groupes des accommodements avec la règle*. Ce phénomène anthropologique se traduirait dans le monde didactique par la modification de la ligne de clivage : le sentiment de proximité didactique que le professeur éprouve vis-à-vis du groupe serait fonction de la taille de celui-ci. D'une manière générale, dans le processus didactique, certaines tâches sont classiquement affectées au professeur *ou* à l'élève, mais pour d'autres, notamment lorsque le savoir est en jeu dans les situations adidactiques, le clivage est beaucoup plus flou. Ici, l'observation et l'analyse des parcours, d'une part, la mise au point de la stratégie infatigable, d'autre part, ne semblent pas posséder un statut clair dans l'organisation pensée par le professeur. Sans doute aussi celui-ci, souvent, décide-t-il (de manière anticipée ou dans l'instant) d'un certain partage des tâches qui s'avère *ne pas convenir*, par exemple parce que les élèves sont confrontés à une tâche trop difficile : il est alors conduit à modifier le partage topogénéique, à prendre à sa charge des tâches qu'il avait initialement placées sous la responsabilité de l'élève (ou inversement, comme lorsque le professeur interromp une explication parce qu'il s'est aperçu que les élèves sont « en avance » sur celle-ci). Dans le cas analysé, on peut remarquer, lors de la définition par le professeur du travail de groupe, que cette définition de la tâche est lacunaire, en particulier dans le rôle dévolu à la fiche comme instrument.

38. Pour une analyse de l'espace concret de la classe, voir Sensevy 1998a.



Tout se passe comme si contraintes topogénétiqes, chronogénétiqes et « ergonomiques » (facilité découlant de la définition des tâches en action et par petit groupe) jouaient pour différer l'explicitation précise du rôle des instruments, le professeur se réservant d'agir, par exemple en fournissant des explications, au sein du groupe. C'est ce phénomène qui avait été repéré par Alain Mercier (1992) comme « la réduction de l'incertitude sur le milieu » et qui semblait constituer le phénomène de régulation didactique le plus visible. Ceci semble attester d'une certaine *latitude topogénétique*, sur laquelle le professeur et les élèves peuvent jouer.

#### IV. LA MODÉLISATION : REPRISE

##### 1. Vers la notion de réseau descriptif

Dans son état actuel, la modélisation présentée ici met l'accent sur la pluralité des niveaux de descriptions, pluralité pensée comme un outil pour rendre raison de la complexité fonctionnelle de l'action, et de l'action professorale en particulier. Cette modélisation répond donc à la nécessité de produire un *réseau descriptif*, organisé selon les trois niveaux que nous avons identifiés : niveau NDI des structures fondamentales de l'action professorale, niveau ND2 des grands types de tâches, niveau ND3 des classes de techniques. La constitution d'un tel réseau, c'est-à-dire l'appui simultané sur diverses organisations descriptives, nous semble la plupart du temps nécessaire pour rendre raison de l'action, de sa nature, et de ses fins. Se pose alors le problème théorique des rapports à nouer entre les trois niveaux de description choisis, qui constitue sans doute l'enjeu essentiel de la poursuite de ce travail engagé.

Le schéma de la section I présente un synopsis du modèle où les techniques sont regroupées en techniques relatives plutôt à la topogénèse (techniques topogénétiqes), ou à la chronogénèse (techniques chronogénétiqes), ou au travail de production du milieu pour la construction de connaissances (techniques mésogénétiqes)<sup>39</sup>. Au-delà des catégories fournies, qui ne prétendent à rien d'autre qu'à la constitution d'un filtre descriptif susceptible d'orienter l'analyse, l'essentiel, dans la modélisation proposée, nous paraît résider dans les faits suivants. Comprendre et expliquer l'action du professeur, cela revient d'abord à

1) identifier clairement l'action du professeur comme fonctionnellement structurée par les nécessités de la relation didactique, ce qui ne signifie pas qu'elle s'y réduise; 2) décrire son activité sous forme de grands types de « tâches » dont l'existence est elle-même nécessitée par le type d'action que l'établissement et la poursuite de la relation didactique supposent (sans que ces tâches soient forcément reconnues comme telles dans la culture); 3) comprendre que ces tâches s'accomplissent la plupart du temps à l'aide de « mixtes » techniques, dans lesquels un certain état de la topogénèse et un certain état de la chronogénèse (que le professeur produit en collaboration avec la classe) spécifient le travail sur les connaissances et les savoirs — tout en étant spécifiés par lui.

Il faut tirer de cela deux conséquences. Tout d'abord, les techniques et les tâches, dans ce modèle, ne sont pas en correspondance bijective : la plupart du temps, plusieurs techniques, en général de nature différente (topogénétiqes, chronogénétiqes, mésogénétiqes) concourent à l'accomplissement d'une tâche particulière. Fonctionnellement, les tâches ne sont pas isolables et il faut les envisager elles-mêmes comme participant d'un système de tâches, qui relève d'une organisation sociale et technique : la description se doit donc de rendre compte de cette caractéristique. Les techniques se spécifient mutuellement (c'est le sens des flèches fines qui relient entre eux les différents types de techniques dans le schéma de la section I), ce qui est une conséquence de la nature même de l'action didactique : enseigner c'est à la fois gérer l'avancée chronogénétiqes, la partition topogénétiqes, et le rapport effectif des élèves à la situation didactique et à ses milieux, sans que ces trois types d'action puissent être la plupart du temps clairement séparés. Bien au contraire, on peut penser que l'efficacité du processus didactique tient à ce que certaines techniques d'enseignement (mésogénétiqes) supposent quasi nécessairement d'être produites de manière liée à des techniques topogénétiqes ou chronogénétiqes, ou inversement — ce que nous tenterons de préciser maintenant.

##### 2. Notion de mixte technique

La notion de réseau descriptif peut s'illustrer dans la manière de rendre compte des techniques utilisées par le professeur. Nous donnerons trois exemples, à partir de certaines des caractérisations empiriques précédentes, de la manière dont la modélisation en termes de *mixtes techniques* permet de rendre compte de l'action. Pour soutenir cette exemplification, nous donnons ci-dessous une description générale des techniques professorales attestées dans l'analyse de la séance (figure 2).

39. Ce qui ne signifie pas que les techniques chronogénétiqes ou topogénétiqes soient moins spécifiques que les autres, puisque topogénèse et chronogénèse se définissent toujours en fonction des connaissances et des savoirs.

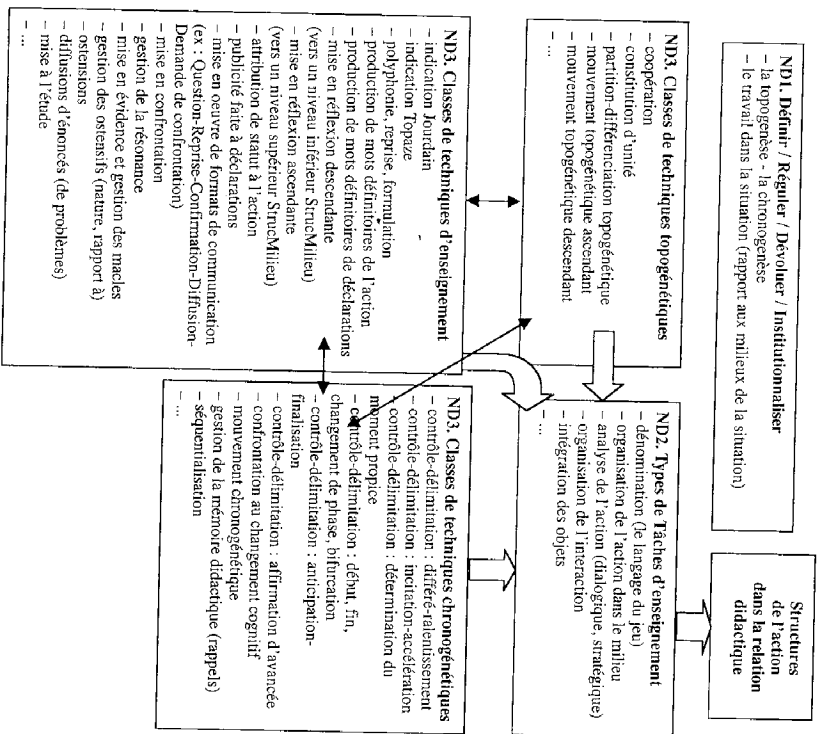


Figure 2

*Résonance et chronogénèse* : nous avons déjà montré comment la chronogénèse spécifierait la nature de la résonance pour ce qui concerne la parité. Nous reprendrions brièvement cet exemple pour tenter de répondre à la question suivante : où réside la dimension chronogénétiq dans la manière dont les résonances sont produites ? Ne peut-on se contenter d'affirmer que « l'état du monde » didactique a changé avec l'avancée du temps ? On pourrait alors rétorquer que la technique réside dans la lecture adéquate (ou non), par le professeur, de l'état actuel de la micro-chronogénèse. S'il y a sur ce point une technique professorale, c'est bien parce que l'enseignant a pu recueillir un certain nombre d'indices qui lui laissent à penser que la situation demande maintenant tel ou tel type d'action et qu'il peut proposer un milieu propice à son développement. On aurait donc là une technique chronogénétiq géométrique, qui consiste à identifier un certain nombre d'indices dans la situation actuelle,

le, en fonction desquels produire telle ou telle technique d'enseignement : on est face au *kairos* grec, dans une *technique du moment propice*<sup>40</sup>. Plus généralement, l'analyse qui précède peut rendre sensible à une difficulté analytique, difficulté de différenciation entre « technique » et « effet ». On peut supposer par exemple que telle technique pourra avoir des effets topogénétiq, sans avoir été d'abord pensée par le professeur à cette fin. Une technique chronogénétiq comme celle que nous venons d'analyser produit ainsi des effets autres, dont le professeur est probablement conscient, et c'est bien là, sans doute une manifestation de son « sens pratique ». Mais la production de cette technique est orientée principalement par une nécessité chronogénétiq, celle du « moment propice ».

*Territoire et topogénèse* : nous avons vu comment le professeur organisait l'accompagnement des élèves lors d'un changement de phase ; on peut poursuivre l'analyse en remarquant un mixte de deux types de techniques :

- une technique chronogénétiq, de changement de phase (« je vais vous proposer cette fois-ci non pas de jouer deux contre deux mais de jouer ce groupe contre celui-là »), dont on peut penser que sa production est elle-même soumise à la technique de reconnaissance du moment propice, et qu'elle repose sur un certain nombre de signes reconnus par les élèves, et qui font partie de la culture de la classe ;
- une technique topogénétiq, de « territorialisation » (« bon alors maintenant s'il vous plaît alors chut attendez attendez je vous arrête une seconde alors ça y est victoire stop bon »), dans laquelle le professeur « admet » pour quelques secondes encore la partition topogénétiq actuelle<sup>41</sup>.

On comprend donc ici comment une tâche générale d'enseignement (déterminer l'action dans le milieu) s'accomplit au moyen d'un mixte chronogénétiq-topogénétiq.

40. L'intérêt de la notion de technique, ici, nous paraît résider dans la double perspective qu'elle ouvre. D'une part, elle permet de repousser la rhétorique de l'inefficace sur laquelle repose la plupart du temps les allusions au « sens du jeu », ou au « *kairos* » (le mot désigne en grec l'occasion favorable, le moment opportun), même lorsque elles sont produites au sein de modèles non spiritualistes : l'identification précise de la technique permet alors de rationaliser tout ce qui peut (et doit) l'être. D'autre part, elle autorise à reconnaître à l'acteur, face à la situation, l'autonomie qui est la sienne : dans le cas qui nous occupe, les contraintes temporelles agissent certes sur le professeur, mais il les exprime pour lui-même et la classe, en retour, grâce à la production de « techniques du moment propice ».

41. Il est intéressant de constater que cet effet topogénétiq s'obtient au moyen de termes temporels. Si l'on paraphrasait l'action dans la relation didactique, on obtiendrait quelque chose du genre : « Vous avez encore quelques secondes pour occuper ce territoire-là, mais il faut vous préparer à le quitter ».

*Mise en confrontation et mouvement topogénétiq*ue : nous avons montré comment l'extrait analysé révèle un mouvement d'accroissement de la distance topogénétique par lequel le professeur, dominant en exemple son rapport au travail, augmente l'écart entre sa position et celle qu'il attribue aux élèves. Ce mouvement survient lors d'un moment de comparaison des procédures utilisées par les élèves : le professeur met donc en œuvre concurrentement deux techniques qui s'entrelacent : la technique topogénétique qui vient d'être mentionnée, et la technique de mise en confrontation, qui s'appuie pour l'occasion sur un troisième type de technique, utilisant des ostensifs employés par les élèves (les feuilles sur lesquelles les séries ont été notées).

On voit donc bien comment, à certaines bifurcations essentielles du processus didactique, les mixtes techniques sont produits par le professeur : on peut ainsi analyser le court extrait de protocole reproduit en 2.5, (*supra*), « Les mots comme outils ») et identifier une technique à dominante chronogénétique (« alors est-ce que maintenant on peut comparer les feuilles »), suivie d'une technique à dominante topogénétique (« moi je voudrais bien écouter les rouges »), qui toutes deux s'interpénètrent dans le même énoncé avec la technique de comparaison (« parce qu'ils ont écrit quelque chose ils ont fait comme eux ils ont écrit quelque chose ») et rendent possible cette dernière, le tout reposant sur la technique de gestion des ostensifs mentionnée.

### 3. Technologie, théorie

Ces exemples indigent d'une certaine manière la direction que pourrait prendre un travail de type technico-théorique sur le métier de professeur en classe. Sa raison d'être nous paraît consister non pas seulement dans la justification de telle ou telle technique séparément, mais surtout dans l'élucidation des divers entrelacements techniques que révèlent les actions du professeur et des élèves au cours du processus didactique. Une telle élucidation devrait pouvoir s'établir à partir d'une meilleure compréhension des structures de l'action dans la relation didactique, en vue d'élaborer une théorie des nécessités propres à l'action didactique. En préalable à une telle théorie, on insistera sur deux aspects.

En premier lieu, il faut poursuivre le travail entrepris par Guy Brousseau (1998) dans la modélisation du système didactique en termes de jeux, en l'étendant à l'action du professeur lui-même. Les structures fondamentales que nous proposons (définir, réguler, dévoluer, instaurer) sont elles-mêmes fonction du jeu au second degré que joue le professeur : un jeu sur le jeu de l'élève. Il faut pouvoir identifier ce jeu au second degré, le décrire, le modéliser – sans pour cela emprunter sans plus de façon les modèles actuellement disponibles en théorie des jeux, qui sont marqués le plus souvent par une épistémologie rationaliste et solipsiste. Les modèles à produire devraient en effet rendre compte de la complexité communicationnelle et coopérative, de la logique pra-

tique, et de la spécificité didactique du travail professoral. La production de modèles du jeu du professeur nécessiterait sans aucun doute un effort d'envergure de la communauté des didacticiens des mathématiques.

En second lieu, il convient de poursuivre l'étude de l'objet du jeu du professeur – sur et avec le jeu de l'élève –, que nous avons caractérisé en termes de topogénèse, chronogénèse, mésogénèse : l'action du professeur consiste à jouer à la fois sur le contrat didactique (topogénèse et chronogénèse) et sur le milieu (mésogénèse). Une voie d'avenir, en didactique des mathématiques, nous paraît résider dans l'étude déterminée de cette relation complexe, dans le travail du professeur, entre milieu et contrat. Le milieu est un système d'évidences qui ne peuvent être perçues comme telles sans l'existence d'un contrat : d'où la présence quasi nécessaire des indications Topaze et Jourdan dans le travail de professeur. Le contrat est un système d'habitudes qui doivent évoluer si l'élève veut apprendre, le moteur de cette évolution étant justement la confrontation à des milieux nouveaux qui produisent les ruptures du contrat. C'est dire qu'un enseignement pour un apprentissage effectif nécessite, dans le jeu que produit le professeur sur le jeu des élèves, une « porosité » entre ces deux entités hétérogènes que constituent milieu et contrat : le réseau descriptif que nous avons tenté d'alimenter dans les analyses précédentes vise à rendre compte de l'établissement de cette nécessaire, subtile, et difficile porosité.

### 4. Quelques limites du modèle

On peut envisager de deux façons la question des limites de ce modèle : limites relatives à l'action du professeur dans la course à 20, spécifiquement, limites relatives à l'action du professeur, généralement. Pour ce qui est du premier aspect, la principale insuffisance du modèle tient au fait que les professeurs enquêtés travaillent dans une méconnaissance complète de l'écologie mathématique de la course à 20, ce ne semble pas gravement rédhibitoire puisque nous examinons, dans le travail de ces professeurs, de nombreuses techniques *a priori* peu dépendantes de cette inscription écologie. Nous avons prévu toutefois de reproduire, dans une recherche en cours, le même protocole expérimental avec des professeurs spécifiquement formés à l'emploi didactique de la course à 20. À cet égard, nous avons déjà recueilli les données correspondant à une suite de trois séances sur le même objet, pour l'un des professeurs observés, afin d'engager celui-ci à développer un projet mathématique de plus grande envergure et, peut-être, d'identifier le procès de démonstration explicite de théorèmes (dont le premier est le théorème « Qui dit 17 peut gagner contre toute défense »), comme la clé de la poursuite de l'action, menée en direction de la production de la division euclidienne comme modèle mathématique de la situation. Nous espérons ainsi tester le modèle présenté sur d'autres corpus de la cour-

se à 20, et comprendre un peu plus mieux le jeu des contraintes entre les dimensions mathématiques des situations et leurs dimensions sociales. S'agissant de l'action du professeur conçue d'une manière générale en mathématiques comme en d'autres disciplines, de nombreuses critiques peuvent sans doute être faites à un modèle peut-être insuffisamment robuste pour supporter l'élargissement des conditions d'application. En particulier, on peut noter que notre modèle, dans son état actuel :

- caractérise plutôt une situation qui se veut adidactique et ne prend en compte le professeur que dans son action enseignante ;
- réfère à une organisation de connaissances très spécifique, qui ne manque pas d'exercer des effets précis sur l'action didactique du professeur ;
- ne prend pas en compte de manière adéquate, vu les conditions expérimentales, la gestion de la mémoire didactique ;
- n'intègre pas les intentions du professeur, et le jeu fondamental entre ses intentions et les signes qu'il perçoit dans la situation actuelle ;
- n'intègre qu'imparfaitement la dimension coopérative des actions d'enseignement.

S'il est vrai que, volontairement, nous ne nous intéressons ici qu'au professeur enseignant directement dans la classe, nous ne renonçons pas pour autant à traiter la relation entre intentions et situation actuelle : la forme de méthodologie utilisée nous permet d'ailleurs assez clairement de mettre en rapport les intentions professorales et les accomplissements pratiques de l'action effective (un exemple en a été donné dans l'analyse précédente, avec la parité). Mais il nous semble qu'il convient, pour cela, à la fois d'avancer dans la modélisation de l'action humaine en général<sup>42</sup>, et dans la modélisation d'une action didactique particulière.

La critique fondée sur la spécificité des contenus enseignés nous semble la plus sérieuse, même si de nouvelles données empiriques devraient nous permettre sous peu d'y répondre de manière mieux outillée. Il nous semble toutefois que les techniques didactiques identifiées commandent aux organisations mathématiques possibles tout autant sinon plus que l'inverse, et que nous avons volontairement consigné des techniques assez vastes, ou très vastes (indication Jourdain, par exemple), et en fait génériques, qui ne peuvent avoir de pertinence qu'une fois spécifiées (ce que nous avons fait dans l'analyse empirique).

42. L'un d'entre nous (Sensevy 2000) a proposé ailleurs la notion de *matrice pragmatique* comme outil théorique susceptible de modéliser l'action. Il s'agit alors de développer une conception de l'action qui rende raison du poids spécifique, dans la détermination de cette action, d'une part des situations anciennes déjà rencontrées et ramenées analogiquement à la situation actuelle, d'autre part de la situation actuelle elle-même.

rique). Ce jeu entre genre et type est nécessaire pour conserver la portée anthropologique du modèle, mais les techniques (ou les tâches) doivent être à la fois déclinées au sein d'un même type, et spécifiées par des contenus de connaissance.

Pour la critique relative à la gestion de la mémoire, des travaux récents, et en particulier celui de Yves Matheron (2000), peuvent aujourd'hui permettre d'avancer en fournissant des outils précieux pour mieux comprendre le tissage des liens forts entre la gestion des mémoires et certaines organisations socio-techniques dans la classe de mathématiques.

En dépit de la restriction *a priori* de notre étude à une situation adidactique, nous postulons que les structures fonctionnelles de l'action didactique mises en évidence (définir, réguler, développer, instaurer) caractérisent toute situation, qu'elle soit didactique ou adidactique, et que, si l'on veut comprendre l'action professorale, leur identification doit être préalable à leur spécification à tel ou tel contenu. C'est noter là les potentialités que la situation de la course à 20 offre à la compréhension de l'action *générique* de l'action du professeur, et cela non seulement parce que cette situation demeure porteuse d'adidacticité dans presque tous les cas, mais aussi parce qu'elle permet à un professeur de réaliser, à sa manière, la richesse des situations adidactiques que la situation fondamentale sous-jacente rend possible. Or c'est précisément cette « manière » que nous observons, en supposant que sa nature nous garantit au moins l'existence d'un genre de l'action (didactique) commun à tous les membres d'un même groupe culturel, que nous avons appelé la « technique (didactique) ». La richesse technique possible de la situation utilisée garantit au mieux, croyons-nous, l'observation de la palette des savoirs professionnels du maître observé. Pour l'ensemble de ces raisons, nous pensons que cette situation peut constituer un paradigme convaincant de l'action du professeur et figurer, en tant que telle, comme *situation expérimentale pour l'étude du comportement du professeur*.

## CONCLUSION

Le travail présenté ici constitue le premier moment d'un travail plus vaste. Un deuxième temps consistera maintenant, pour ce qui concerne notamment l'étude de la course à 20, à poser un certain nombre de conjectures réfutables<sup>43</sup> dont la mise à l'épreuve devrait permettre de valider les aspects essentiels de la modélisation entreprise. Il s'agira ensuite de déterminer solidement le jeu de l'élève et le jeu que le professeur doit

43. Telles celles, liant les aspects communicationnels, coopératifs, et mathématiques, du type « Si bifurcation mathématique, alors mouvement topogénétique », qui supposent une analyse statistique des énoncés produits par le professeur et les élèves.

jouer sur et avec le jeu de l'élève pour que celui-ci construise les connaissances. Cette démarche suppose sans doute un aménagement important des modèles disponibles au sein des théories didactiques, aménagement qui puisse notamment rendre compte, d'une part des caractéristiques de deuxième ordre du jeu du professeur, d'autre part de l'insertion des jeux de l'élève et du professeur dans un « jeu institutionnel » qui les surdétermine pour une grande part.

## BIBLIOGRAPHIE

- BASTEN C. (1997), *Les connaissances : de l'enfant à l'adulte. Organisation et mise en œuvre*. Paris : Armand Colin.
- BERTHELOT R., SALIN M.-H. (1992), *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Bordeaux : LADIST.
- BOUVESSE J. (1987), *La force de la règle*. Paris : Éditions de Minuit.
- BROUSSEAU G. (1986), *Fondements de la didactique des mathématiques*. Bordeaux : LADIST.
- BROUSSEAU N., BROUSSEAU G. (1987), *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*. Bordeaux : LADIST.
- BROUSSEAU G. (1990), Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 9(3) 309-336.
- BROUSSEAU G. (1996), L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. In *Actes de la 1<sup>re</sup> école d'été de didactique des mathématiques*. Clermont-Ferrand : IREM.
- BROUSSEAU G. (1997), *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer Academic Publishers.
- BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des Situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CENTENO J. (1995), *La mémoire didactique de l'enseignant*. Bordeaux : LADIST.
- CHEVALLARD Y. (1985), *La Transposition didactique* (1991, 1999). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1) 73-112.
- CHEVALLARD Y. (1998), *Dictionnaire de didactique des mathématiques* (tapsucrit). Marseille : IUFM.
- CHEVALLARD Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2) 221-266.
- CLOT Y. (1999), *Avec Vygotksy*. Paris : La Dispute.
- COMITI C., GRENIER D. (1997), Régulations didactiques et changements de contrats. *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(3) 81-102.
- COMITI C., GRENIER D., MARGOLINAS C. (1995), Niveaux de connaissance en jeu lors d'interactions en situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques. In Arsac G., Gréa J., Grenier D., Tibeighien A., *Différents types de savoirs et leur articulation* (pp. 93-127). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- COMIN E. (2000), *Proportionnalité et fonction linéaire. Caractères, causes et effets didactiques des évolutions et des réformes dans la scolarité obligatoire*. Bordeaux : LADIST.
- DAVISON D. (1993), *Actions et événements*. Paris : PUF.
- DE CERTEAU M. (1990), *L'invention du quotidien. 1. Arts de faire*. Paris : Gallimard.
- GRENIER D. (1998), Milieu et contrat dans l'étude de l'enseignant et des interactions didactiques. In *Actes du Colloque de La Fondy II* (pp. 123-146). Genève : Interactions didactiques.
- GROSSEN M., PY B. (ss la dir.) (1997), *Pratiques sociales et médiations symboliques*. Berne : Peter Lang.
- FOUCAULT M. (1963), *Naissance de la clinique*. Paris : PUF.
- GINZBURG C. (1987), *Mythes, emblèmes, traces*. Paris : Flammarion.
- HACHE C. (1999), *L'enseignant de mathématiques au quotidien. Études de pratiques en classe de secondes*. Paris : Université Paris VII.
- HACHE C., ROBERT A. (1997), Un essai d'analyse de pratiques effectives en classe de Seconde, ou comment un enseignant fait « fréquenter » les mathématiques à ses élèves pendant la classe. *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(3) 103-150.
- HINTIKKA J. (1994), Deux paradigmes pour une théorie du langage. In *Fondements d'une théorie du langage* (pp. 4-33). Paris : PUF.
- LEUTENEGGER F. (1999), *Contribution à la théorisation d'une clinique pour le didactique. Trois études de cas en didactique des mathématiques* (à paraître).
- LEUTENEGGER F. (2000) Construction d'une « clinique » pour le didactique. Une étude des phénomènes temporels de l'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 20(2) 209-250.
- MARGOLINAS C. (1994) *Le vrai et le faux dans la classe de mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- MARGOLINAS C. (1995), La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. In Margolinas C. (éd), *Les débats de didactique des mathématiques* (pp. 89-102). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- MARGOLINAS C. (1997), *Une étude de la situation du professeur et de son influence sur la situation didactique : détermination des choix du professeur dans la dévolution d'une situation*. Paris : Séminaire national de didactique des mathématiques.
- MATHERON Y. (2000), *Une étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée. Quelques exemples*. Lambesc : Université de Provence.
- MAUSS M. (1965), *Sociologie et Anthropologie* (1993). Paris : PUF.
- MERCIER A. (1986), *The "didactical contract", permanent clauses, local and global breaches* (poster). Budapest : ICME VI.
- MERCIER A. (1992), *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique*. Bordeaux : Université de Bordeaux I.
- MERCIER A. (1995), *La co-construction du « milieu » par l'élève et le professeur*. Genève : FAPSE.
- MERCIER A., SCHUBAUER-LEONI M.L., DONCK E., AMIGUES R., *The intention to teach and school learning : the role of time* (à paraître).

- QUIJAO S. (1998), *Habitus, énonciation et techniques didactiques. Une première exploration dans l'enseignement des mathématiques à l'école*. Lambesc : Université de Provence.
- RATIMBA-RAJON H. (1992), *Contribution à l'étude de la hiérarchie implicite. Application à l'analyse de la gestion didactique des phénomènes d'ostension et de contradictions*. Rennes : Université de Rennes I.
- ROGAJSKI J. (1999), *Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant*. Limoges : COPIRELEM.
- ROUCHER A. (1991), *Étude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatiques élémentaires : proportionnalité, structures itérativo-récurrentes, institutionnalisation*. Orléans : Université d'Orléans.
- SCHUBAUBER-LEONI M. (1997), *Interactions didactiques et interactions sociales : quels phénomènes et quelles constructions conceptuelles ?* *Skholé*, 7, 103-134.
- SENSEVY G. (1998a), *Institutions didactiques. Étude et autonomie à l'école élémentaire*. Paris : PUF.
- SENSEVY G. (1998b), *Lecture, écriture, et gestes professionnels*. *Repères*, 18, 123-137.
- SENSEVY G. (1999), *L'action et le discours sur l'action du professeur. Sémantique « naturelle » et langage « théorique »*. In *Actualités de la Recherche en Éducation* (à paraître). Bordeaux : AECSE.
- SENSEVY G. (2000), *Éléments pour une anthropologie de l'action didactique* (à paraître).

## INVESTIGACIONES DIDÁCTICAS SOBRE EL CONCEPTO DE EVENTOS INDEPENDIENTES EN PROBABILIDAD

Ernesto Sánchez\*

### ABSTRACT

The confusions that some mathematics teachers have with the concept of independent events are presented in the first part of this article. We carried out an experiment in which a probability course was given to eight teachers, some of whom had previously studied probability. During the course, they reexamined the elementary concepts of conditional probability and of independence. We selected four teachers for an interview in which they had to solve problems related to the concepts of conditional probability and independence. These teachers displayed the same confusions that had been found previously. We then asked why it is so difficult for students to understand and apply a concept that is analytically so simple.

In the second part, we propose a possible answer to this question based upon an analysis of the concept of independence. We found the meaning of independence as much in the role it played during the historical development of probability as in some elementary texts. We concluded that the concept of independent events is an abstract concept arising in relation to advanced problems in mathematics, whereas the intuitive idea of independence is expressed in the concept of independent experiences. The fusion of both concepts in the teaching of mathematics produces great confusions.

### RÉSUMÉ

Dans la première partie de cet article on présente les confusions manifestées par des professeurs de mathématiques à propos du concept d'événements indépendants. Nous avons réalisé une expérience avec huit professeurs auxquels on a donné un cours de probabilités. Parmi ceux-ci quelques-uns avaient déjà étudié les probabilités auparavant. Durant le cours ils ont revu les concepts élémentaires de probabilité conditionnelle et d'indépendance. Quatre professeurs ont alors été choisis pour une interview durant laquelle on leur a présenté des problèmes liés aux concepts de probabilité conditionnelle et d'indépendance. Ces professeurs ont retombés dans les mêmes confusions détectées auparavant. Nous nous sommes alors posé la question : pourquoi les étudiants éprouvent-ils autant de difficulté à comprendre et appliquer un concept qui, du point de vue analytique, est très simple ?

Dans la deuxième partie nous avons émis une réponse possible à cette question sur la base d'une analyse du concept d'indépendance. Le signifié correspondant a été recherché dans le développement historique des probabilités, ainsi que

\* Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México.