Communauté
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR

Spécialité : **Sciences Cognitives, Psychologie et Neurocognition**

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

Fanny GIMBERT

Thèse dirigée par **Edouard GENTAZ**
et codirigée par **Karine MAZENS**

préparée au **Laboratoire de Psychologie et NeuroCognition (CNRS-UMR 5105)**
et dans **l'Ecole Doctorale Ingénierie pour la Santé, la Cognition et l'Environnement**

L'appréhension des quantités par la vision ou le toucher:

son développement et son rôle dans les apprentissages numériques chez l'enfant

Thèse soutenue publiquement le **14 décembre 2016**,
devant le jury composé de :

Mme Valérie CAMOS
Professeur, Université de Fribourg, Présidente

M. Michel FAYOL
Professeur émérite, Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand, Rapporteur

M. Bruno VILETTE
Professeur, Université Lille 3, Rapporteur

M. Emmanuel SANDER
Professeur, Université Paris 8, Examinateur

Mme Véronique IZARD
Chargée de Recherche CNRS, Université Paris Descartes, Examinatrice

M. Edouard GENTAZ
Directeur de Recherche CNRS, Université Grenoble-Alpes, Directeur de thèse

Mme Karine MAZENS
Maître de conférences, Université Grenoble-Alpes, Co-Encadrante de thèse

Remerciements

Après avoir écrit les x pages qui suivent, je suis restée un long moment devant cette page intitulée "Remerciements", sans savoir comment la débuter. C'est donc sans introduction aucune (quoique) que je débuterai ces remerciements.

Je tiens d'abord à remercier très chaleureusement mes deux directeurs de thèse, Karine Mazens (pas "directrice", "co-encadrante", je sais..., mais ici c'est sans importance), et Edouard Gentaz, avec qui j'ai eu le plaisir de travailler pendant cinq ans. Merci Karine pour ta disponibilité, ton implication, ta rigueur, tes conseils et ton soutien. Je tiens à présenter mes excuses les plus sincères à tes enfants pour les nombreuses soirées ou dimanches de relecture, parfois un peu au dernier moment. Merci Edouard pour ton enthousiasme, pour ton implication dans mes choix professionnels, pour m'avoir souvent trouvé des "bons plans" et pour tes conseils. Merci à tous les deux pour vos encadrements très complémentaires et pour m'avoir permis de travailler dans une ambiance studieuse mais détendue.

Je tiens ensuite à remercier sincèrement les membres du jury de m'avoir fait l'honneur d'évaluer ce manuscrit. Merci à Michel Fayol et Bruno Vilette d'avoir accepté d'être rapporteurs de ce travail et merci à Valérie Camos, Véronique Izard et Emmanuel Sander d'avoir accepté d'être examinateurs. Merci aussi pour les échanges que nous avons eu ensemble le jour de la soutenance.

Je remercie également les personnes avec qui nous avons collaboré pendant ces trois ans :

Valérie Camos, avec qui nous avons réalisé les deux premières études de cette thèse. Merci notamment pour tes relectures attentives des articles, ta bonne humeur et ton dynamisme,

Sara Cordes pour avoir accepté de me recevoir au Infant and Child Cognition Lab à Boston pendant trois mois lors d'un stage indoc, réalisé lors de ma deuxième année de thèse, Karina Hamamouche avec qui j'ai travaillé pendant ces trois mois, ainsi que tous les membres du laboratoire pour leur accueil chaleureux,

Cléa Girard, Cécile Chevassut, Naoko Kitabeppu, Matthieu Ferrari et Ilhem Cherigui, qui ont participé à l'élaboration et à la passation des études 5, 4, 3 et 6 dans le cadre de leur mémoire de master,

tous les enseignants/tes, directeurs/trices d'école ou principal de collège qui nous ont accueillis chaleureusement dans leurs classes, écoles ou collège : Sonia Rumillat, Blandine Guillemet, Catherine Gilloux, Sylvie Renault, Maud Calame et Jean-Pierre Josserond des écoles maternelle et élémentaire Jean Jaurès de Grenoble ; Marie-Laurence Deschamps, Catherine Triquet, Marie

Roche, Karine Savariaux, Anne Fourmont, Claire Bonhomme, Karine Savoyat, Cécile Vargas, David Gerussi et Anne-Laure Campillot des écoles maternelle et élémentaire Romain Rolland de Saint-Martin d'Hères ; Dominique Quillard, Marie-Laure Cousinet et Sylvain Seurat de l'école Albert Jail du Sappey ; Dominique Seurat de l'école du village de Corenc ; Frédéric Durand de l'école Rondeau Montfleury de Corenc ; Sébastien Girard, Sandrine Pralon, et Jean-François Catrycke du Collège le Chamandier de Gières. Merci aussi à tous les enfants et à leurs parents.

Je remercie aussi :

l'ex-Université Pierre Mendès-France ainsi que le LPNC pour le soutien financier m'ayant permis de partir trois mois en stage indoc,

le Ministère de l'Education Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, pour le soutien financier via une allocation de recherche de trois ans m'ayant permis de réaliser cette thèse, et pour m'avoir permis de renouveler, déjà cinq fois, le statut de "mise en disponibilité",

l'Ecole Doctorale EDISCE, l'Université de Grenoble et le LPNC pour les nombreuses formations auxquelles j'ai pu participer,

les Maîtres de Conférences qui m'ont permis d'encadrer des séances de TD dans le cursus de Licence de psyhologie et de master MEEF de l'ESPE : merci Karine, Céline et Marcela,

tous les membres du Laboratoire de Psychologie et NeuroCognition pour l'ambiance agréable qui y règne. Un merci particulier, dans l'ordre chronologique du support apporté à :

Richard Palluel Germain pour avoir accepté que je m'inscrive en Master 1 deux semaines après la fermeture des inscriptions, sans cela, mon parcours aurait sans doute été très différent,

Olivier Pascalis pour m'avoir proposé de partir avec le Baby Lab aux conférences SRCD à Philadelphie et plus généralement à l'équipe Mémoire et développement de m'avoir permis de participer à plusieurs évènements,

Monica Baciu pour les nombreuses lettres de soutien concernant le renouvellement de mon statut de "mise en disponibilité",

Eric Guinet pour son aide technique avec le potentiomètre,

Rafaël Laboissière pour son aide technique avec R,

Je remercie évidemment les collègues et copains du labo ou du labo d'en face (i.e., le LIP), passés ou présents, pour ce cadre de travail si sympathique et pour les discussions du midi toujours enrichissantes (enfin presque...) : Sabine, Fabrice, Laurie, Louise, Mélanie, Anne, Nicolas Mo., Nicolas Ma., Lysianne, Pauline, Thierry, Romain, Sylvain, Cédric, Elisa, Anne-Laure, *Oulmann, Nicolas B., Jennifer, Mathieu, Carine, Mathilde, Anthony, Marine, Svetlana, Elena, Gabriel, Ladislas, Prakhar, Brice, Amélie, Marie, Violette, Morgane, Cindy, Chloé, Naïla, Kylee, Isabela, Marcela, merci aussi à Dominique, Cécile, Martial, Richard, Eric pour s'être volontiers joint à nous certains vendredis,*

Je n'oublie pas de remercier la bande de correcteurs orthographiques sans qui ce manuscrit contiendrait beaucoup plus de coquilles et erreurs : papé et mamé, désolée pour le coucher à 1h du matin..., Coline, ...et pour les yeux qui piquent, maman, ... pour t'avoir fait lire une partie du milieu de la thèse sans avoir eu le contexte autour. Un grand merci à Anne Hillairet de Boisferon pour sa relecture de trois chapitres, ainsi que pour la relecture de deux articles,

Un merci spécial à tous les copains extérieurs au labo pour leurs encouragements et pour leur soutien affectif. Tout d'abord, merci à la bande des joyeux nouveaux trentenaires de Tours : Stéph, Julie M., Julie J., Anaïs, Laétitia, Lucile, Sonia, Elodie, Virginie, Sibylle, Mélanie, Amandine, Thomas, Caroline. Ensuite, merci aux grenoblois d'adoption : Camille, Florent, Sylvain, Romain, Laurent. Je veux prendre ma revanche très vite et moi aussi découvrir cette tour percée...

Je remercie aussi toute ma famille qui m'entoure et me guide depuis toujours : Maman, Ivan, Papa, Stéphanie, Coline, Lola et Lou et tous les autres que je ne citerai pas par manque d'espace mais qui ne m'en voudront pas. Merci de m'aider et me suivre dans mes choix, même lorsque ce choix consiste à quitter un emploi stable de fonctionnaire pour aller faire un master de psychologie débouchant sur un avenir sans doute beaucoup moins stable. Je fais une petite mention spéciale pour ma cousine Cloé qui appartient aussi au club des nouveaux trentenaires. Merci à tous ceux qui sont venus jusqu'à Grenoble spécialement pour ma soutenance, parfois depuis très loin : Yannick et Claudine (Rennes), parfois juste pour un jour : Papa, Stéph, Lola et Lou (Vouvray), Coline (Annecy), ou pour un petit séjour touristique : maman (Véretz), Cathy (Marseille), Renée (Brive). Merci à Renée qui était mon enseignante de CP, de s'être joint à la joyeuse troupe,

Enfin, un énorme merci à Guillaume, pour tout ce que tu m'apportes. Depuis la vie quotidienne, en passant par les méandres de Latex, ou encore les détours à vélo, à ski, à pied et en kayak, ici ou ailleurs, tu es toujours présent à mes côtés pour m'épauler. Merci de toujours m'encourager à repousser mes limites. Merci pour tout ce que nous avons vécu ensemble et pour tout ce qu'il nous reste à découvrir.

Table des matières

Table des figures

Introduction

Les apprentissages numériques fondamentaux, comme dénombrer, comparer, ordonner ou calculer, commencent à se construire dès l'école maternelle et conditionnent le bon développement des apprentissages numériques ultérieurs. Ils conduisent à l'acquisition de compétences numériques essentielles dont la maîtrise facilite la vie personnelle quotidienne, et qui sont souvent sollicitées dans la vie professionnelle. Une des nombreuses missions de l'école est donc de fournir ce bagage numérique essentiel à chaque élève. Or, les dernières observations de la Direction de l'Evaluation de la Prospective et de la Performance (i.e. DEPP), ainsi que des études PISA (Program for International Student Assessment ; OCDE, 2014) montrent qu'en France, la maîtrise des principaux éléments de mathématiques est dépendante de l'origine sociale des élèves. Par exemple, d'après les évaluations de début de 6ème réalisées en novembre 2015, 88% des élèves les plus favorisés socialement maîtrisent la compétence appelée « Principaux éléments de mathématiques et culture scientifique et technologique » (i.e., compétence 3 du socle commun), contre seulement 55% des élèves les plus défavorisés (Andreu & Rocher, 2016). Ce constat met en évidence, une difficulté du système d'enseignement français des mathématiques à réduire les inégalités existantes entre les élèves. Cette situation n'est bien entendu pas irrémédiable et les avancées de la recherche peuvent aider à comprendre comment intervenir précocement, dès l'école maternelle, pour réduire ou même prévenir ces inégalités.

Pour qu'une intervention puisse permettre de prévenir ou de réduire les inégalités observées, il s'agit tout d'abord d'identifier les facteurs pouvant expliquer les différences initiales entre les enfants et influencer leur réussite en mathématiques. Les facteurs exerçant une influence dans les apprentissages scolaires en général, comme les capacités de mémoire de travail par exemple, sont appelés les facteurs généraux, tandis que ceux exerçant une influence uniquement dans les apprentissages numériques sont appelés facteurs spécifiques (e.g., Passolunghi & Lanfranchi, 2012). Parmi les facteurs spécifiques, deux capacités numériques sont supposées exercer une influence notoire dans les apprentissages numériques : la précision avec laquelle nous associons quantités et nombres symboliques (i.e., mots-nombres ou nombres en chiffres arabes) et la précision avec laquelle nous appréhendons les quantités. Ces deux facteurs impliquent de manipuler des quantités en leur associant ou non un label. Déterminer précisément leur rôle dans l'apprentissage du nombre, de l'arithmétique et plus tard, des mathématiques est une question fondamentale à laquelle les chercheurs tentent actuellement de répondre pour mieux comprendre le développement des apprentissages numériques.

En effet, nous manipulons des quantités depuis le plus jeune âge, avec la vision, l'audition, le toucher, sans nécessairement y porter une attention particulière et ce avant tout apprentissage formel de la notion de nombre. Cette « intuition des quantités », appelée couramment « le sens du nombre », se développe avec l'âge et les apprentissages numériques. Il a été observé qu'une différence interindividuelle était observée entre les enfants concernant la précision de ces intuitions numériques. Pour prévenir les inégalités entre les enfants, une première possibilité à envisager serait donc de prendre en compte leurs intuitions initiales concernant les quantités et de proposer des interventions les exerçant. Avant de pouvoir envisager cela, il est nécessaire de mieux connaître les caractéristiques de ces intuitions numériques. Prendre en compte les savoir-faire, les connaissances et les représentations que l'enfant possède sur le monde qui l'entoure avant d'entrer à l'école pour pouvoir les utiliser dans les enseignements est d'ailleurs préconisé par les programmes de l'école maternelle (Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars, 2015).

Les travaux de la présente thèse aborderont les questions générales suivantes : les facteurs cognitifs prédicteurs de la réussite en mathématiques changent-ils avec l'âge ? quelles sont les caractéristiques de nos intuitions numériques ? Peut-on utiliser ces intuitions numériques pour favoriser les apprentissages numériques chez les jeunes enfants ?

Dans le **chapitre 1**, nous présenterons d'abord un résumé des connaissances actuelles concernant le développement des compétences numériques fondamentales, depuis la naissance jusqu'à l'âge de 8 ans. Puis, le **chapitre 2** exposera les principaux facteurs cognitifs prédicteurs des compétences numériques, ainsi que les interventions proposées pour entraîner ces capacités dans le but d'améliorer les compétences numériques des enfants. Ensuite, le **chapitre 3** exposera plus en détails les connaissances actuelles concernant un des systèmes sous-tendant nos intuitions numériques, appelé le système approximatif du nombre. Le **chapitre 4** est une introduction aux contributions expérimentales. Il explicitera les questions abordées dans les six études expérimentales, présentera chacune de ces études, ainsi que des considérations méthodologiques générales. Les **chapitres 5 à 8** présenteront les études réalisées dans le cadre de cette thèse (voir Chapitre 4 pour la présentation des études). Enfin, le **chapitre 9** constituera la conclusion de ce travail et présentera un résumé des principaux résultats, une discussion des apports de ces résultats, de leurs limites et des perspectives pour de futures recherches.

Première partie

Revue de la littérature

Chapitre 1

Les compétences numériques fondamentales et leur développement

1.1 Appréhender et représenter les nombres

Le verbe « appréhender », associé aux nombres, sera employé dans ce manuscrit pour évoquer l'action d'accéder à la sémantique des nombres. La sémantique d'un nombre est la grandeur portée par ce nombre, appelée aussi la quantité. La quantité désigne à la fois des quantités continues, comme des volumes, des distances, des durées et des quantités discrètes, comme des ensembles d'entités distinctes. La plupart du temps, c'est l'appréhension des quantités discrètes qui sera évoquée dans ce manuscrit. Pour être le plus clair possible, le terme « numérosité » sera utilisé pour faire référence aux quantités discrètes. Il est important de bien distinguer l'« appréhension » des nombres de la « représentation » des nombres. Représenter un nombre consiste à utiliser un code, écrit (e.g., 2, ••, *deux*) ou verbal (e.g., « deux »), pour faire référence à ce nombre en particulier mais n'implique pas nécessairement d'accéder à sa sémantique. Les différentes manières d'appréhender la numérosité et de représenter les nombres vont être présentées dans les parties suivantes.

1.1.1 L'appréhension de la numérosité

Etudier comment l'être humain appréhende les numérosités, ou quantifie, intéresse les chercheurs en psychologie depuis plus d'un siècle (e.g., Bourdon, 1908 ; Jevons, 1871 ; Warren, 1897). Les chercheurs contemporains proposent différentes définitions de la quantification. Selon Dehaene (1992), « quantifier » consiste à saisir la numérosité d'un ensemble perçu et à accéder à la représentation mentale correspondante. Selon Fayol (2012), « quantifier » consiste à répondre à la question : combien y en-a-t-il ? Contrairement à la définition de Dehaene, celle de Fayol suggère qu'une « étiquette » soit associée à la numérosité saisie pour pouvoir apporter une réponse à la question posée. Cette dernière définition sera utilisée dans la présente partie concernant l'appréhension des quantités et l'étiquette associée à la numérosité saisie sera un mot-nombre, comme par exemple « six » ou « trente ». Quantifier peut donc être réalisé via l'estimation, le subitizing et le dénombrement, (Kaufman, Lord, Reese, & Volkmann, 1949 ; Klahr, 1973). La distinction entre ces trois manières de quantifier provient de l'observation des performances de participants face à une tâche de jugement de numérosité. Dans une telle tâche, les participants sont invités à reconnaître et dénommer la numérosité de différents ensembles de points. Juger les numérosités 1, 2, 3 voire 4, appelées petites numérosités, conduit toujours à des réponses presque parfaites et rapides, c'est le subitizing. Juger des numérosités au-delà de 4, appelées grandes numérosités, produit des réponses dont la précision diminue à mesure que la numérosité augmente. Observer les temps nécessaires pour dénommer des grandes numérosités renseigne sur le type de quantification mis en jeu. En effet, lorsque l'estimation est utilisée, le temps mis pour dénommer des ensembles n'augmente pas linéairement avec leur numérosité alors que c'est ce qui est observé lorsque le dénombrement est mis en jeu (Kaufman et al., 1949 ; Mandler & Shebo, 1982). L'estimation permet une appréhension approximative des numérosités tandis que le subitizing et le dénombrement permettent une appréhension exacte des numérosités.

L'estimation

Dans la littérature, le terme « estimation » est utilisé pour décrire différentes capacités, ce qui peut créer une certaine confusion. Tout d'abord l'estimation renvoie à la capacité à associer une numérosité approximative à un ensemble d'objets, permettant ainsi, par exemple, de comparer des ensembles sans avoir recours au langage (e.g., sans utiliser de mots-nombres, ou de nombres écrit en chiffres arabes). Cette capacité sera appelée « capacité d'approximation » dans ce manuscrit afin de désambiguïser l'utilisation du terme « estimation ». Pour une description détaillée de cette capacité, le lecteur est invité à se référer au chapitre 3, consacré au traitement approximatif des quantités. L'estimation renvoie également à la capacité à associer un nombre symbolique (i.e., mot-nombre ou nombre en chiffres arabes) et une quantité de manière approximative. Le terme « estimation » sera conservé, dans ce manuscrit, pour évoquer cette capacité. D'une manière générale, lorsqu'il s'agit de donner un nombre symbolique à partir d'une quantité perçue (i.e., estimation par perception), les réponses données ont tendance à être sous-estimées par rapport au nombre réel. A l'inverse, lorsqu'il s'agit de produire une quantité approximative à partir d'un nombre symbolique (i.e., estimation par production), les réponses données ont tendance à être surestimées (Crollen, Castronovo, & Seron, 2011). Les réponses des participants dans les tâches d'estimation, par perception ou par production, présentent la signature de la loi de Weber, appelée aussi la variabilité scalaire. Selon cette loi, la variabilité des estimations augmente avec la taille des nombres à estimer, de telle sorte que lorsque les participants doivent estimer plusieurs fois les mêmes nombres cibles, le coefficient de variation (i.e., COV = écart-type /moyenne des réponses) reste constant pour tous les nombres cibles (Cordes, Gelman, Gallistel, & Whalen, 2001 ; Whalen, Gallistel, & Gelman, 1999). Les capacités d'estimation peuvent ainsi être indexées par le COV. Ce COV diminue avec l'âge, attestant que les capacités d'estimation s'améliorent au cours du développement (i.e., à 5-7 ans COV = .23, à l'âge adulte COV = .16, d'après Huntley-Fenner, 2001 ; Mejias, Grégoire, & Noël, 2012). Peu d'études se sont intéressées à la mise en place des capacités d'estimation chez les jeunes enfants. Les données actuelles tendent à faire penser que l'estimation par production serait fonctionnelle avant l'estimation par perception (Le Corre & Carey, 2007 ; Odic, Le Corre, & Halberda, 2015 ; Wagner & Johnson, 2011). Ainsi, dans l'étude de Odic et collaborateurs (2015), des enfants entre 2 ans et demi et 4 ans et demi pouvaient produire les quantités approximatives entre « six » et « dix », ils étaient donc capables de réaliser des estimations par production. Au contraire, les réponses que donnaient ces mêmes enfants pour estimer la numérosité d'ensembles de points compris entre 6 et 10 étaient incohérentes, autrement dit, elles n'augmentaient pas avec la numérosité. Ce ne serait qu'à 5 ans que l'estimation par perception serait effective (Huntley-Fenner, 2001 ; Lipton & Spelke, 2005 ; Mejias & Schiltz, 2013).

Le subitizing

Le traitement particulier permettant la dénomination rapide et précise des petites numérosités a été appelé subitizing par Kaufman, Lord, Reese et Volkman (1949). Les individus nécessitent entre 40 et 100 ms pour dénommer les petites numérosités entre 1 et 3, voire 4 (Trick & Pylyshyn, 1994). La spécificité du processus de subitizing a été longtemps débattue. Certains auteurs défendaient l'idée selon laquelle il ne s'agissait que d'un dénombrement très rapide (Gallistel & Gelman, 1992), tandis que d'autres pensaient qu'il pouvait s'agir d'une estimation précise (e.g., Dehaene & Changeux, 1993). Cette dernière proposition a été contestée par le fait que le jugement des numérosités dans le rang 1 à 4 d'une part, et le jugement des numérosités de 10 à 40 d'autre part, conduisait à des performances très différentes : précises et avec peu de variabilité pour le premier rang et imprécises et variables pour le second (Revkin, Piazza, Izard, Cohen, & Dehaene, 2008). Selon ces auteurs, l'observation de ces différences en fonction de la taille des numérosités mises en jeu est une preuve de l'existence de deux traitements différents : le subitizing pour le rang des petites numérosités et l'estimation pour le rang des grandes numérosités. Actuellement, le statut particulier du subitizing est admis. La limitation à 3 ou 4 éléments s'expliquerait par les limites de notre système attentionnel. L'étude de Burr, Turi et Anobile (2010) a montré que lorsque l'attention visuelle est disponible, le traitement des petites numérosités est exact, le subitizing est utilisé, tandis que lorsqu'elle est occupée par une tâche distractrice non numérique, ce traitement devient approximatif, l'estimation prend alors le relais. Le subitizing a également été étudié avec d'autres modalités sensorielles que la vision en utilisant des tâches de jugement de numérosités. L'observation d'une discontinuité des performances des participants en fonction de la taille des collections à juger suggère qu'il serait possible de subitiser des stimuli avec le toucher (e.g., Plaisier, Bergmann Tiest, & Kappers, 2009 ; Riggs et al., 2006) ainsi qu'avec l'audition (mais seulement jusqu'à 2 objets ; Camos & Tillmann, 2008).

Bien que la période précise d'acquisition du subitizing ne soit pas connue, des études avec la vision suggèrent qu'il serait effectif très tôt, entre 3 et 5 ans, (e.g., Le Corre & Carey, 2007) et que son efficacité se développerait peu avec l'âge (Starkey & Cooper, 1995 ; Svenson & Sjöberg, 1983). Starkey et Cooper (1995) ont montré que lorsque l'on présente des ensembles de points, pendant 200 ms, à des jeunes enfants, à 4 ans ils peuvent précisément nommer les numérosités de 1 à 3 ($>$ 95% de réussite) mais pas la numérosité 4 (56% de réussite) tandis qu'à 5 ans ils parviennent aussi à être assez précis pour nommer la numérosité 4 (78%). D'autres chercheurs (Svenson & Sjöberg, 1983) se sont intéressés aux performances en subitizing d'enfants de 7, 8, 10, 12, et 15 ans et d'adultes. Leurs résultats ont montré que la numérosité maximale pouvant être subitisée par les enfants et les adultes était de 3 ou 4 en fonction des individus. D'après ces études, le rang des numérosités pouvant être subitisé n'évolue donc pas significativement après 5 ans. Cependant, la durée nécessaire pour subitiser ne serait pas encore maximale à cet âge. Les enfants atteignent la vitesse maximale de subitizing, similaire à celle de l'adulte, autour de l'âge de 10 ans (i.e., environ 50 ms pour appréhender les numérosités de 1 à 3, Svenson & Sjöberg, 1983).

Le dénombrement

Le dénombrement permet de déterminer toutes les numérosités, petites ou grandes, de manière précise. Il consiste à mettre en correspondance la chaîne numérique verbale (i.e., la suite verbale des nombres : « un », « deux », « trois ») avec chaque élément d'une collection, dans le but d'en déterminer la cardinalité (i.e., la numérosité exacte). Dénombrer des collections suppose donc de connaître la suite des mots-nombres, mais aussi de savoir que chaque mot-nombre réfère à une numérosité donnée. C'est ce qui est appelé principe de cardinalité (Gelman & Gallistel, 1978 ; voir Tableau 1, partie 1.2.2 pour une description plus détaillée des différents principes mis en jeu lors du dénombrement). Il a été montré que les enfants connaissent la suite verbale des mots-nombres avant d'avoir compris qu'à chaque nombre correspond une numérosité donnée (e.g., Condry & Spelke, 2008 ; Fuson, 1988). Ce ne serait qu'à 3 ans et demi voire 4 ans que l'enfant maîtriserait la logique du dénombrement. A cet âge, il aurait compris le principe de cardinalité et pourrait l'appliquer à tous les mots-nombres qu'il connaît. Avec l'âge, le dénombrement devient de plus en plus efficace. Les erreurs et le temps mis pour dénombrer diminuent graduellement (Camos, Fayol, & Barrouillet, 1999 ; Svenson & Sjöberg, 1983). Ainsi, alors que pour dénombrer une collection d'objets un enfant de 5 ans a besoin en moyenne d'environ 600 ms par élément composant la collection, un enfant de 8 ans n'aura besoin que de 400 ms et un adulte seulement d'environ 300 ms (Camos et al., 1999).

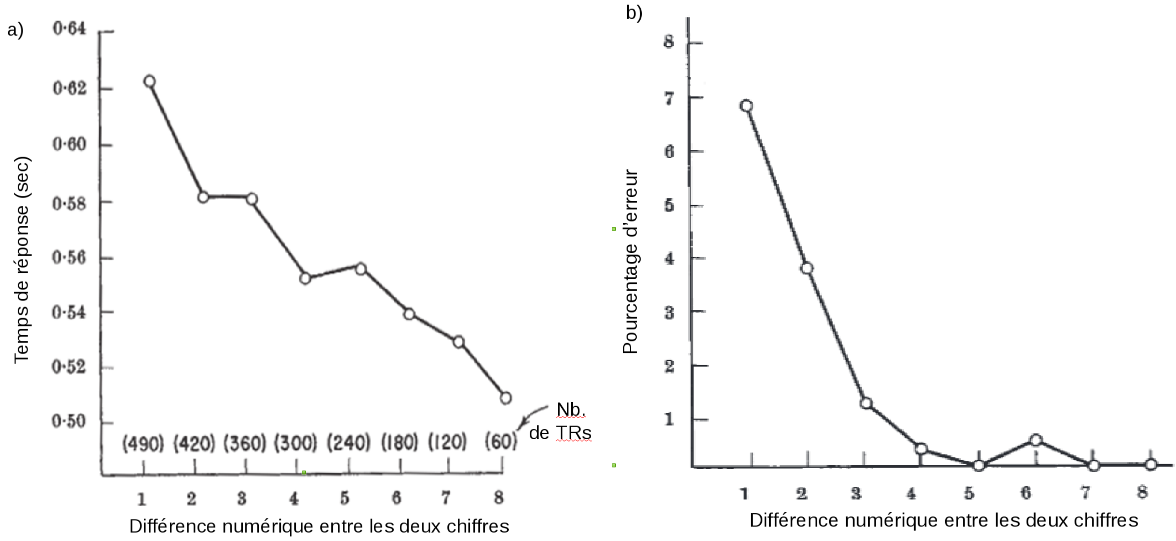
1.1.2 La relation entre nombre et espace

Les nombres sont étroitement liés à la notion d'espace. On retrouve d'ailleurs cette association dans certaines expressions courantes de la langue française, telles que « 5 est plus près de 6 que de 9 » ou encore « je sais compter très loin ». Cette relation a été établie à la suite de nombreuses études s'intéressant aux temps et aux précisions de réponses dans des tâches de comparaison de nombres écrits en chiffres arabes.

Effets de distance et de taille

En 1967, Moyer et Landauer ont observé des résultats inattendus lors d'une expérience de comparaison de nombres. Dans cette expérience, des participants adultes voyaient s'afficher des paires de chiffres et devaient indiquer de quel côté se trouvait le plus grand des deux, en appuyant sur le bouton correspondant. La mesure des temps de réponse a révélé que lorsque les deux chiffres représentaient des quantités très différentes, 2 et 8 par exemple, les réponses des participants étaient plus rapides que lorsque les deux chiffres représentaient des quantités proches, comme 7 et 8. Cette observation a été appelée l'effet de distance : plus deux nombres sont voisins, plus nous mettons de temps à les discriminer (Figure 1.1.a) et aussi plus nous sommes imprécis dans nos réponses (Figure 1.1.b). L'effet de distance entre les nombres, à un ou plusieurs chiffres (e.g., Hinrichs, Yurko, & Hu, 1981 ; Dehaene, Dupoux, & Mehler, 1990) est un des effets « les plus robustes et fiables observés dans le domaine de la psychologie expérimentale » (Butterworth, 1999, p.254).

Un second résultat surprenant, issu de l'expérience de Moyer et Landauer (1967), était que pour des différences identiques entre deux nombres, les temps de réponses augmentaient à mesure que les nombres devenaient de plus en plus grands. Les participants mettaient donc plus de temps à choisir le plus grand nombre entre 8 et 9 qu'entre 4 et 5, par exemple. Cet effet a été appelé l'effet de taille. Moyer et Landauer ont émis l'hypothèse suivante afin d'expliquer les effets de distance et de taille : les deux nombres présentés seraient convertis par le participant en deux quantités, ou grandeurs analogiques, avant d'être comparés. Ainsi, les effets observés lorsque l'on compare deux nombres symboliques seraient identiques à ceux obtenus lors de la comparaison de deux grandeurs physiques telles que, par exemple, deux longueurs de lignes horizontales (Johnson, 1939, cités par Dehaene, Dupoux, & Mehler, 1990). La précision et le temps mis pour discriminer deux nombres symboliques obéirait donc à la loi de Weber-Fechner et dépendrait alors du rapport entre les deux grandeurs à comparer et pas seulement de la différence entre ces deux grandeurs. L'hypothèse initiale de Moyer et Landauer, appelée « modèle holistique » par la suite, servira de base pour l'élaboration des premiers modèles de cognition numérique.



(a) (b)

FIGURE 1.1: L'effet de distance. Les participants mettent de moins en moins de temps (a), et font de moins en moins d'erreur (b), pour sélectionner le nombre le plus grand numériquement, parmi deux nombres présentés en chiffres arabes, lorsque la distance qui sépare ces deux nombres augmente. La distance correspond à la différence entre les deux nombres à comparer. Par exemple, lorsque l'on compare 5 et 7, la distance est de 2 (d'après Moyer & Landauer, 1967).

Une ligne numérique mentale

Afin d'apporter une interprétation théorique à ces différents effets observés, la métaphore d'une ligne numérique mentale a été évoquée (Restle, 1970 ; Dehaene et al., 1990). Selon cette idée, les nombres symboliques seraient encodés analogiquement sur une carte mentale appelée ligne numérique. Les grandeurs analogiques seraient ainsi alignées et ordonnées sur une droite de telle sorte que des grandeurs très différentes occuperaient donc des positions très espacées et des grandeurs proches des positions rapprochées. Comparer un nombre A à un nombre B pourrait donc se faire en comparant leurs positions respectives sur la ligne numérique (Restle, 1970), ce qui expliquerait pourquoi la comparaison est facilitée pour des « nombres distants ». Une étude, menée par Dehaene et ses collègues en 1990, a permis par hasard de mettre en évidence une autre relation forte entre les nombres et l'espace. Dans cette expérience, initialement destinée à examiner différentes interprétations possibles de l'effet de distance, des adultes devaient classer des nombres en fonction d'un nombre référent, 65, en utilisant deux boutons de réponse, un dans la main droite et un dans la main gauche. Le côté de réponse était contrebalancé : un groupe de participants devait répondre « plus grand que 65 » avec la main droite et « plus petit que 65 » avec la main gauche et un autre groupe devait suivre les instructions inverses. La variable « côté de réponse » n'était qu'une variable contrôle. Cependant en comparant les temps de réponse des participants, les chercheurs ont été surpris de découvrir que lorsque le nombre présenté était plus grand que 65, les participants ayant répondu avec la main droite étaient plus rapides que ceux ayant répondu avec la main gauche. De plus, lorsque le nombre présenté était plus petit que 65, les participants les plus rapides étaient ceux ayant répondu avec leur main gauche (Dehaene et al., 1990). Cette différence suggère que ces adultes associaient spontanément les grands nombres avec le côté droit de l'espace et les petits nombres avec le côté gauche. L'expérience a par la suite été reproduite de nombreuses fois, en changeant les consignes de la tâche, en croisant les mains pour répondre, ou avec des participants gauchers, et les résultats se sont avérés similaires (Hubbard, Piazza, Pinel, & Dehaene, 2009). Le phénomène observé a été appelé l'effet SNARC, un acronyme de l'anglais Spatial Numerical Association of Response Codes (association spatio-numérique des codes de réponses). Dehaene a interprété ce résultat en précisant la métaphore de la ligne numérique mentale. Selon lui, notre représentation mentale des quantités serait donc organisée sur une ligne, selon un ordre croissant, et serait orientée de gauche à droite dans l'espace. Ainsi, le zéro serait à l'extrême gauche et les nombres s'étendraient vers la droite (pour une interprétation différente, voir Bae, Choi, Cho, & Proctor, 2009).

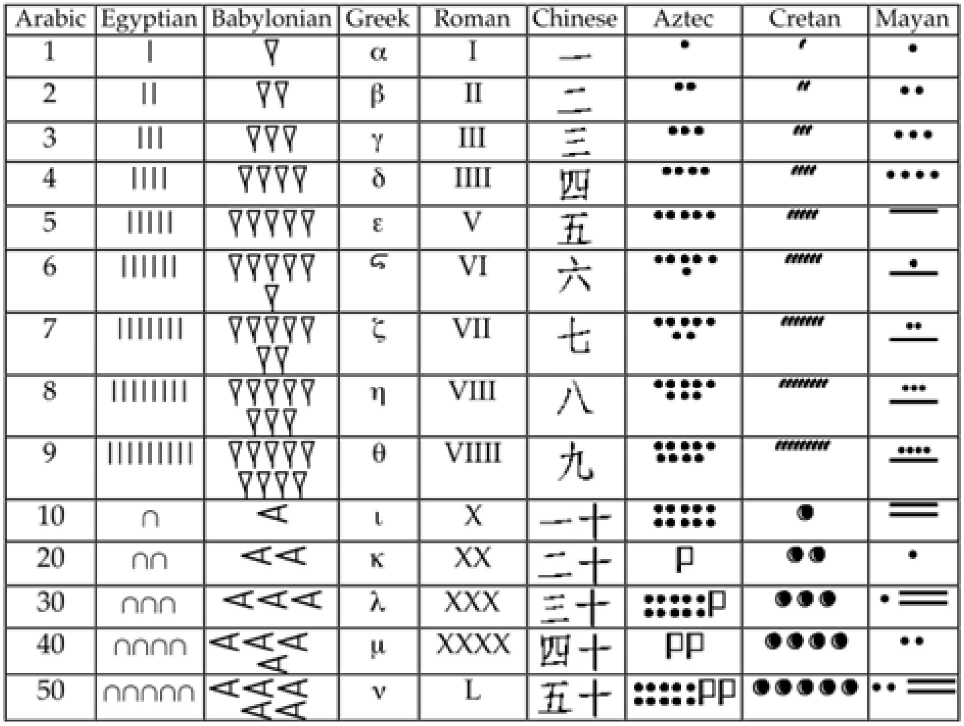
L'effet SNARC a été observé chez l'enfant, dès l'âge de 7 ans (van Galen & Reitsma, 2008). En observant que la direction de cette association s'inversait dans les cultures qui lisent de droite à gauche, il a été supposé que l'effet SNARC proviendrait de la direction de l'écriture et de la lecture (Dehaene, Bossini, & Giraux, 1993). En utilisant des ensembles d'objets (i.e., numérosités) à la place des nombres écrits en chiffres arabes, cette même orientation de l'association entre nombre et espace a été observée chez des enfants plus jeunes, de 4 ans (Patro & Haman, 2012). Certains auteurs contestent toutefois l'interprétation selon laquelle l'orientation de la ligne numérique mentale serait le résultat de nos habitudes culturelles de lecture et d'écriture (pour revue, voir Rugani & de Hevia, 2016). En s'appuyant sur des résultats obtenus auprès de nourrissons et d'animaux non-humains montrant qu'ils associent spontanément numérosité et espace, ces auteurs proposent une origine plus biologique à l'orientation de la ligne numérique mentale. Cette question est encore actuellement débattue (pour revue, voir McCrink & Opfer, 2014).

1.1.3 Représenter les nombres

Les différentes manières de représenter les nombres sont liées à l'histoire et aux besoins de chaque culture. Ainsi, par exemple, dans certaines cultures, comme celle des Mundurucús, une tribu vivant dans la forêt amazonienne, il n'existe pas de mots pour représenter les numérosités au-delà de 5. Pour évoquer des numérosités plus grandes, les Mundurucús utilisent l'équivalent des mots « peu » puis « beaucoup » (Pica, Lemer, Izard, & Dehaene, 2004). Ils peuvent donc évoquer précisément les petites numérosités, mais seulement approximativement les grandes. Il semblerait que le mode de vie quotidien des hommes et femmes de cette tribu ne les ait pas contraints à développer un système plus élaboré pour représenter également les grands nombres.

Concernant l'écriture des nombres, la comparaison des systèmes numériques écrits, élaborés par différentes cultures et à travers différentes époques (Figure 1.2), fait apparaître également de nombreuses variations. Par exemple, la base de référence peut différer d'un système à l'autre. Tandis que le système indo-arabe est un système de numération utilisant la base 10, le système aztèque utilise la base 20 et le système babylonien, la base 60. La manière dont ces différents peuples utilisaient leurs doigts pour représenter les nombres expliquerait l'existence de ces différentes bases (Ifrah, 1994). Ainsi, la base 10 est liée à l'utilisation des doigts des deux mains pour dénombrer et la base 20 à l'utilisation des doigts des deux mains ainsi que des doigts des deux pieds. L'origine de la base 60 est plus incertaine. Elle pourrait être le résultat d'une rencontre entre deux cultures différentes, l'une utilisant la base 5 (i.e., les doigts d'une main) et l'autre utilisant la base 12 (provenant du dénombrement, par pointage avec le pouce d'une main, des phalanges de cette même main). Ainsi, l'utilisation des doigts dans cette base 60 aurait été réalisée de la manière suivante : une main servait à dénombrer jusqu'à douze à l'aide du pouce, tandis que l'autre main permettait de garder la trace de chaque douzaine comptée (12 x 5 = 60).

De plus, et ce même au sein d'un système numérique donné, le code utilisé peut faire parfois directement référence à la numérosité (e.g., les numérosités de 1 à 9 dans le système numérique égyptien sont représentés par 1 à 9 traits verticaux, Figure 1.2) et parfois être totalement arbitraire (e.g., les numérosités 5 et 10 représentées par V et X). La différence qui vient d'être soulignée permet de classer les codes utilisés pour représenter les nombres selon deux grandes catégories : les codes analogiques, aussi appelés codes non symboliques, et les codes symboliques. Parmi les différents systèmes numériques écrits présentés dans la Figure 1.2, aucun utilise uniquement un code analogique. En revanche, le système grec est un exemple de système numérique écrit utilisant exclusivement un code symbolique. Seuls les codes analogiques et symboliques utilisés dans notre culture occidentale seront décrits dans les sections suivantes.



Arabic	Egyptian	Greek	Roman	Chinese
1	I	α	I	一
2	II	β	II	二
3	III	γ	III	三
4	IIII	δ	IIII	四
5	IIIII	ε	V	五
6	IIIIII	ϛ	VI	六
7	IIIIIII	ζ	VII	七
8	IIIIIIII	η	VIII	八
9	IIIIIIIII	θ	VIIII	九
10	∩	ι	X	一十
20	∩∩	κ	XX	二十
30	∩∩∩	λ	XXX	三十
40	∩∩∩∩	μ	XXXX	四十
50	∩∩∩∩∩	ν	L	五十

FIGURE 1.2: Systèmes numériques utilisés dans différentes cultures et à travers différentes époques dont le système numérique arabe, utilisé actuellement dans notre culture occidentale (d'après Zhang & Norman, 1995).

Les codes analogiques

Le terme analogie signifie littéralement « ressemblance, rapport existant entre des choses qui présentent des caractères communs » (« Analogie », 2016). Les codes analogiques comportent donc des caractères communs avec ce qu'ils représentent. Par exemple, il peut s'agir de représenter une quantité donnée à l'aide de dessins, de traits, de points, d'encoches faits sur un support ou encore avec des cailloux, un volume de liquide, ou la distance entre deux repères. Le caractère commun repose sur le fait que la taille de la représentation est proportionnelle à la numérosité représentée. Cette représentation nécessite déjà une certaine abstraction puisque le signifié (e.g., la quantité 5) peut correspondre à différents signifiants (e.g., 5 cailloux, 5 encoches ou encore le volume d'eau allant jusqu'à la 5ème graduation). Parmi les codes analogiques couramment utilisés dans notre culture, le recours aux doigts est certainement le plus répandu.

L'utilisation exclusive des codes analogiques est limitée. Comme décrit dans le paragraphe abordant le subitizing (partie 1.1.1), nous ne sommes capables d'appréhender précisément, et donc de différencier d'un seul coup d'œil, que les numérosités comprises entre 1 et 3 voire 4. Sans langage, le seul moyen de comparer deux collections de plus de quatre éléments est le recours à la correspondance terme à terme. Il s'agit de placer en face de chaque objet d'une collection A, un objet issu d'une collection B. Ainsi, quelles que soient les numérosités mises en jeu, il devient possible de déterminer quelle collection comporte le plus d'objets. De plus, pour garder la trace des très grandes numérosités, par exemple 2000, il est inadapté de collecter 2000 cailloux ou même de faire 2000 encoches sur une tige. Devant ces limitations l'homme a eu recours à un autre type de codage ; il s'est construit des codes symboliques.

Les codes symboliques

Rappelons que les codes symboliques représentent les nombres arbitrairement, c'est-à-dire sans aucune ressemblance entre le symbole et la numérosité représentée. Principalement, deux codes symboliques différents sont utilisés pour représenter les nombres : le code verbal et le code arabe. Le code verbal est constitué des mots-nombres propres à chaque langue. Un mot-nombre isolé, tel que « cinq » (i.e., le signifiant) en français, ne renseigne pas sur son signifié : la numérosité qu'il représente. Cependant, en utilisant la chaîne numérique verbale, c'est-à-dire la suite conventionnelle des mots-nombre (i.e., « un », « deux », « trois », « quatre », « cinq », « six »), il est possible de déterminer facilement que « cinq » vient avant « six » et donc que « six » correspond à une numérosité plus grande que « cinq ». En effet, bien que les mots-nombres soient rangés selon un ordre arbitraire, cet ordre, à condition de toujours conserver le même (c'est le principe d'ordre stable évoqué par Gelman & Gallistel, 1978), permet d'associer chaque mot-nombre à une numérosité. C'est ce que l'on fait lorsqu'on a recourt au dénombrement (voir partie 1.1.1.2. Le dénombrement) et ce que fait le jeune enfant lorsqu'il utilise ses doigts pour déterminer, comme dans l'exemple donné, lequel de « cinq » ou « six » est le nombre le plus grand. Ces activités ne sont pas nécessaires si l'on sait « par cœur » que « six » correspond à une plus grande numérosité que « cinq ».

En France, la maîtrise du code verbal s'acquiert entre 2 et 6 ans (Barrouillet & Camos, 2006). Son acquisition est longue et laborieuse, notamment à cause des particularités de la chaîne numérique verbale en français (cette remarque est vraie pour l'anglais également) qui est plus complexe que la chaîne numérique en chinois par exemple (Miller, Smith, Zhu, & Zhang, 1995). La chaîne numérique verbale en français est composée d'un lexique (e.g., un, deux, trois, ..., seize, vingt, ..., cent, mille, etc.) et d'une syntaxe, combinant les mots du lexique selon des règles permettant de produire et comprendre l'ensemble des mots-nombres. En fonction de l'ordre des mots, ces règles traduisent des relations additives (i.e., cent-trois), et/ou multiplicatives (i.e., trois-cents).

Le code arabe est un code écrit, bien moins complexe que le code verbal. Il ne comporte que dix symboles différents, appelés les chiffres (i.e., 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) qui peuvent se combiner les uns avec les autres pour former l'infinité des nombres, et il ne présente pas d'irrégularités. Comme pour les mots-nombre, un nombre écrit en chiffres arabes isolé, tel que « 3 » (i.e., le signifiant), ne renseigne pas sur son signifié (i.e., la numérosité). La numérosité représentée par un chiffre dépend de sa position dans le nombre. Ainsi, « 3 » par exemple, peut faire référence à la numérosité 3 (e.g., dans 43), à la numérosité 30 (e.g., dans 37) ou encore à la numérosité 300 (e.g., dans 345), etc. On dit que le code arabe est un système positionnel. Le premier contact des enfants avec le code arabe commence par la reconnaissance du statut particulier des chiffres parmi d'autres symboles. Noël (2005, cité par Noël, 2007) a cherché à déterminer quand cette compétence était mise en place en présentant différents symboles à des enfants de maternelle : des chiffres de 1 à 9, des lettres et d'autres symboles (e.g., $). Les enfants devaient juger si l'élément proposé était un chiffre (« ce qui sert à compter ») ou non. A 3 ans, quel que soit le symbole présenté, les réponses des enfants n'étaient pas meilleures que le hasard, suggérant soit qu'ils n'avaient pas compris l'exercice, soit qu'ils n'avaient aucune idée de ce qu'un chiffre pouvait être. A 4 ans, 89% des chiffres présentés ont été reconnus, mais la présentation des autres symboles produit toujours des réponses au hasard. A cet âge, il est donc plus facile d'affirmer qu'un symbole est bien un chiffre que d'affirmer qu'un symbole n'est pas un chiffre. A 5 ans enfin, les chiffres sont reconnus dans 95% des cas et les autres symboles rejetés dans 74% des cas.

Transcrire un mot-nombre en chiffres arabes (e.g., dictée de nombres) ou transcrire un nombre écrit en chiffres arabe en un mot-nombre (e.g., lecture de nombres écrits en chiffres arabes) est appelé le transcodage. Dans ces deux situations, il s'agit de passer d'un code symbolique à l'autre. Le transcodage est également réalisable entre les codes analogiques et symboliques. Toujours selon Noël (2007), ce n'est que vers 6 ans que les enfants sont capables de lire et d'écrire sans erreur des chiffres isolés. Vers 7 ans, ils sont alors capables de lire et d'écrire des nombres à deux chiffres, puis vers 8 ans tous les nombres de 1 à 4 chiffres. La maîtrise du transcodage serait alors en place à cet âge-là.

Une relation étroite entre les codes symboliques et analogiques

L'hypothèse de Moyer et Landauer (1967) proposée pour expliquer l'effet de distance, stipulait que les nombres symboliques étaient convertis en grandeurs analogiques afin d'être comparés. Cette hypothèse a par la suite été largement développée par d'autres chercheurs. Un des points de débat consiste à déterminer si l'activation de la numérosité associée à un nombre symbolique est automatique ou volontaire. Pour tester cela, la célèbre tâche de Stroop, inventée dans les années trente (Stroop, 1935), a été adaptée en une version numérique. Contrairement à la tâche initiale, les stimuli présentés ne sont pas des mots ou des motifs de couleur, mais des paires de chiffres de tailles physique et numérique variables. Le participant doit donc choisir le plus rapidement possible, lequel des deux nombres présentés est le « plus grand » selon un critère donné : sa taille physique ou sa taille numérique. La condition expérimentale permettant de faire avancer le débat concernant l'activation automatique ou non des quantités à la vue d'un nombre symbolique est celle du jugement selon le critère « taille physique ». En effet, si la quantité associée aux chiffres à comparer est activée automatiquement, elle devrait créer une interférence lorsque la grandeur numérique de ces chiffres est incongruente avec leur taille physique. Pour étudier ce possible effet d'interférence, les temps de réponse de participants dans trois situations ont été comparés (Henik & Tzelgov, 1982). Dans la situation congruente, le chiffre le plus grand physiquement est aussi le chiffre le plus grand numériquement, comme dans la comparaison 5 vs ₃. Dans la situation neutre les deux chiffres sont identiques mais leur taille physique diffère (e.g., 5 vs ₅) et dans la situation incongruente le chiffre le plus grand physiquement est le plus petit numériquement (e.g., ₅ vs 3). Les résultats ont montré que les participants étaient moins rapides dans la situation incongruente que dans les situations neutre et congruente. Activer la taille numérique des chiffres n'est pas pertinent ni avantageux pour résoudre cette tâche de jugement selon le critère « taille physique ». Cependant, l'effet d'interférence observé montre que cette activation a tout de même lieu et suggère qu'elle serait donc involontaire et automatique.

Dehaene (2010, p. 88), appelle cette conversion automatique des nombres symboliques en quantités, le « réflexe de comprendre » car ce phénomène est décrit comme quasi instantané, impossible à inhiber et inconscient. L'idée d'un accès inconscient à la sémantique des nombres a été démontrée grâce au paradigme « d'amorçage masqué » (e.g., Marcel, 1983). Il consiste à afficher très brièvement à l'écran un stimulus, appelé l'amorce (i.e., pendant environ 50 ms), présenté entre deux masques, ou suivi d'un masque, puis à présenter un autre stimulus, appelé la cible. Un masque est constitué d'une chaîne de caractères du type « TsPLqA ». Cette technique de masquage combinée à une présentation très brève rend l'amorce présentée inaccessible au champ de la conscience. Seule la chaîne de caractères et la cible demeurent « visibles ». En présentant des nombres symboliques (i.e., chiffres arabes ou mots nombres) en amorce et en cible, il a été montré que le temps mis pour traiter la cible variait en fonction de sa distance numérique avec l'amorce (e.g., Dehaene et al., 1998 ; Reynvoet & Brysbaert, 1999). Ainsi, des adultes sont plus rapides pour nommer la cible lorsque l'amorce est proche de ce nombre, par exemple nommer « six » après « sept » que lorsqu'elle est plus éloignée, par exemple « six » après « neuf » (Reynvoet & Brysbaert, 1999). Bien que non accessible à la conscience, l'amorce a donc été traitée par les participants. De plus, l'activation de la quantité associée à l'amorce semble faciliter le traitement de la cible lorsque les deux nombres sont proches numériquement. Expliquer pourquoi cette facilitation est observée constitue une des questions clés qui intéressent les chercheurs et les guident dans l'élaboration de modèles explicatifs de traitement des nombres.

Chaque fois qu'un adulte est confronté à un nombre symbolique, il ne pourrait s'empêcher d'accéder à la numérosité qui lui est associée. Qu'en est-il chez l'enfant ? Tout d'abord, l'effet de distance (i.e., plus deux nombres sont proches numériquement, plus il faut de temps pour les discriminer) a été observé chez des enfants de 5, 6, 10 et 13 ans, suggérant que dès 5 ans, les enfants associeraient déjà les nombres symboliques à des numérosités (Sekuler & Mierkiewicz, 1977). Une étude plus récente (Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2007) a apporté un argument supplémentaire pour conforter cette idée. Des chercheuses ont proposé à des enfants de 5 ans de résoudre des problèmes d'addition, de soustraction et de comparaison mettant en jeu des nombres symboliques de grande taille numérique. Les étapes de chaque problème étaient présentées séquentiellement à l'enfant sur l'écran d'un ordinateur et commentées au fur et à mesure par l'expérimentatrice (voir Figure 1.3 pour un exemple avec un problème d'addition). La question posée à l'enfant à la fin de chaque problème impliquait toujours de choisir le personnage ayant le plus de bonbons ou de gâteaux.

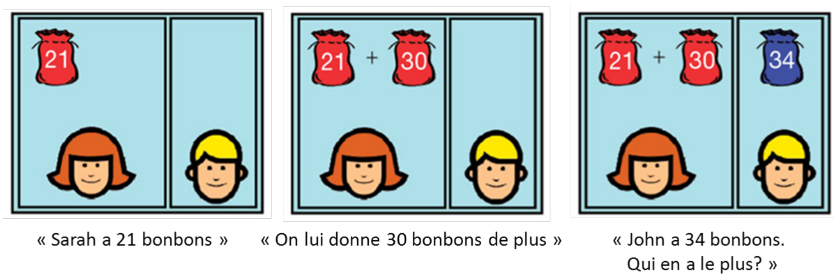


FIGURE 1.3: Illustration d'un problème d'addition proposé aux enfants de 5 ans dans l'expérience de Gilmore, McCarthy et Spelke (d'après Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2007).

Les résultats ont montré qu'en moyenne les enfants réussissaient la plupart du temps à trouver la réponse correcte : 73% de réponses correctes pour les problèmes avec additions, 68% pour les soustractions et 80% pour les comparaisons. Rappelons que ces enfants avaient 5 ans et que les nombres utilisés étaient de grands nombres (i.e., entre 5 et 98). Il n'est donc pas envisageable que les enfants aient calculé précisément le résultat de chaque problème pour répondre. Mais alors comment ces enfants ont-ils procédé ? En remarquant que les réponses des enfants étaient meilleures lorsque les deux nombres à comparer étaient éloignés que lorsqu'ils étaient proches, les auteurs en ont déduit qu'ils avaient réussi à résoudre ces problèmes en convertissant les nombres présentés en quantités approximatives.

Tout comme les adultes, les enfants, au moins dès l'âge de 5 ans, associeraient donc aux nombres symboliques des numérosités. La question est maintenant de savoir si, comme il est observé chez les adultes, cet accès à la numérosité est automatique ou s'il nécessite une volonté de la part des enfants. Pour tester cette idée, Girelli, Lucangelli et Butterworth (2000) ont proposé la tâche de stroop adaptée dans sa version numérique à des enfants de 6, 8 et 10 ans. Les résultats montrent que les enfants étaient significativement moins rapides dans la situation incongruente que dans la situation neutre et dans la situation congruente à partir de 8 ans, cette différence étant plus marquée à 10 ans. D'après cette étude, l'automatisation dans l'accès à la numérosité ne serait donc pas encore mise en place à 6 ans mais le serait à 8 ans. Plus précisément, une autre étude a montré que cette automatisation se construirait au cours de la première année d'école élémentaire (i.e., entre 6 et 7 ans, Rubinsten, Henik, Berger, Shahar-Shalev, 2002).

1.1.4 Deux modèles architecturaux influents en cognition numérique

La mise en correspondance d'observations issues de la neuropsychologie (voir Encadré 1.1) avec les théories cognitives a permis l'élaboration de plusieurs modèles architecturaux de traitement des nombres. Seulement deux modèles seront présentés dans ce manuscrit. Il s'agit du modèle de McCloskey (1985) et du modèle du Triple Code, modèle proposé par Dehaene et basé en partie sur les travaux qu'il a réalisés en collaboration avec Cohen (Dehaene, 1992 ; Dehaene & Cohen, 1995).

Le modèle de McCloskey

En examinant les déficits de patients en compréhension, production de nombre et calcul, et en étudiant les observations issues de la littérature sur la dyscalculie, McCloskey, Caramazza et Basili (McCloskey, 1992 ; McCloskey, Caramazza, & Basili, 1985) ont mis en évidence différentes dissociations (voir Encadré 1.1 pour une explication de ce terme) et proposé un modèle général des systèmes cognitifs impliqués dans ces trois capacités. Ce modèle suppose que la compréhension et la production de nombres reposent sur deux systèmes indépendants. Le système de compréhension convertit les entrées numériques en une représentation sémantique interne pour être utilisée ultérieurement pour un traitement cognitif donné, par exemple pour le calcul (système indépendant). Le système de production convertit la représentation interne des nombres dans le format voulu en sortie. De plus, chaque système, compréhension et production, est divisé en deux sous-systèmes : un pour le traitement des nombres sous leur forme écrite en chiffres arabes (e.g., 17) et un pour le traitement des nombres sous leur forme verbale (e.g., « dix-sept » dit oralement ou écrit). La représentation sémantique interne correspond à une forme abstraite de la quantité. Elle a un rôle central dans le modèle puisqu'elle est l'intermédiaire obligé entre les systèmes d'entrée et de sortie et qu'elle est nécessaire au calcul (voir Figure 1.4, pour plus de détails sur les composantes de ce modèle).

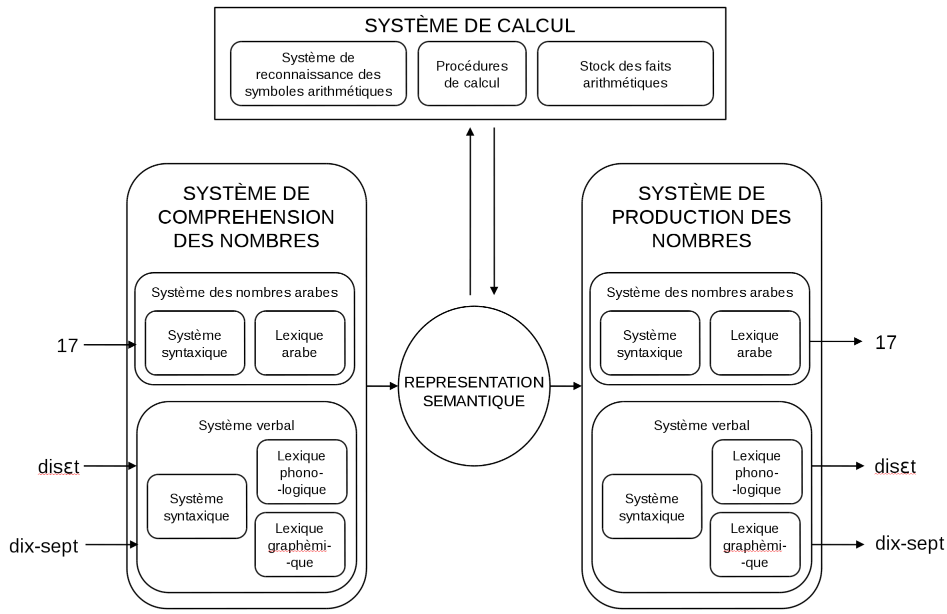


FIGURE 1.4: Le modèle de McCloskey, Caramazza et Basili (1985). Ce modèle est composé de trois systèmes distincts : un système de compréhension des nombres, permettant l'encodage des nombres en entrée, un système de calcul dans lequel sont stockés les faits arithmétiques, permettant de reconnaître les symboles arithmétiques et d'exécuter les procédures de calcul, et un système de production des nombres, permettant de fournir le nombre dans le code voulu en sortie. Pour passer d'un système à l'autre il est nécessaire de passer par la représentation sémantique des nombres. Les systèmes de compréhension et de production sont composés de deux sous-systèmes : le système des nombres arabes et le système verbal, chacun comprenant un module de traitement syntaxique et un module de traitement lexical (d'après Seron, 1994).

Le modèle de McCloskey et collaborateurs a constitué un modèle de référence pour les études en cognition numérique, pendant une dizaine d'années (Dehaene & Cohen, 1998). Il a également été sujet à de nombreuses critiques, notamment concernant l'hypothèse d'une représentation interne abstraite des nombres, porteuse de la sémantique et intermédiaire incontournable entre les trois modules du modèle. Une des controverses provient de l'observation attentive des erreurs de transcodage faites par des patients présentant des déficits langagiers. Ainsi, Deloche et Seron (e.g., Deloche & Seron, 1982) ont suggéré que le transcodage, concernant la conversion d'un nombre du code verbal au code arabe et vice versa, pourrait, dans certaines situations, être réalisé sans avoir accès à l'information sémantique portée par le nombre (i.e., la numérosité).

Par exemple, lorsqu'il s'agit d'écrire « cent-trente-cinq » en chiffres arabes, il ne serait pas nécessaire d'activer la numérosité représentée pour ne pas faire d'erreur. Il suffirait simplement d'appliquer les règles positionnelles suivantes : « cent est un 1 écrit à gauche, « trente » un 3 écrit en deuxième position, à droite de 1, et « cinq » est un 5 écrit en troisième position, tout à droite. L'hypothèse d'un transcodage asémantique sera également défendue par Dehaene et Cohen (1995) afin d'expliquer notamment les déficits de leurs patients G.O.D., et S.M.A. (voir Encadré 1.1). Elle nécessite de remettre en cause l'architecture du modèle proposé par McCloskey. D'autres limites à ce dernier modèle ont été dévoilées par des chercheurs en neuropsychologie (Campbell & Clark, 1988 ; Cipolotti & Butterworth, 1995 ; Cohen & Dehaene, 1995 ; Noel & Seron, 1993). Ils ont proposé différents modèles alternatifs cherchant à expliquer au mieux les diverses dissociations observées auprès de patients atteints de dyscalculie, d'alexie, ou d'autres déficits affectant directement ou indirectement leurs compétences numériques. Parmi ces modèles, il en est un qui désormais peut être considéré comme le modèle dominant. Il s'agit du modèle du triple code développé par Dehaene et Cohen (Dehaene, 1992 ; Dehaene & Cohen, 1995).

Le modèle du Triple Code de Dehaene

Comme le suggère son nom, ce modèle de traitement des nombres propose l'existence de trois systèmes de représentation différents (Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003) : le système verbal, le système visuel arabe et le système des quantités. Dans le système verbal, les nombres sont représentés lexicalement, phonologiquement et syntaxiquement, comme n'importe quel autre mot. Ce système permet donc de traiter le code verbal des nombres. Dans le système visuel arabe, les nombres sont encodés sous la forme d'une chaîne de chiffres arabes. Ce système permet donc de traiter le code arabe des nombres. Le système des quantités a un statut particulier parmi les trois systèmes. En plus de pouvoir traiter les codes analogiques, c'est le seul système porteur de sémantique. La taille des nombres et les relations de distance entre les nombres y sont représentées. Dehaene et ses collègues font le lien entre ce système et la métaphore de la ligne numérique mentale. Dans le système des quantités, aussi appelé système analogue des grandeurs, les quantités seraient représentées par des distributions locales d'activations neuronales le long d'une ligne numérique analogique orientée. Ce système permet donc d'accéder à la numérosité des nombres : directement, si le nombre est représenté dans un code analogique, ou indirectement, si le nombre est présenté dans un code symbolique, verbal ou visuel arabe. Dans le cas de l'accès indirect, le nombre symbolique sera d'abord traité par le système verbal ou visuel arabe, en fonction de son format, avant d'être traité par le système des quantités. Dans le modèle du triple code, les trois systèmes sont interconnectés (Figure

1.5). Le passage par la sémantique du nombre, contrairement à ce qui était postulé dans le modèle de McCloskey, n'est pas un passage obligatoire. Ainsi, le transcodage asémantique est envisageable : il est possible de passer du code verbal au code visuel arabe et vice versa (dictée de nombres à écrire en chiffres arabes ou lecture de nombres écrits en chiffres arabes) en ayant recours à la connexion directe entre ces deux codes.

ENCADRÉ 1.1: Apport de la neuropsychologie à la cognition numérique

Les neuropsychologues reçoivent des patients ayant subi une lésion cérébrale. Une partie de leur travail consiste à décrire les troubles résultant de cette lésion spécifique en évaluant différentes capacités du patient à l'aide de tests standardisés. Ainsi, observer qu'une capacité donnée est affectée tandis qu'une autre demeure intacte est appelée une dissociation et permet aux chercheurs en neuropsychologie de faire des inférences sur l'organisation cérébrale. Il est possible par exemple de déduire d'une double dissociation (i.e., lorsqu'un patient A présente une capacité C1 conservée, mais une capacité C2 affectée, et qu'un patient B présente le pattern inverse) que les deux capacités observées reposent sur des circuits neuronaux en partie distincts. La neuropsychologie a ainsi permis une avancée fulgurante en cognition numérique, notamment grâce à l'observation de patients présentant des déficits dans le traitement des informations numériques, déficits regroupés sous le nom de dyscalculie acquise.

Comme premier exemple, la description des troubles des patients G.O.D. et S.M.A., issue des travaux de Cohen et Dehaene (1995), a permis de montrer les limites du modèle de McCloskey (1985). Ces patients étaient tous deux incapables de lire des mots-nombres (ce trouble s'appelle l'alexie et concerne la lecture en général). La lecture des nombres en chiffres arabes était aussi affectée. Concernant le calcul, lorsque les nombres étaient écrits (e.g., 2 + 3), les patients présentaient de nombreuses erreurs, tandis que lorsqu'ils étaient dits oralement (e.g., « deux plus trois »), leurs performances étaient parfaites. Les erreurs de calcul concernant les nombres écrits en chiffres arabes semblaient être liées à une mauvaise identification des nombres lus, par exemple ils pouvaient être lus « deux plus cinq » à la place de « deux plus trois ». Etonnamment, ces patients étaient capables de choisir le nombre le plus grand lorsqu'on leur présentait deux nombres écrits en chiffres arabes. Le modèle de McCloskey ne permet pas d'expliquer les erreurs de ces patients. En effet, selon le modèle de McCloskey, le déficit de transcodage suggère que le cheminement entre le module de compréhension des nombres arabes et le module de production des nombres verbaux soit altéré. Dans ce cas, selon la logique du modèle, les patients ne devraient pas pouvoir accéder à l'information sémantique portée par les nombres écrits en chiffres arabes. Le modèle du triple code, quant à lui, permet au cheminement entre code arabe et code verbal d'être déficitaire, tout en conservant un cheminement entre code arabe et code analogique fonctionnel.

Le modèle du triple code ne se contente pas de décrire l'organisation architecturale des systèmes impliqués dans l'appréhension et la représentation des nombres, il a également été élaboré d'un point de vue anatomique. Dehaene et Cohen (2003) ont observé les activations cérébrales de participants sains par Imagerie par Résonance Magnétique fonctionnelle (IRMf), lors de la réalisation de diverses tâches numériques, et ont confronté leurs résultats aux observations issues de la neuropsychologie. Ainsi, ils ont mis en évidence une zone particulière, systématiquement activée lors de la manipulation de nombres, indépendamment du code mis en jeu (i.e., analogique, verbal ou visuel arabe). Ils ont également remarqué que l'activation de cette zone était plus importante lorsque la tâche numérique nécessitait explicitement d'accéder à la numérosité (e.g., calcul mental). En conclusion, ces auteurs ont proposé que cette zone, correspondant au segment horizontal des sillons intra-pariétaux (i.e., HIPS) situé dans les deux hémisphères cérébraux, constitue le substrat cérébral du système des quantités (voir Figure 1.5). En fonction de la tâche numérique mise en jeu, l'activation du HIPS est associée à l'activation d'autres circuits cérébraux, non spécifiques au traitement des nombres (Dehaene et al., 2003). La manipulation du code verbal activerait les circuits cérébraux classiquement impliqués dans le traitement du langage, c'est-à-dire principalement le gyrus angulaire gauche. La manipulation du code visuel arabe activerait les circuits cérébraux impliqués dans la reconnaissance visuelle, c'est-à-dire les aires occipito-temporales des deux hémisphères, appartenant à la voie visuelle ventrale (Dehaene & Cohen, 1995). Cette dernière aire cérébrale était une spéculation théorique et n'a pas été mise en évidence dans l'étude de Dehaene et Cohen (2003). Cependant l'amélioration des techniques d'imagerie et l'évolution des paradigmes expérimentaux semble suggérer que le susbtrat cérébral impliqué dans chacun de ces codes serait en réalité plus complexe (pour une proposition de mise à jour des corrélats cérébraux impliqués voir Arsalidou & Taylor, 2011).

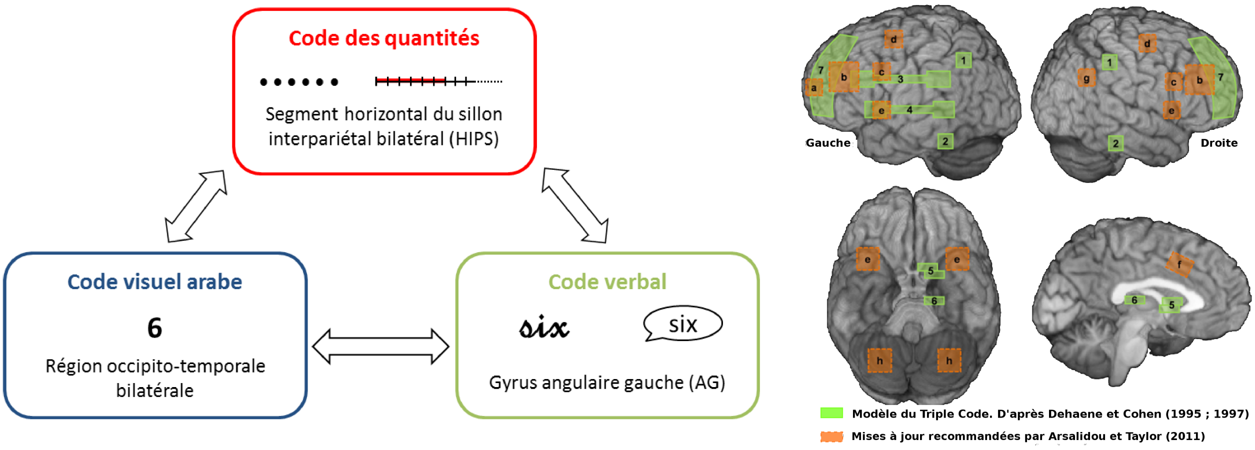


FIGURE 1.5: À gauche, schématisation du modèle du triple code, et aires cérébrales initialement associées à chaque code (d'après Dehaene & Cohen, 1995, 2003). À droite, aires cérébrales proposées dans le modèle du Triple Code, en vert, et mises à jour recommandées par Arsalidou et Taylor (2011), en orange. (1) Cortex pariétal inférieur : représentation des quantités, (2) Cortex temporal : forme visuelle du nombre, (3) Boucle articulatoire, (4) Système verbal, (5) Ganglion de la base : faits arithmétiques, (6) Thalamus : faits arithmétiques, et (7) Cortex préfrontal : choix de stratégie et planification. (a) AB 10 Frontal supérieur : création de buts, de sous-buts, (b) BA 46 Frontal Médian : suivi de plus de quelques items, (c) BA9 Frontal Inférieur : suivi de règles simples ou de quelques items, (d) Gyrus précentral : mouvements des yeux, (e) Insula : changement d'objectif de manière dirigée, (f) Gyrus cingulaire : réalisation d'objectifs cognitifs, (g) Gyrus angulaire droit : récupération de faits visuo-spatiaux et (h) Cervelet : objectif dirigé, séquençage visuo-moteur (d'après Arsalidou & Taylor, 2011).

Des remarques ont été faites par différents auteurs concernant certains points contestables, ou non explicités dans le modèle du Triple Code. C'est par exemple le cas du traitement des nombres à deux chiffres, dits « non fréquents » ($>$ 15 ; Verguts & De Moor, 2005) ou des nombres à partir de trois chiffres (Verguts & Fias, 2004a). Dehaene défend l'idée d'un traitement holistique des nombres écrits en chiffres arabes (Moyer & Landauer, 1967) qui, rappelons-le stipule que dans une tâche de comparaison de deux nombres symboliques, les numérosités associées à chaque nombre symbolique soient activées, autrement dit que le code des quantités soit activé (Dehaene, 2010). Lorsqu'un individu est face à n'importe quel nombre symbolique, il est donc supposé choisir sa réponse en fonction des quantités activées. Ses réponses doivent donc faire apparaître un effet de distance (voir 1.1.2). Or l'étude de Verguts et De Moor (2005) montre qu'aucun effet de distance n'est observé lorsqu'il s'agit de comparer des nombres dont le chiffre des dizaines diffère de un (e.g., 54 vs 61). Fias et Pesenti (2004) avaient eu cette même intuition et avaient suggéré que le code visuel arabe pourrait contenir un lexique mais qu'il serait probablement limité aux nombres à un ou deux chiffres, et aux nombres très fréquents (e.g., 100, 1000). Nuerk, Moeller et Willmes (2015) ont ainsi récemment proposé que la représentation de la valeur positionnelle des chiffres soit incluse dans le code visuel (idée évoquée également par

Fias et Pesenti, 2004). Des auteurs (i.e., Bideaud & Lehalle, 2002) ont également fait remarquer que le modèle du Triple Code ne proposait pas d'hypothèses développementales. Bien que le modèle du Triple Code n'ait effectivement pas été initialement conçu dans une perspective développementale, il fournit néanmoins un cadre pour aborder des questions relatives à l'acquisition et au développement des compétences numériques (voir par exemple la partie 1.1.3 pour des exemples de questions). Il fournit également une base sur laquelle s'appuyer pour examiner des questions éducatives pratiques telles que : est-il possible d'accélérer l'acquisition d'un code ? de consolider la connexion entre deux codes ? Quelles interventions sont les plus efficaces pour ce faire ? Tout au long de ce manuscrit, le traitement et la représentation des nombres seront abordés à travers le prisme du modèle du Triple Code. Dans la partie suivante, une brève revue des travaux concernant le développement des apprentissages numériques fondamentaux chez l'enfant est présentée.

1.2 Développement des apprentissages numériques fondamentaux

1.2.1 L'acquisition du nombre selon Piaget

La vision de Piaget (Piaget & Inhelder, 1941 ; Piaget & Szeminska, 1941) concernant l'acquisition du nombre a été très influente en psychologie et en pédagogie entre les années 1950 et 1980 (Fayol, 2012). Piaget s'est particulièrement interrogé sur la définition du concept de nombre et sur la genèse de celui-ci. Selon Piaget, le nombre est un invariant abstrait, indépendant des caractéristiques des entités dont il est composé (e.g., entités matérielles mises en jeu, disposition spatiale ou temporelle des unités, etc.). Pour atteindre ce niveau d'abstraction, c'est à dire comprendre le concept de nombre, l'enfant va devoir développer son raisonnement logique par l'exploration de son environnement physique. Ce développement est lent et laborieux, il suit différentes étapes, appelées « stades », que l'enfant va franchir une à une, comme « des marches d'escalier ». Il faudra plusieurs années d'observation et de manipulation de collections d'objets avant de comprendre et de coordonner deux opérations logiques, la classification et la sériation, nécessaires pour appréhender simultanément les aspects cardinal et ordinal des nombres (Barrouillet & Camos, 2006).

La classification (ou catégorisation) consiste à regrouper des éléments selon un critère commun. L'épreuve utilisée par Piaget pour déterminer si un enfant maîtrise ou non cette logique est l'épreuve de quantification de l'inclusion. Il s'agit, par exemple, de présenter à l'enfant une douzaine de fleurs, dont deux sont des roses et dix sont des marguerites et de demander à l'enfant s'il y a plus de marguerites ou de fleurs. Jusqu'à 6-7 ans, l'enfant répond de manière erronée à cette tâche en affirmant qu'il y a plus de marguerites, preuve selon Piaget qu'il n'a pas acquis l'inclusion de la sous classe des marguerites dans la classe des fleurs et plus généralement qu'il n'a pas acquis la logique de l'inclusion des classes. Le cardinal d'un nombre est le nombre d'unités que contient une classe. Pour le construire, l'enfant doit retenir des classes leurs structures d'inclusion : 1 est inclus dans 2, dans 3, dans 4,.., 2 est inclus dans 3, dans 4, etc., de la même façon que les marguerites sont incluses dans les fleurs (Piaget & Inhelder, 1966). La sériation consiste à ordonner des éléments selon leurs grandeurs (ordre croissant ou décroissant). Pour déterminer si un enfant maîtrise cette logique, il est demandé à l'enfant de ranger des baguettes de tailles différentes de la plus petite à la plus grande (ou de faire un escalier qui monte). Avant 6-7 ans, l'enfant n'utilise pas une méthode systématique pour ordonner les baguettes : il peut y parvenir par tâtonnements mais ses erreurs révèlent qu'il n'a pas compris la logique de l'ordre. Cette logique repose sur la compréhension de la transitivité : tout élément est à la fois plus grand que le précédent et plus petit que le suivant. Comprendre la transitivité est indispensable pour maîtriser l'aspect ordinal du nombre : 2 est à la fois plus grand que 1 et plus petit que 3.

D'après la théorie Piagétienne, ce ne serait donc que vers 6-7 ans, lors du stade opératoire concret, que l'enfant aurait construit le concept de nombre. A ce stade, la coordination de la classification et de la sériation le conduit à comprendre que 2 est inférieur à 3 et donc inclus dans 3, tandis que 2 est supérieur à 1 et donc non inclus dans 1. Pour attester de l'acquisition du concept du nombre chez un enfant, Piaget utilisait des tâches de conservation telles que la tâche de conservation des quantités discrètes ou la tâche de conservation du nombre (Figure 1.6). Le principe de ces tâches est toujours le même : dans une première étape, l'équivalence entre deux collections d'objets est acceptée par l'enfant, dans une seconde étape, l'expérimentateur modifie alors la disposition des objets (en changeant le récipient qui les contient ou en rapprochant les objets par exemple), dans une troisième et dernière étape, l'expérimentateur demande à l'enfant s'il y a toujours le même nombre d'objets dans les deux collections. Tandis qu'à 4-5 ans, l'enfant reconnaît qu'il y a bien le même nombre d'objets dans les deux collections lors de la première étape, il se basera sur son intuition perceptive pour répondre lors de l'étape 3, en affirmant par exemple qu'il y a plus d'objets dans le récipient 1) que dans le récipient 2) car « cela monte plus haut » ou qu'il y a plus d'objets sur la rangée 1) que sur la rangée 2) car « c'est plus long » (1.6). Cette erreur, selon Piaget est la preuve que l'enfant n'a pas compris que le nombre est un invariant abstrait, indépendant des caractéristiques des entités dont il est composé. Les épreuves de quantification de l'inclusion, de mise en ordre et de conservation étaient toutes réussies autour du même âge, vers 6-7 ans, confortant l'idée de Piaget selon laquelle l'acquisition du concept de nombre résulte de la coordination des opérations logiques de classification et de sériation (Piaget & Inhelder, 1966).

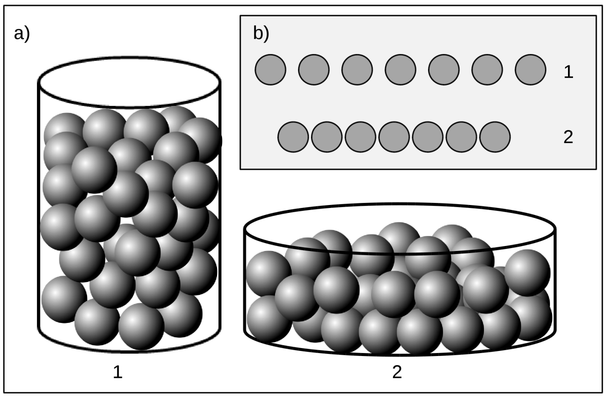


FIGURE 1.6: Troisième et dernière étape de la tâche de conservation des quantités discrètes (gauche) et de la tâche de conservation du nombre (droite), utilisées par Piaget pour tester l'acquisition du nombre chez un enfant (d'après Barrouillet & Camos, 2006).

La réflexion de Piaget a permis de fixer une définition de ce que signifie « comprendre le concept de nombre » : comprendre qu'il s'agit d'un invariant abstrait, indépendant des caractéristiques des entités dont il est composé, comprendre qu'il a, à la fois une dimension cardinale et une dimension ordinale. Une autre définition considère que « comprendre le nombre » ne peut pas être résumé seulement par ces deux dimensions. Il s'agirait au contraire d'un ensemble de connaissances, de compréhension et de capacités (Fayol, 2012), regroupant par exemple : les capacités d'estimation, la connaissance des faits arithmétiques, les capacités de mise en oeuvre des procédures arithmétiques, la compréhension de principes (e.g., cardinalité, transitivité, commutativité [1], etc.). Selon cette définition, chercher à répondre à la question « quand la compréhension du nombre est-elle acquise ? » n'aurait aucun sens (Dowker, 2008). Dans ce manuscrit, l'expression « compétences numériques » sera utilisée pour référer à l'ensemble des connaissances, compréhension et capacités concernant les nombres. La vision de Piaget concernant la genèse de la compréhension du nombre, telle qu'il la définit, a aujourd'hui été remise en question. Bien qu'ayant été très influente, l'approche de Piaget et de ses collègues, appelée approche constructiviste, ne constitue plus actuellement le cadre explicatif dominant des premières acquisitions numériques de l'enfant.

Suite aux travaux piagétiens, basés essentiellement sur la méthode clinique (i.e., conversation avec l'enfant à propos de la résolution d'une tâche dans le but de comprendre son raisonnement), de nouvelles méthodes expérimentales, issues notamment de la psychologie cognitive,

1. La commutativité est un principe arithmétique. Une opération est dite commutative si l'ordre de ses termes peut être permuté sans que cela n'affecte le résultat. C'est le cas de l'addition et de la multiplication : $a + b = b + a$; $a \times b = b \times a$.

ont été mises au service de l'étude du développement de l'enfant. Les recherches dans le développement des compétences numériques se sont multipliées, remettant en question bon nombre des conclusions établies par Piaget. Il ne sera pas établi ici une revue des critiques apportées à la théorie piagétienne (pour revue, voir Bideaud & Greco, 1988 ; Meljac & Houdé, 2000) mais seulement un très bref état des lieux en deux points.

Premièrement, l'idée selon laquelle l'acquisition du nombre dépendrait uniquement d'un processus maturationnel interne, consistant à coordonner les opérations logiques de classification et de sériation, n'est plus la vision actuelle de la majorité des chercheurs. Tout d'abord, l'influence des facteurs « externes », autrement dit principalement de l'environnement socioculturel, a été reconnue comme importante dans le développement des connaissances (e.g., Vygotski, 1934), y compris du concept de nombre. Puis, en plus des capacités de raisonnement logique, d'autres facteurs cognitifs (voir partie 1.2.1) ont été reconnus comme jouant un rôle dans le développement de la compréhension du nombre. C'est par exemple le cas des capacités langagières.

Deuxièmement, il a été montré que les jeunes enfants, avant l'âge de 6-7 ans, ne sont pas totalement dépourvus de capacités numériques comme le pensait Piaget (voir Tableau 2). Même si la compréhension du concept de nombre, telle que Piaget la définissait, continue à être vue comme résultant d'un développement long et laborieux (Carey, 2009 ; Gelman, 1972), de nombreux chercheurs défendent l'idée selon laquelle les premières capacités numériques apparaitraient plus tôt dans le développement. Certains chercheurs, suggèrent même que certaines capacités seraient déjà présentes à la naissance et constitueraient un « core system of number » (« noyau de capacités numériques », e.g., Butterworth, 1999 ; Carey, 2009 ; Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004 ; Gelman & Gallistel, 1978). Les théories dites du « core knowledge », ou en français du « noyau de connaissances de concepts premiers », appliquées aux connaissances numériques, seront présentées brièvement dans la partie suivante, suivie d'une partie donnant un aperçu des capacités numériques précoces des nourrissons.

1.2.2 Des capacités numériques innées ?

Tout comme Piaget, les théoriciens du noyau de connaissances de concepts premiers, aussi appelés « nativistes », pensent que l'enfant se développe grâce à l'interaction entre sa nature biologique et son environnement. Cependant, en opposition totale avec la vision de Piaget, les nativistes pensent également que la nature biologique de l'enfant inclut la connaissance innée de certains concepts, et/ou des capacités d'apprentissage spécialisées et pré-établies pour acquérir certains concepts, rapidement et sans effort (Siegler, DeLoache, & Eisenberg, 2010). Dans le domaine des nombres, des chercheurs défendent l'idée selon laquelle les enfants naitraient avec un noyau de capacités numériques. Ces chercheurs tentent donc de déterminer le contenu de ce noyau de capacités numériques. Ainsi, il a été proposé que ces capacités innées puissent comprendre un système permettant la discrimination approximative des grandes numérosités (> 4) et un autre système permettant la discrimination exacte des petites numérosités (entre 1 et 3, pour revue, voir Feigenson et al., 2004). Il a aussi été proposé que ce noyau de capacités numériques puisse contenir certaines capacités arithmétiques, permettant par exemple de résoudre des additions et des soustractions avec de petites numérosités (Wynn, 1992), ou encore de comprendre de manière implicte certains principes sous-jacents au dénombrement (Gelman & Gallistel, 1978).

Pour illustrer cette vision nativiste du développement de l'enfant, prenons l'exemple d'une des thèses de Rochel Gelman et de ses collègues (Gelman & Gallistel, 1978). Ces auteurs sont partis du constat que les performances des jeunes enfants dans une tâche donnée sont caractérisées par leur instabilité, rendant difficile l'évaluation de l'acquisition de la compétence mesurée via cette tâche. Gelman et ses collègues proposent, non pas de considérer l'instabilité des performances des jeunes enfants comme une preuve de la non-acquisition d'une compétence, mais plutôt comme résultant des limites attentionnelles, mnésiques et/ou organisationnelles propres aux jeunes enfants. Ainsi, avec l'exemple du dénombrement, ces auteurs ont observé que les performances des enfants pouvaient être affectées par le contexte de la tâche, comme par exemple : l'organisation spatiale des éléments composant l'ensemble à dénombrer, la possibilité ou non de pointer avec le doigt chaque élément, l'homogénéité ou l'hétérogénéité de ces éléments (e.g., un ensemble composé seulement de carrés rouges, ou un ensemble composé de carrés rouges, de ronds bleus et de triangles verts). D'après Gelman et Gallistel, ces observations sont la preuve que la plupart des tâches utilisées pour mesurer les performances des enfants en dénombrement sous-estiment grandement leurs compétences réelles.

Afin d'étudier plus rigoureusement les compétences des jeunes enfants en dénombrement, ces auteurs proposent de décomposer cette activité en cinq principes, décrits dans le Tableau 1.1. La maîtrise de chacun de ces principes peut être testée en proposant des tâches adaptées, focalisées sur un nombre restreint de compétences mises en jeu. Par exemple, pour déterminer si les enfants connaissent le principe d'ordre stable, Gelman et Meck (1983) ont demandé à des enfants de 3 à 5 ans de regarder une marionnette dénombrer des objets. Il leur était précisé que la marionnette était en train d'apprendre à compter, c'est pourquoi elle faisait parfois des erreurs (e.g., « un, deux, quatre, trois, cinq, six »). Les enfants étaient alors invités à juger chaque dénombrement comme étant correct ou incorrect. La réussite de cette tâche par les enfants permet d'en conclure qu'ils savent que les nombres de la chaîne numérique verbale doivent toujours être prononcés dans un ordre donné, ils connaissent donc le principe d'ordre stable. Ainsi Gelman et ses collègues pensaient que la connaissance implicite des cinq principes nécessaires au dénombrement était acquise très tôt (entre 2 et 3 ans en fonction des principes) et guidait son acquisition. Cette théorie a été appelée la « théorie des principes-en-premiers » (Gelman & Meck, 1983). Elle sous-entend que l'enfant, bien avant de savoir dénombrer, comprend déjà chaque principe sous-jacent à cette activité, mais qu'il ne parviendrait pas encore à les coordonner. Gelman et Gallistel comparent cette vision à celle de Noam Chomsky (1965) concernant l'acquisition du langage, en ajoutant que concernant le langage «les jeunes enfants disent des choses qu'ils n'ont jamais entendues mais qui sont gouvernées par des règles [...] ; et ils s'auto-corrigent et se répètent sans aucune stimulation évidente de l'environnement » (Gelman & Gallistel, 1978, p. 209). Gelman et Gallistel conçoivent l'acquisition des principes de dénombrement comme indépendante des interactions que l'enfant a avec son environnement, c'est pourquoi leur vision est considérée comme nativiste.

Table 1.1: Les cinq principes sous-jacents au dénombrement proposés par Gelman et Gallistel (1978, d'après Fayol, 2012).

Principe	Description
1 Principe d'ordre stable	Les mots-nombres doivent être engendrées dans le même ordre à chaque comptage
2 Principe de stricte correspondance terme à terme	Chaque élément d'une collection doit être désigné par un mot-nombre et un seul.
3 Principe de cardinalité	Le mot-nombre qui désigne le dernier élément d'une collection représente le nombre total d'élément.
4 Principe d'abstraction	Seules sont abstraites, des éléments comptés, leurs caractéristiques d'entités distinctes.
5 Principe de non-pertinence de l'ordre	L'ordre dans lequel les éléments d'une collection sont énumérés n'affecte pas le résultat du comptage à condition que le principe de correspondance terme à terme soit respecté.

Bien que l'approche de Gelman concernant l'évaluation des performances des jeunes enfants et la décomposition de l'activité de dénombrement en différents principes soit intéressante, la théorie des « principes-en-premiers » a été grandement critiquée. Des auteurs ont d'ailleurs proposé en réponse à cette théorie, la « théorie des principes après » (Briars & Siegler, 1984), stipulant que plutôt que d'être connus implicitement, les principes seraient progressivement compris à force d'une pratique répétée de l'activité de dénombrement. Les travaux de Fuson (1988) appuient cette dernière théorie en décrivant le « niveau chapelet », première étape dans l'acquisition de la chaîne numérique verbale. À ce niveau, l'enfant récite la chaîne numérique verbale comme un tout, sans séparation entre les mots et aucune correspondance terme à terme n'est réalisée entre un nom de nombre et un élément à dénombrer. Cela suggère qu'à ce niveau, l'enfant peut savoir que dans un contexte de dénombrement il faut réciter cette « comptine », mais qu'il n'accorde aucun sens aux mots qui la composent, ni même ne semble comprendre le but de l'activité de dénombrement.

Un des arguments souvent utilisé pour supposer qu'une capacité est innée est de constater qu'elle existe dès la naissance chez les nouveau-nés humains. Cependant, force est de constater que cet argument n'est pas suffisant. En effet, même quelques secondes après sa naissance, le nouveau-né n'est pas au commencement de son développement. Dans le ventre de sa mère, le foetus a déjà vécu des expériences sensorielles variées qui ont déjà influencé ses connaissances sur le monde (e.g., Mennella, Jagnow, & Beauchamp, 2001). Il n'est donc pas correct de se baser sur cet argumentaire pour supposer qu'une capacité serait innée. C'est pourquoi, le terme de « capacité précoce » est souvent préféré à celui de « capacité innée ». Le développement d'une méthodologie adaptée à l'étude des capacités des nourrissons a permis de montrer que dès la naissance, les nouveau-nés possèdent déjà certaines capacités numériques. La partie suivante présentera un aperçu de ces capacités précoces (pour des revues détaillées, voir Cantrell & Smith, 2013 ; McCrink & Birdsall, 2015).

1.2.3 Des capacités numériques précoces

Etudier les capacités des enfants nécessite, la plupart du temps, que ces derniers aient acquis certaines compétences langagières, ne serait-ce que pour comprendre la tâche, mais aussi parfois pour donner leur réponse. Les études avec des nourrissons ne peuvent bien évidemment pas reposer sur la communication verbale. Les chercheurs ont donc mis au point des méthodes non-verbales, basées sur la mesure de certains comportements des nourrissons : leurs temps de regard, leur rythme de succion, leur rythme cardiaque, etc. Le temps de regard est l'indicateur le plus utilisé dans les études chez les nourrissons (Figure 1.7.a). Il est combiné à des principes universels tels que la tendance à regarder ce que l'on préfère, à regarder plus longtemps un évènement qui nous paraît impossible, à se désintéresser progressivement d'une scène familière, à présenter un regain d'attention pour une scène nouvelle, ou encore à associer spontanément deux évènements indépendants qui se répètent souvent de façon concomitante (i.e., conditionnement).

Ainsi, par exemple, Izard, Sann, Spelke, et Streri (2009) ont familiarisé des nouveau-nés de quelques jours avec des séquences de n sons (grandes numérosités, $n > 4$) et leur ont ensuite présenté des images comportant le même nombre n d'éléments et des images comportant un nombre différent d'éléments (i.e., ce nombre pouvait correspondre à 2n, n/2, 3n ou n/3, Figure 1.7.b). Les résultats montrent que les nourrissons regardaient plus longtemps les images comportant le même nombre d'éléments que de sons entendus dans la séquence, comparé aux images comportant un nombre d'éléments 3 fois plus grand ou 3 fois plus petit. Cette différence n'était pas observée lorsque le rapport entre les nombres était de 2. Dès la naissance, les nouveau-nés sont donc capables d'associer des évènements sur la base de leur nombre s'ils sont mis dans une situation optimale (i.e., faire un choix parmi deux nombres différant d'un rapport de 3). Cette capacité intermodale suggère que les nouveau-nés possèdent une représentation abstraite, mais aussi imprécise, des grandes numérosités. Le Tableau 1.2 qui sera présenté à la fin de ce chapitre, page 40, retrace le développement des principales compétences numériques abordées dans ce chapitre, depuis la naissance jusqu'à l'âge de 8 ans.

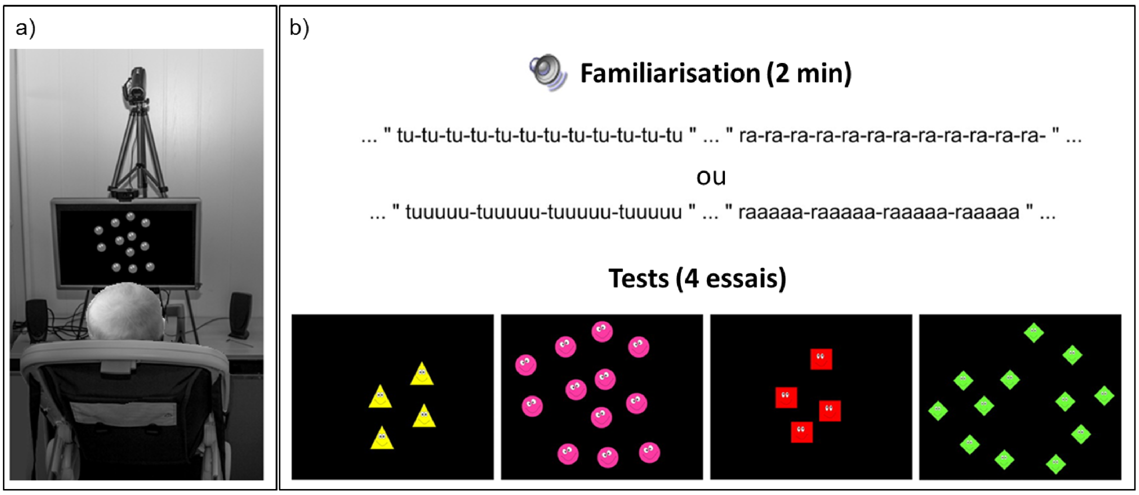


FIGURE 1.7: (a) Exemple de dispositif expérimental utilisé pour étudier les capacités des nourrissons. Dans la plupart des expériences, des sons, des images ou des vidéos très courtes sont présentés aux nouveau-nés ou aux nourrissons. Ces derniers sont filmés pendant l'expérience, afin de pouvoir déterminer combien de temps ils regardent chaque stimulus. D'après une photo prise au Babylab de l'Université de Genève. (b) Les étapes de l'expérience de Izard et al. (2009). Des nourrissons sont familiarisés pendant 2 minutes avec des séquences auditives contenant un nombre fixe de syllabes, puis des images avec le même nombre d'éléments ou un nombre différent (ici 4 ou 12) leur sont présentées (d'après Izard, Sann, Spelke, & Streri, 2009).

Avant leur premier anniversaire, les nourrissons ont donc déjà une certaine sensibilité au monde des nombres. Ils peuvent discriminer deux ensembles d'objets représentant deux grandes numérosités différentes, à condition que le rapport entre les deux numérosités soit suffisamment grand (i.e., rapport de 3 à la naissance, rapport de 2 à 6 mois, Izard et al., 2009 ; Xu & Spelke, 2000). Ils peuvent aussi apparier des petites numérosités de 1 à 3 présentées dans deux modalités sensorielles différentes, auditive et visuelle ou tactile et visuelle, (Coubart, 2014 ; Féron, Gentaz, & Streri, 2006 ; Jordan & Brannon, 2006 ; Kobayashi, Hiraki, & Hasegawa, 2005). Ils peuvent également appréhender l'ordinalité, puisqu'ils sont capables de différencier des séquences de nombres présentées dans un ordre croissant de séquences de nombres présentées dans un ordre décroissant (Brannon, 2002 ; Picozzi, de Hevia, Girelli, & Cassia, 2010). Enfin, des études suggèrent que des nourrissons de 9 mois seraient capables de comprendre que l'addition d'objets à un ensemble accroit son extension alors que la soustraction la diminue (McCrink & Wynn, 2004, 2009). Dans ces études, les nourrissons voyaient une vidéo dans laquelle des objets étaient cachés derrière un écran, puis un certain nombre d'objets était soit rajouté, soit enlevé de derrière l'écran (e.g., 6 + 4 ou 14 - 4), et enfin l'écran se soulevait pour faire apparaître les objets qu'il cachait. Le nombre d'objets dévoilé était soit le nombre correct (i.e., 10) soit un autre nombre incorrect, différant selon un rapport de 2 du nombre exact (i.e., 5 ou 20). Les nourrissons étaient surpris lorsque le nombre d'objets dévoilé après l'ajout ne correspondait pas à un nombre plus grand que le nombre d'objets initial. De la même façon, les nourrissons regardaient plus longuement le résultat proposé après la soustraction, s'il ne correspondait pas à un nombre plus petit que le nombre initial d'objets, montrant ainsi qu'ils étaient étonnés par cet évènement improbable.

A la lumière de ces études, il est aujourd'hui communément admis que l'homme dispose dès la naissance d'une intuition sur les nombres, appelée « sens du nombre » (Butterworth, 2000 ; Dehaene, 2010 ; Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004 ; Gallistel & Gelman, 1992). Ce sens du nombre, aussi appelé « noyau des capacités numériques » par les nativistes, implique deux systèmes différents : un système pour représenter les grandes numérosités (i.e., > 4) de manière approximative, appelé « Système Approximatif du Nombre » (SAN) et un système pour représenter les petites numérosités de manière exacte, appelé « système des petits ensembles » (Feigenson et al., 2004). Le SAN sous-tend les capacités d'estimation, tandis que le système des petits ensembles sous-tend les capacités de subitizing décrites dans la partie 1.1.1. Ce sens du nombre présente certaines limites : seules les petites numérosités sont appréhendées de manière exacte, l'appréhension des grandes numérosités, n'étant qu'approximative. Avec l'apprentissage du dénombrement et de l'arithmétique, l'enfant va ensuite pouvoir accéder à une appréhension exacte de toutes les numérosités.

1.2.4 Vers la compréhension des nombres symboliques

La compréhension des nombres symboliques consiste à pouvoir associer à un mot-nombre, puis plus tard à un nombre en chiffres arabes, sa numérosité exacte (appelée aussi cardinalité). Elle se construit très lentement entre 2 et 4 ans (e.g., Wynn, 1990) parallèlement au début de l'apprentissage de la chaîne numérique et du dénombrement. La manière dont cette compréhension se construit est sujette à débat. Il a été proposé par certains auteurs que le lien entre chaîne numérique verbale, dénombrement et numérosité soit réalisé grâce au subitizing (Benoit, Lehalle, & Jouen, 2004 ; Carey, 2001). Comme évoqué précédemment, dès leur première année de vie, les nourrissons sont capables de différencier les petits ensembles de 1 à 3 éléments. Vers l'âge de 2 ans, au début de l'apprentissage de la chaîne numérique verbale, cette dernière est récitée comme une comptine, l'enfant ne l'associe pas encore à l'activité de dénombrement et les mots prononcés ne sont porteur d'aucune signification (Fuson, 1988 ; Wynn, 1990). En associant les premiers mots-nombres avec des collections de 1 à 3 éléments (i.e., • équivaut à « un », •• à « deux », • • • à « trois »), autrement dit en mettant en place ses capacités de subitizing, l'enfant comprendrait que chacun des premiers mots de la comptine correspond à une numérosité donnée. Cet apprentissage se ferait séquentiellement et lentement jusqu'à la numérosité 4, puis plus rapidement pour les numérosités au-delà de 4, lorsque l'enfant aurait compris le principe de mise en relation entre les mots-nombres et les numérosités. Ce principe, appelé « fonction successeur » par Carey (2004), consiste à comprendre que lorsqu'on récite la chaîne numérique verbale, chaque nouveau mot-nombre prononcé, correspond à l'ajout de 1 à la numérosité précédente. C'est donc vers l'âge de 3 ans et demi en moyenne que les enfants comprennent le principe de cardinalité (Carey, 2009). La chaîne numérique verbale acquiert alors toute sa signification et pourra être utilisée pour dénombrer n'importe quel ensemble.

Un autre proposition pour expliquer la construction de la compréhension des nombres symboliques, suppose que les mots-nombres acquerraient leur signification en étant associés au système approximatif du nombre, fonctionnel dès la naissance et permettant la représentation des grandes numérosités (Dehaene, 2010 ; Gelman & Gallistel, 1978). Un argument appuyant cette hypothèse est que les effets observés lors de la comparaison de deux nombres symboliques sont similaires à ceux obtenus lors de la comparaison de deux grandes numérosités : la précision et le temps mis pour les discriminer dépend de leur rapport et pas seulement de leur différence (i.e., loi de Weber-Fechner). Ces auteurs supposent que le fait que cette même caractéristique soit observée pour les nombres symboliques et pour l'appréhension des grandes numérosités est la preuve qu'ils reposent sur un système commun : le système approximatif du nombre.

1.2.5 Les débuts de l'arithmétique

Après avoir compris que les nombres verbaux et les nombres écrits en chiffres désignent des quantités, vers 3-4 ans, l'enfant va apprendre à les manipuler pour effectuer des opérations. Seule la littérature concernant les calculs additifs et soustractifs sera abordée dans ce manuscrit car les tâches utilisées dans les différentes études expérimentales réalisées dans le cadre de cette thèse concernent seulement ces opérations (pour une synthèse de la littérature concernant la résolution des multiplications et divisions, voir Barrouillet & Camos, 2006, p. 94 à 96 et Fayol, 2012, p. 82 à 87). Donner un résultat à des additions ou à des soustractions peut être réalisé par le calcul approximatif ou par le calcul exact. Tandis que le calcul approximatif produit un résultat estimé, donc nécessairement imprécis (e.g., 12 + 19 donne environ 30), le calcul exact produit le résultat unique pour l'opération proposée (e.g., 12 + 19 = 31)

Le calcul approximatif

Peu d'expériences ont étudié le calcul approximatif avec des nombres symboliques chez l'enfant. Une étude, déjà évoquée, a révélé que les enfants dès 5 ans sont capables d'utiliser le calcul approximatif pour résoudre des problèmes symboliques additifs et soustractifs (Gilmore et al., 2007). Booth et Siegler (2006) ont examiné le développement des compétences de calcul approximatif, en particulier avec les additions. Ils ont demandé à des enfants de 5 ans à 9 ans de choisir, parmi trois cartes, la réponse qui s'approchait le plus du résultat de calculs additifs de 2 à 4 opérandes, comme par exemple 35 + 23 ou 7 + 2 + 9. Les résultats ont révélé que les compétences des enfants en addition approximative sont mises en place dès l'âge de 5 ans et qu'elles augmentent graduellement entre 5 et 9 ans : 36% de réussite chez les enfants en année dite de « kindergarten », correspondant à peu près à l'année de grande section du système français, 52% en 1ère année, 75% en 2ème année et 79% en 3ème année d'école élémentaire (33% correspondant à des réponses au hasard). Cette amélioration des performances avec l'âge en calcul approximatif a également été montrée par Rousselle et Noël (2008) qui ont observé les temps de réponses des enfants dans une tâche de vérification d'additions. Dans ce type de tâches, les participants doivent généralement juger si le résultat de l'addition présentée est correct ou faux. Dans l'expérience de Rousselle et Noël, les propositions de résultats étaient de trois types : soit correctes (e.g., 22 + 5 = 27), soit incorrectes mais probables (e.g., 24 + 3 = 29), soit incorrectes mais peu probables (e.g., 24 + 2 = 40). Pour la majorité des participants, les auteurs ont supposé que les propositions incorrectes mais peu probables ne seraient pas rejetées par le calcul exact du résultat de l'addition, mais plutôt par le calcul approximatif, grandement suffisant pour assurer une réponse correcte dans cette situation. Les résultats montrent que les enfants de 8 ans étaient plus rapides pour rejeter un résultat peu probable que les enfants de 7 ans, suggérant que les compétences en calcul approximatif additif deviendraient plus efficaces avec l'âge.

Le calcul exact

Le calcul exact a été beaucoup plus étudié que le calcul approximatif chez l'enfant. Pour résoudre, par calcul exact, des additions simples, telle que 2 + 3, les enfants vont petit à petit mettre en place différentes stratégies qu'ils découvrent d'abord par eux-mêmes, puis acquièrent avec les apprentissages formels. Dès l'âge de 3 ans (Fuson, 1982, cité par Barrouillet & Camos, 2006, p. 89), ils peuvent utiliser des objets pour répondre à des questions telles que « combien font 2 bonbons et 3 bonbons ? ». Ainsi, ils matérialisent chaque nombre à additionner par une collection d'objets, réunissent les deux collections, puis dénombrent la nouvelle collection obtenue. A 4-5 ans, les enfants utilisent toujours cette stratégie, appelée stratégie du « compter tout », en utilisant leurs doigts préférentiellement mais aussi le comptage verbal. La méthode basée sur le comptage verbal est un peu plus complexe et nécessite plus de concentration de la part des enfants car elle implique de « compter combien de fois on compte » (Dehaene, 2010). L'enfant compte d'abord le premier nombre à additionner, « un, deux», puis il avance dans la chaîne numérique verbale d'autant de pas que le spécifie le second nombre de l'addition (i.e., 3 dans cet exemple), « trois » (un pas), « quatre » (deux pas), « cinq » (trois pas). Une autre stratégie un peu plus élaborée consiste à démarrer le comptage à partir d'un des deux nombres de l'addition. Ainsi, il est possible dans l'exemple 2 + 3 de commencer à compter à partir du premier nombre 2 : « trois, quatre, cinq » ou de commencer à compter à partir du plus grand des deux nombres, ici 3 : « quatre, cinq », afin de réduire le nombre de pas à compter au minimum. Cette dernière stratégie a été appelée « stratégie du minimum » (Groen & Parkman, 1972). Enfin, avec la mémorisation des doubles (i.e., 1 + 1, 2 + 2, etc.), puis l'apprentissage des tables d'addition, vers 6-7 ans, les enfants peuvent ensuite récupérer directement en mémoire le résultat des calculs qu'ils connaissent. C'est la stratégie dite de « récupération en mémoire ». Ainsi, pour des calculs inconnus, ils pourront avoir recours à la décomposition : utiliser le résultat connu d'un calcul intermédiaire pour déterminer le résultat d'un calcul inconnu (i.e., pour calculer 3 + 4, il est possible d'utiliser 3 + 3 = 6, et d'y ajouter 1 pour trouver 7). Cependant, des résultats récents obtenus auprès d'enfants de 10 ans (Thevenot, Barrouillet, Castel, & Uittenhove, 2016) et d'adultes (Barrouillet & Thevenot, 2013 ; Fayol & Thevenot, 2012) suggèrent que cette stratégie dite de « récupération en mémoire » ne serait en réalité jamais utilisée pour résoudre des additions, mais serait réservée essentiellement à la résolution de calculs multiplicatifs.

Concernant les soustractions, une évolution similaire aux additions est observée : depuis le recours à la manipulation d'objets externes, en passant par l'utilisation des doigts, jusqu'à la récupération en mémoire (Barrouillet & Camos, 2006). Dès 4-5 ans, les enfants peuvent résoudre des soustractions simples en manipulant des objets. Avec des objets, les stratégies utilisées par les enfants dépendent notamment de la formulation des questions posées. Ainsi, pour trouver la réponse à des problèmes du type « Julie a 5 noisettes, elle en mange 2, combien de noisettes lui reste-t-il ? », les enfants ont tendance à prendre 5 objets, enlever 2 objets et dénombrer le résidu, c'est la stratégie « séparer (2) de (5) ». En revanche, pour répondre à un problème du type « Julie a 2 noisettes, Medhi a 5 noisettes, combien Medhi a-t-il de noisettes de plus que Julie ? », les stratégies préférentiellement utilisées seront la stratégie de « mise en correspondance terme à terme » ou la stratégie « ajouter ». Dans la première, l'enfant met en correspondance les deux collections et observe que l'une des deux est supérieure à l'autre de 3 objets. Dans la seconde, l'enfant prend 2 objets et ajoute le nombre d'objets nécessaire pour obtenir 5 objets, donc 3 dans cet exemple (Carpenter & Moser, 1984). Lorsque les enfants ont recours au comptage sur les doigts ou au comptage verbal, deux autres stratégies sont observées, toutes deux nécessitant de nouveau de « compter combien de fois on compte ». La première consiste à « surcompter », c'est-à-dire partir du plus petit nombre pour aller jusqu'au plus grand, par exemple partir de 2, compter « trois, quatre, cinq », et déterminer que 3 pas ont été réalisés pour arriver à 5. La seconde consiste à « compter à rebours », autrement dit partir du plus grand nombre pour aller jusqu'au plus petit, par exemple partir de 5, compter « quatre, trois, deux », et déterminer que 3 pas ont été réalisés pour arriver à 2. La récupération en mémoire des résultats de certaines soustractions simples (ou de l'addition correspondante) est également possible, mais serait plus rare que pour les additions (Barrouillet & Camos, 2006). Cependant, ici encore, des résultats obtenus chez l'adulte suggèrent que la récupération en mémoire des résultats ne serait pas une stratégie utilisée pour résoudre des soustractions, même comportant de petits nombres (Fayol & Thevenot, 2012).

Vers 7-8 ans, lorsqu'ils seront amenés à résoudre des additions comprenant deux opérandes à deux chiffres (e.g., 18+25), les enfants vont développer de nouvelles stratégies (Beishuizen, 1993 ; Beishuizen, Van Putten, & Van Mulken, 1997 ; Lemaire & Callies, 2009, cité par Guillaume, 2013, p.56 à 58). La première, appelée stratégie de « décomposition », consiste à décomposer chaque nombre en unités et en dizaines, puis à additionner les unités entre-elles ($8 + 5 = 13$) et les dizaines entre-elles ($10 + 20 = 30$), pour enfin additionner les deux résultats intermédiaires obtenus ($13 + 30 = 43$). La seconde, appelée stratégie d' « agrégation », consiste à décomposer en unités et en dizaines un seul des deux nombres (pour le calcul $18 + 25$, cela pourrait donner par exemple $18 + 20 + 5$), puis à agréger les dizaines, puis les unités (ou inversement) au second nombre, considéré entièrement ($18 + 20 = 38$; $38 + 5 = 43$). La troisième stratégie, celle de l'« arrondi », consiste à arrondir l'un des opérandes à la dizaine supérieure pour faciliter le calcul ($18 + 25$ pourrait ainsi être arrondi à $20 + 25 = 45$), puis à soustraire le surplus ($45 - 2 = 43$). Cette dernière stratégie, plus élaborée apparaîtrait plus tard dans le développement, autour de 8-9 ans. La « décomposition », l'« agrégation » et l'« arrondi » sont les trois principales stratégies de calcul observées dans le contexte de l'addition de deux nombres à deux chiffres.

Que ce soit pour résoudre des additions ou des soustractions, l'utilisation d'une stratégie plutôt qu'une autre, dépend de plusieurs facteurs et pas seulement de l'âge de l'enfant. Tout d'abord, la difficulté du calcul entre en jeu : l'enfant choisira plutôt de compter à l'aide de ses doigts pour résoudre un calcul « difficile » et il pourra récupérer en mémoire un calcul « facile », comme le résultat d'un double par exemple. Ensuite, le temps dont dispose l'enfant pour répondre entre également en jeu : s'il doit répondre rapidement, l'enfant, tout comme l'adulte tentera de faire appel à la récupération en mémoire plutôt que de prendre le temps de compter à l'aide de ses doigts ou verbalement. Enfin, des caractéristiques liées à l'enfant lui-même, telle que sa connaissance des tables d'addition et de soustraction, sa propre estime de ses capacités, ou encore ses préférences personnelles, influenceront son choix vers une stratégie plutôt qu'une autre (Siegler, 1987, 1988).

TABLE 1.2: Développement des principales compétences numériques (comportements observés) entre 0 et 8 ans. L'âge indiqué correspond à l'âge le plus jeune (ou à la fourchette d'âges la plus jeune) pour lequel le comportement décrit a été observé. NB : l'âge d'acquisition de certaines compétences peut être surestimé dû à l'absence d'expériences les ayant étudiées plus tôt.

Age	Compétence numérique - Comportement observé	Etudes
Quelques jours	Regarde plus longtemps l'image avec un nombre d'éléments identique au nombre de syllabes préalablement entendu, qu'une image avec un nombre différent (rapport de 3)	Izard, Sann, Spelke, & Streri, 2009
7/11 mois	Réagit face à un changement de l'ordre de présentation de trois numérosités	Picozzi, de Hevia, Girelli, & Cassia, 2010 ; Brannon, 2002
9 mois	Regarde plus longtemps un ensemble d'objets présentés après un ajout s'il ne correspond pas à un nombre plus grand que le nombre d'objets initial. Regarde plus longtemps un ensemble d'objets présentés après un ajout s'il ne correspond pas à un nombre plus grand que le nombre d'objets initial	McCrink & Wynn, 2004, 2009
2 ans	Commence à acquérir les premiers mots de la chaîne numérique verbale	Fuson, 1988
2,5-4 ans	Commence à faire des estimations par production	Odic, Le Corre, & Halberda, 2015
3 ans	Fait ses premiers calculs exacts par dénombrement d'objets (doigts compris)	Fuson, 1982
3-4 ans	Peut utiliser le principe de cardinalité	Gelman & Gallistel, 1978
3-5 ans	Met en place ses capacités de subitizing	Le Corre & Carey, 2007 ; Starkey & Cooper, 1995
5 ans	Sait faire des estimations par perception Peut associer une numérosité approximative à un nombre symbolique. Peut faire des additions et soustractions approximatives.	Huntley-Fenner, 2001 ; Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2007
6 ans	Peut faire du transcodage entre les codes verbal et arabe pour tous les chiffres isolés (lire et écrire les chiffres arabes)	Noël, 2005
6-7 ans	A la vue d'un nombre symbolique, active automatiquement la numérosité associée	Rubinsten, Henik, Berger, & Shahar-Shalev, 2002
7-8 ans	Utilise les stratégies de décomposition et d'agrégation pour résoudre une addition de deux nombres à deux chiffres	Beishuizen, 1993
8 ans	Peut faire du transcodage entre les codes verbal et arabe avec des nombres de 1 à 4 chiffres (lire et écrire des nombres écrits en chiffres arabes)	Noël, 2005

1.3 Points clés du chapitre 1

- L'appréhension des numérosités peut être approximative (estimation et approximation) ou exacte (subitizing et dénombrement).
- Le modèle du Triple Code (Dehaene, 1992) suppose que trois systèmes de représentation du nombre différents existent : verbal, visuel arabe et analogique. Le système analogique est porteur de la sémantique du nombre. Il est aussi appelé système des quantités.
- Le nourrisson présente des capacités numériques précoces reposant sur deux systèmes : le système approximatif du nombre, permettant l'appréhension approximative des grandes numérosités (i.e., $>$ 3-4) et le système des petits ensembles, permettant l'appréhension exacte des petites numérosités.
- Les compétences numériques réfèrent à l'ensemble des connaissances, compréhensions et capacités concernant les nombres.
- Au moins deux visions théoriques différentes sont proposées pour expliquer la construction de la compréhension des nombres symboliques. Une première considère le système des petits ensembles comme fondateur de cette construction tandis que l'autre accorde ce rôle au système approximatif du nombre.

Chapitre 2

Favoriser les apprentissages numériques exacts

2.1 Les prédicteurs influents dans les apprentissages numériques

Les compétences numériques dites « exactes », par opposition aux compétences numériques approximatives, regroupent les capacités et connaissances numériques ayant fait l'objet d'un apprentissage explicite et permettant de manipuler des numérosités exactes via l'utilisation de nombres symboliques. Parmi les compétences numériques exactes, on recense les activités de dénombrement, de calcul, de résolution de problèmes. Identifier les facteurs susceptibles d'influencer le développement des compétences numériques exactes est essentiel. Tout d'abord, cela permet d'expliquer les différences de performances observées entre les enfants. Ensuite, cette connaissance permet d'informer les enseignants et peut-être aussi de les aider dans leurs pratiques pédagogiques. Bien évidemment, une multitude de facteurs externes peuvent influencer les apprentissages numériques des enfants, tels que l'environnement culturel, social, économique, etc. Dans ce manuscrit, seuls les facteurs dits « cognitifs » seront abordés. Il s'agit donc d'identifier les capacités cognitives générales ou numériques pouvant avoir une influence directe ou indirecte dans le développement des apprentissages numériques. Les résultats qui seront présentés ci-dessous sont issus d'études dites « corrélationnelles ». Les coefficients de corrélation [1] issus des différentes études seront fournis dans les parties suivantes, non pas pour être considérés comme des données de référence (sauf dans le cas des méta-analyses), ni même pour être comparés d'une étude à l'autre, mais pour fournir un ordre d'idée de l'intensité des relations ob-

1. L'intensité d'une relation entre deux capacités est indexée par un coefficient de corrélation r compris entre 0 et 1. Plus r s'approche de 1, plus la relation est forte.

servées dans une étude en particulier. Les mesures utilisées pour rendre compte des compétences numériques exactes, varient d'une étude à l'autre. La plupart du temps, il s'agit d'un score en arithmétique, regroupant souvent les performances en additions, soustractions et/ou résolution de problèmes. Parfois cependant, certains tests utilisés évaluent « les compétences générales en mathématiques ». Un score général composite est alors fourni, regroupant les performances dans différentes épreuves numériques mettant en jeu des compétences numériques variées, comme le dénombrement, le calcul, la résolution de problèmes, parfois la géométrie, et souvent aussi la connaissance des nombres symboliques. Il est important de noter que chacune des compétences numériques impliquées dans ces tests peut influencer les relations entre le score composite et les différentes capacités cognitives mesurées. Par exemple, il serait problématique de conclure que la connaissance de la chaîne numérique verbale prédit le score général en mathématiques alors que celui-là même contient une mesure de la connaissance de la chaîne numérique verbale. Pour distinguer ces différentes situations, lorsqu'il s'agira d'une compétence numérique en particulier, elle sera précisée dans la description des résultats. En revanche, lorsque le terme générique « compétences générales en mathématiques » sera utilisé, cela signifiera qu'il s'agit d'un score composite. Dans ce dernier cas, le nom du test utilisé pour mesurer les compétences générales en mathématiques sera indiqué entre parenthèses et le lecteur sera invité à consulter le Tableau A.1 en Annexe pour connaître les épreuves précises utilisées dans ce test. Parmi les prédicteurs des compétences numériques fondamentales,il est commun de distinguer les capacités cognitives générales des connaissances et capacités cognitives numériques.

2.1.1 Les capacités cognitives générales

Les capacités cognitives générales ne sont pas des prédicteurs spécifiques aux apprentissages numériques. Elles peuvent également influencer tout autre apprentissage d'une autre nature, tel que l'apprentissage de la lecture par exemple. Beaucoup d'expériences ont étudié le rôle des capacités cognitives générales dans les apprentissages numériques (e.g., Bull, Espy, & Wiebe, 2008 ; Geary, 2011 ; Krajewski & Schneider, 2009 ; Sowinski et al., 2015) et l'utilisation des termes pour évoquer ces diverses capacités est très variable d'une étude à l'autre. Dans un but de parcimonie, nous retiendrons essentiellement les capacités langagières, les capacités de raisonnement (i.e., intelligence non verbale) et les capacités de mémoire de travail.

Les capacités langagières

De nombreuses compétences numériques se développent grâce au langage, notamment l'acquisition de la chaîne numérique verbale et l'identification de nombres symboliques. Ainsi, plusieurs mesures du développement des capacités langagières sont des prédicteurs significatifs des compétences numériques exactes, comme par exemple la compréhension orale, les performances en conscience phonologique, ou encore les performances en vocabulaire (e.g., Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004 ; Krajewski & Schneider, 2009 ; LeFevre et al., 2010). La grande majorité des exercices proposés aux enfants pour mesurer leurs compétences numériques comprend des consignes verbales. C'est sans doute pourquoi il a été observé que les performances en compréhension orale mesurées à 5 ans permettent de prédire les performances numériques exactes des enfants mesurées à 5 ans, à 6 ans et à 7 ans (rs compris entre .24 et .38, Aunola et al., 2004). La conscience phonologique est la capacité à reconnaître, discriminer, manipuler les unités sonores du langage. Avoir de bonnes performances en conscience phonologique pourrait donc faciliter la différenciation et la manipulation des mots-nombres composant la chaîne numérique verbale (e.g., Krajewski & Schneider, 2009), ce qui expliquerait son rôle prédicteur (r = .48). Concernant les performances en vocabulaire, Lefevre (2010) considère qu'elles reflètent les capacités des enfants à acquérir le vocabulaire du système numérique, c'est pourquoi, selon elle, il serait un bon prédicteur des performances numériques exactes chez des enfants entre 4 ans et demi et 9 ans et demi. Des auteurs ont d'ailleurs observé auprès d'enfants de 5 ans une relation significative entre les performances à un test de vocabulaire d'une part et celles à un test d'identification de nombres écrits en chiffres arabes (r = .32) ou à un test d'arithmétique non symbolique (r = .19) d'autre part (LeFevre et al., 2010). A l'âge de 8 ans (Sowinski et al., 2015), le niveau de vocabulaire est toujours considéré comme un prédicteur des performances numériques exactes puisqu'il corrèle avec les scores en arithmétique symbolique (r = .29) et avec les scores en connaissance du système numérique (r = .48, i.e., numération, identification de nombres écrits en chiffers arabes, connaissance du nombre « qui vient après X », positionnement de nombres sur une ligne numérique). Il est intéressant de noter que la mesure des capacités de vocabulaire peut aussi être considérée comme une mesure dite « d' intelligence verbale » (e.g., Passolunghi & Lanfranchi, 2012 ; van Marle, Chu, Li, & Geary, 2014).

Les capacités de raisonnement

Les capacités de raisonnement permettent de saisir la logique d'une situation. Elles permettent notamment de reconnaître les relations logiques entre différents éléments et de faire des inférences. Elles entrent en jeu par exemple lorsqu'il s'agit de compléter des suites (e.g., 1, 2, 3, ? ou encore « deux », « quatre », « six », ?). Elles sont mesurées par des échelles dites « d'intelligence non verbale », comme les matrices progressives de Raven (e.g., Raven & Court, 1998) par exemple. Ces matrices sont très utilisées dans les études en psychologie car elles existent sous différentes versions (Matrices Progressives Colorées, Standards, ou Avancées), chacune étant adaptée à un niveau d'âge et d'étude donné (à partir de 4 ans). Le principe est toujours le même, il s'agit de trouver parmi différentes propositions, le seul « morceau » permettant de compléter un dessin. Dans des études utilisant les matrices de Raven avec des enfants de 6-7 ans (De Smedt, Janssen, et al., 2009 ; De Smedt, Verschaffel, & Ghesquière, 2009), la relation entre les capacités de raisonnement et les performances numériques exactes est forte (le coefficient de corrélation est entre .30 et .61). Dans une perspective développementale plus globale, Floyd, Evans, et McGrew (2003) ont montré qu'entre 6 et 19 ans, les capacités de raisonnement corrèlent toujours avec les performances numériques exactes.

Les capacités de mémoire de travail

Les capacités de mémoire de travail permettent le maintien et la manipulation d'informations à court terme. Trouver le résultat d'un calcul inconnu par exemple, nécessite de retenir et de manipuler des informations numériques. Ces capacités sont de plus en plus sollicitées au cours des apprentissages numériques car de plus en plus de situations complexes sont proposées à l'enfant. Elles sont mesurées par des épreuves dites de « double tâche », dans lesquelles le participant est amené à mémoriser une liste d'items ou d'évènements pendant qu'il manipule mentalement ces informations ou des informations différentes. Les tâches les plus couramment utilisées avec les enfants sont les tâches dites verbales. Il s'agit par exemple des tâches de rappel de mots ou de nombres en ordre inversé, ou encore de la tâche d'empan de comptage (Case, Kurland, & Goldberg, 1982). Dans la tâche d'empan de comptage (i.e., « counting span » en anglais), l'enfant doit dénombrer successivement plusieurs ensembles de points en mémorisant à chaque fois le résultat du dénombrement ; puis lorsqu'il entend le signal, il doit rappeler le résultat de chaque dénombrement dans l'ordre de présentation. Plus rarement, des tâche dites visuo-spatiales, comme la tâche d'empan spatial, sont utilisées pour mesurer les capacités de mémoire de travail (Alloway, Gathercole, & Pickering, 2006).

La distinction entre la nature verbale ou visuo-spatiale des tâches de mémoire de travail est liée au modèle dominant concernant la structure de la mémoire de travail, c'est à dire au modèle de Baddeley et Hitch (Baddeley, 2012 ; Baddeley & Hitch, 1974). Plusieurs auteurs (Engle, Kane, & Tuholski, 1999 ; Geary, 2013 ; Kane, Bleckley, Conway, & Engle, 2001) suggèrent de considérer la mémoire de travail comme un processus de contrôle attentionnel. D'après Geary, le contrôle attentionnel est « la capacité à maintenir des informations en mémoire dans un but précis, pendant le traitement d'une autre information » (Geary, 2013, p. 24). Selon cette vision, la nature de la tâche utilisée pour mesurer les capacités de mémoire de travail, qu'elle soit visuo-spatiale ou verbale importe peu. Il ne sera pas réalisé ici une revue des différents modèles de la mémoire de travail, ni même du développement de la mémoire de travail (pour revue, voir Baddeley, 2012 ; pour une revue en français sur le développement de la mémoire de travail, voir Barrouillet & Camos, 2007). On notera seulement que des différences développementales intéressantes ont été soulignées (Camos & Barrouillet, 2011 ; Gathercole, 1998). Avec des adultes, il a été montré que lorsqu'ils doivent maintenir des informations verbales, ils utilisent une stratégie dite de répétition subvocale pour maximiser leur rétention. En d'autres termes, ils « se répètent mentalement les informations » en boucle pour en maintenir la trace. Il semblerait qu'avant l'âge de 7 ans, les enfants n'utilisent pas encore cette stratégie, ce qui pourrait en partie expliquer pourquoi les capacités de mémoire de travail des jeunes enfants sont plus faibles (Camos & Barrouillet, 2011).

Peu importe le modèle théorique de la mémoire de travail adopté, les études s'accordent à montrer que les capacités de mémoire de travail jouent un rôle essentiel dans les apprentissages scolaires (e.g., Gathercole, Pickering, Knight, & Stegmann, 2004). En particulier, ces capacités sont prédictrices des compétences numériques exactes (pour revues, voir Cragg & Gilmore, 2014 ; Raghubar, Barnes, & Hecht, 2010) et ce, dès le plus jeune âge, au moins dès l'âge de 5 ans et demi ($r = .36$ entre une mesure verbale des capacités de mémoire de travail et les scores à un test d'additions exactes ; Xenidou-Dervou, De Smedt, van der Schoot, & van Lieshout, 2013). Une méta-analyse récente suggère que la relation entre les capacités de mémoire de travail et les performances numériques des enfants entre 4 et 12 ans sont reliées, et ce, quelle que soit la nature de la tâche utilisée pour mesurer les capacités de mémoire de travail (Friso-van den Bos et al., 2013).

2.1.2 Les connaissances et capacités cognitives numériques

Les connaissances et capacités cognitives numériques exercent une influence notoire dans les apprentissages numériques exacts. Ce sont des prédicteurs dits spécifiques aux apprentissages numériques exacts. Ici encore, un nombre très important d'expériences a étudié ces capacités et/ou connaissances (e.g., Cirino, 2011 ; Geary, 2011 ; Sasanguie, De Smedt, Defever, & Reynvoet, 2012 ; Soto-Calvo, Simmons, Willis, & Adams, 2015 ; Xenidou-Dervou et al., 2013) et les auteurs n'utilisent pas toujours les mêmes termes pour les décrire, ni même les mêmes tâches pour les mesurer. Globalement, les prédicteurs numériques les plus couramment étudiés peuvent être séparés en trois catégories : les capacités relevant du sens du nombre qui peuvent être regroupées sous le nom de capacités numériques non symboliques, les connaissances liées à l'apprentissage des nombres symboliques appelées connaissances symboliques, et enfin les capacités d'association entre les nombres symboliques et leur grandeur analogique (ou capacités de « mapping » en anglais). D'autres prédicteurs numériques moins étudiés seront également présentés.

Les capacités numériques non symboliques

Les capacités numériques non symboliques font référence à la compréhension et à la manipulation des grandeurs analogiques, le plus souvent des numérosités. Rappelons que notre appréhension des numérosités dépend de leur taille : appréhension exacte pour les petites numérosités et approximative pour les grandes numérosités. Il convient donc de différencier les capacités non symboliques concernant les petites numérosités (i.e., reposant sur le système des petits ensembles), des capacités non symboliques concernant les grandes numérosités (i.e., reposant sur le système approximatif du nombre).

Les capacités non symboliques concernant les petites numérosités ont été très peu étudiées chez l'enfant. Certaines études (e.g., Landerl, Bevan, & Butterworth, 2004) les ont abordées par le biais du subitizing, qui rappelons-le nécessite d'associer un nombre symbolique à une petite numérosité (Feigenson et al., 2004), et leurs résultats montrent une relation avec les compétences numériques exactes. Cependant, le subitizing ne reflète pas seulement les capacités non symboliques avec les petites numérosités, mais met aussi en jeu des connaissances symboliques. Une étude s'est récemment penchée sur l'étude des capacités non symboliques avec les petites numérosités, indépendamment de la connaissance des nombres symboliques (Soto-Calvo et al., 2015), avec des enfants de 4 à 5 ans. Les enfants devaient discriminer des ensembles de 1 à 3 points, leur précision et le temps mis pour répondre étaient mesurés. Les résultats montrent que les temps de réponses dans cette tâche prédisent les performances des enfants en arithmétiques (r = - .24), et en dénombrement (r = - .27). Compte tenu du peu de données documentant cette relation, d'autres études sont nécessaires pour pouvoir déterminer si les capacités non symboliques avec les petites numérosités sont liées aux compétences numériques exactes.

Les capacités non symboliques concernant les grandes numérosités sont communément mesurées à l'aide des tâches de comparaison, d'addition ou de soustraction de nombres non symboliques, supérieurs à 4 (Figure 2.1). Dans ces tâches, les participants doivent comparer, additionner ou soustraire approximativement des ensembles présentés visuellement (collections d'objets ou de points ; e.g., Halberda, Mazzocco, & Feigenson, 2008), auditivement (séquences de sons ; e.g.,Barth, La Mont, Lipton & Spelke, 2005) ou encore haptiquement (pastilles en relief ; Gimbert, Gentaz, Camos, & Mazens, 2016). Déterminer si la précision des réponses des participants dans ces tâches prédisent les compétences numériques exactes a intéressé de nombreux auteurs, donnant lieu à de très nombreuses publications ainsi qu'à des résultats très contrastés (pour revue, voir De Smedt, Noël, Gilmore, & Ansari, 2013). Trois méta-analyses récentes ont permis de trancher le débat, en révélant une relation significative entre les capacités non symboliques concernant les grandes numérosités et les compétences numériques exactes (Chen & Li, 2014 : r = .20 ; Fazio, Bailey, Thompson, & Siegler, 2014 : r = .22 ; Schneider et al., 2016 : r = .24).

Cette relation, bien que significative, est tout de même assez faible puisqu'elle explique moins de 5% de la variabilité des performances en mathématiques. L'étude de Fazio et collaborateurs (2014) précise que le rôle prédicteur de ces capacités non symboliques varie en fonction de l'âge des participants. En effet, ces auteurs rapportent que chez les enfants de moins de 6 ans, le coefficient de corrélation serait de $r = .40$ tandis qu'il ne serait plus que de $r = .17$ entre 6 et 18 ans et de $r = .21$ chez les adultes. La relation entre les compétences numériques exactes et les capacités non symboliques concernant les grandes numérosités, aussi appelées capacité ou précision du système approximatif du nombre (SAN), sera abordée plus en détails dans le Chapitre 3.

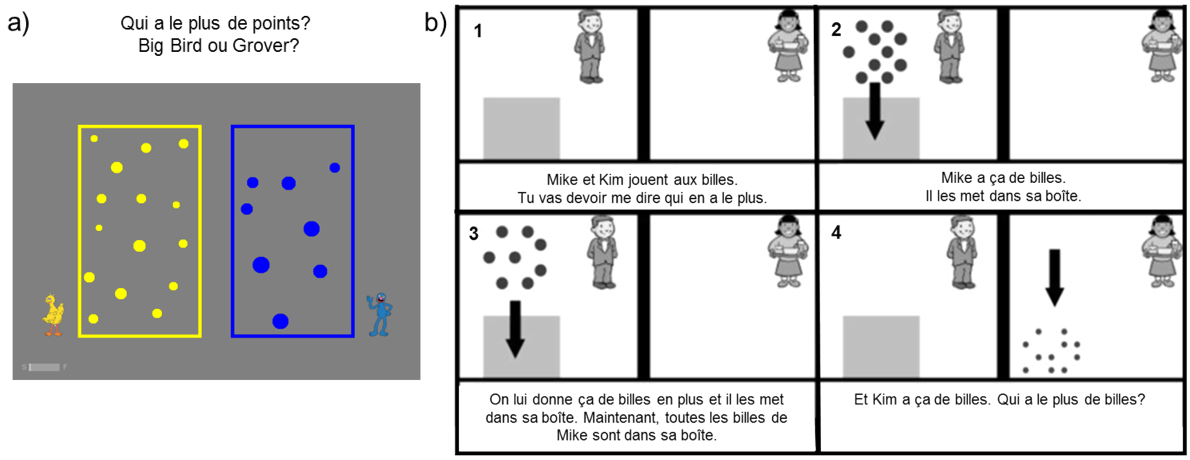


FIGURE 2.1: Tâches visuelles mesurant les capacités numériques non symboliques avec les grandes numérosités. (a) Tâche de comparaison approximative de nombres non symboliques (d'après Halberda, Mazzocco, & Feigenson, 2008). (b) Tâche d'addition approximative de nombres non symboliques (d'après Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2010).

Les connaissances symboliques

Les connaissances symboliques sont acquises avec l'apprentissage du langage oral et écrit. Elles font référence à la connaissance de la chaîne numérique verbale, à l'identification (i.e., lecture) ou à l'écriture de nombres symboliques et ne nécessitent, en principe, aucun lien avec la sémantique des nombres. Leur apprentissage se fait en parallèle de la construction de la compréhension des nombres symboliques, c'est pourquoi en réalité elles sont rarement abordées sans faire appel à la signification des nombres. Van Marle, Chu, Li, et Geary (2014) ont mesuré la connaissance de la chaîne numérique verbale et les performances en identification de nombres symboliques chez des jeunes enfants, une première fois à 3 ans puis une seconde fois à 4 ans. Pour ce faire, les auteurs ont demandé aux enfants de compter le plus loin possible à partir de 1 (i.e., connaissance de la chaîne numérique verbale) et de nommer des nombres présentés, écrits en chiffres arabes et compris entre 1 et 15 (i.e., identification de nombres symboliques). Ils ont montré qu'aux deux âges, ces connaissances sont de bons prédicteurs des compétences numériques exactes mesurées à 4 ans (tous les $rs > .50$). Cette observation semble toujours vraie à l'âge de 6 ans puisque la connaissance de la chaîne numérique verbale et les performances en identification de nombres symboliques sont très fortement reliées aux performances des enfants en additions ($r = .60$ et $r = .71$, respectivement, Cirino, 2011).

Les capacités de « mapping »

Dans le cadre du modèle du triple code (Dehaene, 1992), les capacités d'association entre les nombres symboliques et leur grandeur analogique, ou capacités de « mapping », font référence à l'association entre les codes dits « verbal » et « visuel arabe » d'une part (i.e., les codes symboliques) et le « code des quantités » d'autre part. Les tâches utilisées pour mesurer ces capacités sont de natures diverses. Il en résulte que ces tâches sont parfois sujettes à des débats dans la littérature pour déterminer si elles mesurent bien la même capacité ou non. La tâche de comparaison de nombres symboliques, utilisée notamment par Moyer et Landauer (1967), est la plus commune. Elle consiste à comparer deux nombres symboliques, à 1 ou 2 chiffres, présentés simultanément, ce qui, d'après le point de vue de Moyer et Landauer (1967), nécessite d'associer à chaque nombre symbolique la grandeur analogique lui correspondant (i.e., capacité de mapping). La méta-analyse de Schneider et collaborateur (2016) a récemment montré que les performances dans cette tâche étaient prédictrices des performances numériques des participants, enfants et adultes.

Les tâches dites d'estimation sont également couramment utilisées pour mesurer les capacités de mapping. On distingue la tâche d'estimation par perception, la tâche d'estimation par production (voir partie 1.1.1. pour une description de ces tâches) et la tâche d'estimation sur ligne numérique. Dans cette dernière tâche (voir Figure 2.2), proposée par Siegler et Opfer (2003), des nombres symboliques sont présentés aux participants qui doivent estimer leur position sur une ligne horizontale, bornée par un nombre à chaque extrémité (e.g., 0-10, 0-100, ou 0-1000). A la différence des tâches d'estimation par production ou par perception, dans la tâche d'estimation sur ligne numérique, l'association n'est pas faite entre un nombre symbolique et une quantité discrète représentée par un ensemble d'objets, mais entre un nombre symbolique et une quantité continue correspondant à une distance, depuis le 0 jusqu'à la position estimée (pour une autre interprétation de ce que mesure cette tâche, voir Barth & Paladino, 2011). La tâche d'estimation sur ligne numérique a été beaucoup utilisée auprès des jeunes enfants. La précision des enfants de 5 à 11 ans dans cette tâche est fortement reliée ($rs > .40$) à leurs compétences numériques exactes (Booth & Siegler, 2006 ; Schneider, Grabner, & Paetsch, 2009 ; Siegler & Booth, 2004).

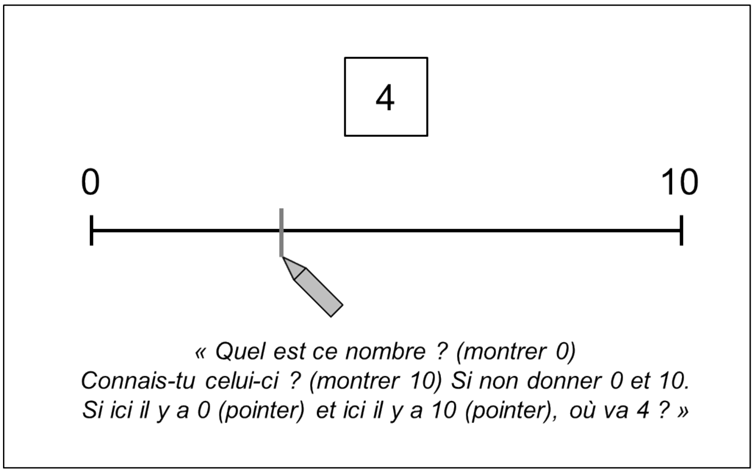


FIGURE 2.2: Tâche d'estimation sur ligne numérique. Dans cette tâche, les participants doivent estimer la position de nombres symboliques sur une ligne bornée. La version papier-crayon de cette tâche nécessite de tracer un trait coupant la ligne pour indiquer sa réponse (d'après Siegler & Opfer, 2003).

La relation entre les tâches d'estimation par perception ou d'estimation par production et les compétences numériques exactes a été moins étudiée, mais commence à intéresser de plus en plus les chercheurs. Une étude récente (Wong, Ho, & Tang, 2016), réalisée auprès de plus de 200 enfants de 6 ans, révèle une relation significative entre les performances des enfants en estimation par production et leurs performances en arithmétique symbolique exacte (r = .43). De même, la relation est également significative entre les performances en estimation par perception et celles en arithmétique symbolique exacte (r = .24). Libertus, Odic, Feigenson et Halberda (2016) ont également publié très récemment des résultats obtenus auprès d'enfants entre 5 et 7 ans, concernant la relation entre leurs performances en estimation par perception et leurs performances à un test évaluant les compétences générales en mathématiques (TEMA-3, Tableau A.1 en Annexe). Ils ont observé que la variabilité des réponses des enfants dans la tâche d'estimation par perception, et non pas la précision de ces réponses, prédisaient leurs performances en mathématiques.

Autres prédicteurs numériques

Deux autres prédicteurs spécifiques des compétences numériques exactes ont été identifiés. Il s'agit de la compréhension de la cardinalité et de la compréhension de l'ordinalité. Les enfants acquièrent la compréhension de la cardinalité[2] quand ils comprennent que les mots-nombres réfèrent à la numérosité d'un ensemble. Cet apprentissage débute vers l'âge de 2 ans (Wynn, 1990). En mesurant différentes capacités numériques, auprès d'enfants entre 3 et 4 ans, dans le but de déterminer les relations qu'elles entretiennent entre-elles et avec les compétences générales en mathématiques, van Marle, Chu, Li et Geary (2014) ont montré que la compréhension de la cardinalité mesurée à 3 ans était un prédicteur important des compétences générales en mathématiques (i.e., TEMA-3) mesurées à 4 ans (r = .69). La compréhension de l'ordinalité est une capacité qui est observée beaucoup plus tôt. Des études suggèrent que les nourrissons auraient déjà une compréhension basique de l'ordinalité entre 7 et 11 mois (Brannon, 2002 ; Picozzi et al., 2010). Dans une étude réalisée auprès d'enfants entre 7 et 12 ans, des chercheurs ont mesuré la compréhension de l'ordinalité avec une tâche de jugement d'ordinalité. Dans cette tâche l'enfant doit déterminer si les trois nombres écrits en chiffres arabes qui lui sont présentés sont dans un ordre croissant, décroissant ou dans un ordre mixte. Cette mesure s'est avérée être prédictrice des performances de ces enfants en arithmétique mentale à partir de l'âge de 8 ans et jusqu'à 12 ans (Lyons, Price, Vaessen, Blomert, & Ansari, 2014). De plus, les résultats montrent que l'intensité de cette relation augmente entre l'âge de 8 ans et l'âge de 12 ans (de r = .44, à r = .55).

2.2 Les modèles intégratifs récents

Les modèles qui vont être présentés dans cette partie sont uniquement ceux proposant d'inclure une mesure des capacités non symboliques pour les grandes numérosités (i.e., la précision du SAN) parmi les prédicteurs des performances numériques exactes. Ainsi, bien qu'ils modélisent également les relations entre différentes capacités cognitives générales et numériques pour prédire les performances numériques des enfants, les modèles de Krajewski et Schneider (2009), de Passolunghi et Lanfranchi (2012), de Träff (2013) et de Lefevre et ses collègues (LeFevre et al., 2010 ; Sowinski et al., 2015) ne seront pas décrits. Seront présentés tout d'abord, les modèles cherchant à expliciter les relations entre les compétences numériques exactes et les différentes connaissances et capacités cognitives numériques évoquées plus haut : la précision du SAN, les connaissances symboliques et les capacités de « mapping ». Ensuite, les modèles alliant à la fois les capacités cognitives générales et les connaissances et capacités cognitives numériques pour prédire les compétences numériques exactes seront décrits. A l'aide de tous ces modèles, une attention particulière sera portée à la relation entre la précision du SAN et les compétences

2. La compréhension de la cardinalité consiste à associer aux nombres symboliques leurs numérosités exactes. Il s'agit donc aussi d'une capacité de « mapping », mais elle est exacte. La tâche mesurant la compréhension de la cardinalité est la tâche « donne-moi », consistant à demander à l'enfant de mettre X objets dans une boîte.

numériques exactes.

2.2.1 Les modèles centrés sur les relations entre les différentes capacités numériques

Etudier les relations que les différentes connaissances et capacités cognitives numériques entretiennent entre-elles et avec les compétences numériques exactes doit bien évidemment prendre en compte les changements développementaux intervenant dans ces relations. Ainsi, Kolkman, Kroesbergen et Leseman (2013) ont réalisé une étude longitudinale auprès d'enfants qu'ils ont suivi entre l'âge de 4 ans et l'âge de 6 ans. Ils ont mesuré la précision du SAN (i.e., comparaison et estimation sur ligne numérique avec des nombres non symboliques), les connaissances symboliques (i.e., chaîne numérique verbale et identification de nombres symboliques) et les capacités de mapping (i.e., comparaison et estimation sur ligne numérique avec des nombres symboliques) de ces enfants à 4 ans, puis à 5 ans, ainsi que leurs performances générales en mathématiques (i.e., Test de Janssen, Scheltens, & Kraemer, 2005, Tableau A.1 en Annexe) à 6 ans. D'après leur modèle final (Figure 2.3), à 4 ans la précision du SAN des enfants était reliée à leurs capacités de « mapping ». Cette relation n'est plus observée à 5 ans. De plus, les connaissances symboliques des enfants à 4 ans et à 5 ans étaient associées à la précision de leur SAN, ainsi qu'à leurs capacités de mapping mesurées à 4 ans et à 5 ans. Enfin, à 5 ans, seules les capacités de mapping prédisaient leurs compétences générales en mathématiques à 6 ans. Ce modèle est à rapprocher de celui de Libertus, Odic, Feigenson et Halberda (2016) car ils présentent certains points communs. Ces auteurs ont mis en évidence, avec des enfants âgés entre 5 et 7 ans, que la variabilité de leurs réponses dans une tâche d'estimation (i.e., capacités de mapping) était médiateur de la relation entre la précision du SAN (i.e., comparaison de nombres non symboliques) et leurs compétences générales en mathématiques (i.e., TEMA-3, Tableau A.1 en Annexe). D'après ces deux modèles, il peut être supposé que lorsqu'on a entre 4 et 7 ans, avoir une bonne précision du SAN permettrait d'associer plus précisément les nombres symboliques avec leur grandeur approximative, ce qui serait bénéfique pour développer ses capacités numériques générales. Cependant, à 10 ans, il semblerait que les interactions entre ces différentes capacités soient différentes : d'après le modèle de Fazio et al. (2014), la précision du SAN (i.e., comparaison de nombres non symboliques) et les capacités de « mapping » (i.e., estimation sur ligne numérique avec des nombres symboliques) ne seraient plus reliées et seraient donc deux prédicteurs indépendants des compétences générales en mathématiques (Test de mathématiques PSSA, Tableau A.1 en Annexe).

Les capacités de mapping ne sont pas les seules à avoir été identifiées comme médiatrices, à certains âges, de la relation entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes.

La connaissance de la chaîne numérique verbale et la connaissance de la valeur cardinale des nombres de 1 à 6, chez des enfants de 3 ans ont également été identifiées comme médiatrices de la relation entre la précision du SAN, mesurées à 3 ans et les compétences générales en mathématiques (i.e., TEMA-3, Tableau A.1 en Annexe), mesurées à 4 ans (van Marle et al., 2014). L'importance de la compréhension de la cardinalité a été montrée aux mêmes âges dans une seconde étude (Chu, vanMarle, & Geary, 2015). Ce résultat suggère que les enfants pouvant discriminer deux numérosités précisément, comprendraient plus facilement que les valeurs cardinales de deux nombres symboliques fassent référence à deux numérosités différentes. La précision du SAN pourrait donc influencer indirectement le développement des compétences générales en mathématiques à certains âges. De plus, les résultats d'une étude chez l'adulte suggèrent que la relation entre la précision du SAN et les performances en arithmétiques serait médiatisée par la compréhension de l'ordinalité (Lyons & Beilock, 2011). Cependant, à notre connaissance, aucune étude n'a encore rapporté des résultats identiques chez l'enfant.

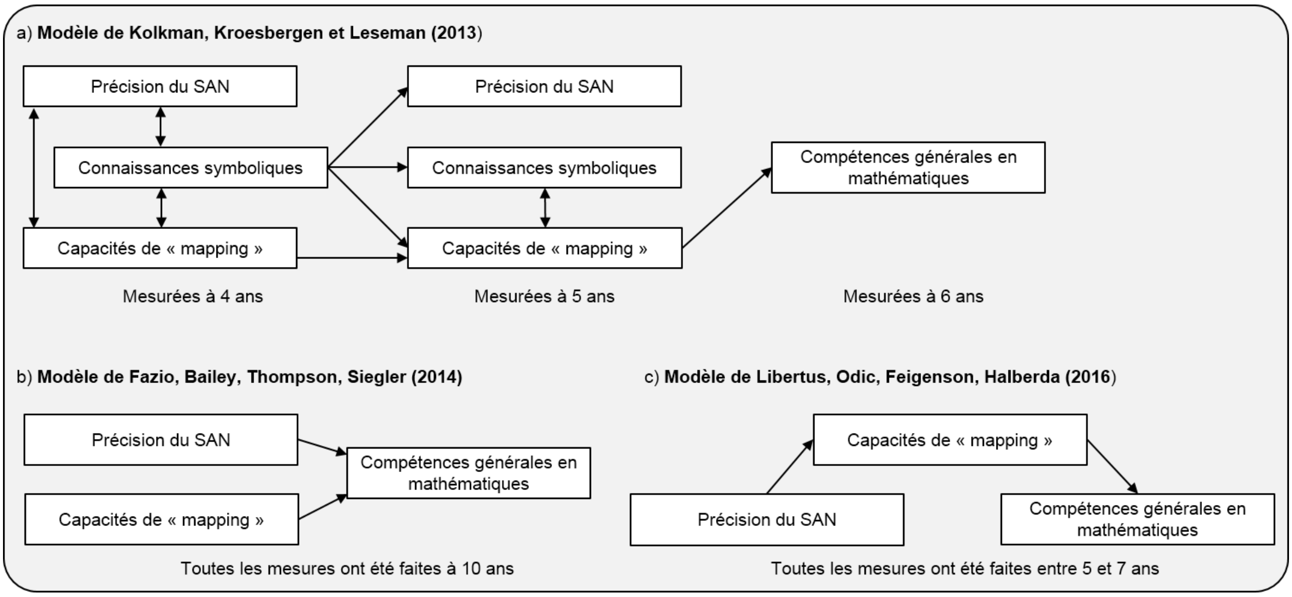


Figure 2.3: Trois modèles expliquant les relations entre les différentes capacités numériques. Les flèches représentent les relations significatives entre les différentes mesures. L'absence de flèche signifie donc que lorsque toutes les mesures sont incluses dans le modèle, certaines relations entre les mesures sont trop faibles pour être significatives. NB : pour pouvoir comparer plus facilement les différents modèles entre eux, nous avons nommé les mesures réalisées dans ces études avec les termes « précision du SAN », « connaissances symboliques », « capacités de mapping » en accord avec la définition que nous en avons dans le texte (cf. Partie 2.1.2). Certaines mesures peuvent donc être issues de tâches différentes.

2.2.2 Les modèles alliant capacités cognitives générales et numériques

En mesurant différentes capacités ou connaissances cognitives numériques et générales auprès d'enfants de 6 ans, Cirino (2011) a montré que la précision du SAN, les capacités de mapping, les connaissances symboliques, les performances en mémoire de travail visuo-spatiale et en conscience phonologique étaient toutes prédictrices des performances des enfants en additions. Cependant, l'analyse des relations entre ces différentes mesures révèle que seules les connaissances symboliques ont une relation directe avec la réussite en additions. Dans leur modèle final (Figure 2.4), les performances en mémoire de travail et en conscience phonologique sont liées aux capacités de mapping et aux connaissances symboliques. Elles ont donc un effet indirect sur les performances en additions. La précision du SAN n'est reliée qu'aux capacités de mapping et n'a aucun effet significatif, même indirect sur les performances en additions. Les autres modèles qui vont être présentés contredisent tous cette dernière observation. En effet, dans le modèle théorique proposé par Geary (2013) ou dans les modèles expérimentaux de Xenidou-Dervou, De Smedt, der Schoot, et van Lieshout (2013) et de Wong, Ho et Tang (2016), la précision du SAN a toujours une relation indirecte avec les compétences numériques exactes (i.e., indexées par une tâche de dénombrement et d'additions dans l'étude de Xenidou et al., 2013) ou avec les performances en arithmétiques (Wong et al., 2016). Dans le modèle de Geary (2013) et de Wong et al. (2016), cette relation est médiatisée par les capacités de mapping, tandis que dans le modèle de Xenidou et al. (2013), elle est médiatisée par ce que les auteurs ont nommé les « capacités d'approximation symboliques », mesurées via une tâche de comparaison approximative de nombres symboliques (i.e., tâche que nous considérons comme une tâche de mapping) et une tâche d'additions approximatives de nombres symboliques.

D'autres différences entre ces quatre modèles méritent d'être soulignées. Tout d'abord, les relations qu'entretiennent les performances en mémoire de travail avec les différents prédicteurs et avec les compétences numériques exactes varient d'un modèle à l'autre. Dans le modèle de Geary (2013), elles sont liées aux capacités de mapping et aux compétences générales en mathématiques, mais pas à la précision du SAN, contrairement à ce qui est observé dans le modèle de Xenidou et al. (2013). Dans le modèle de Wong et al. (2016), les capacités de mémoire de travail ne sont liées qu'aux capacités de mapping. Enfin, l'inclusion d'une mesure d'intelligence dans le modèle ne concerne que les modèles de Geary (2013) et de Wong et al. (2016). Les deux modèles proposent des relations totalement différentes avec l'intelligence : elles seraient soit directement liées aux compétences générales en mathématiques (Geary, 2013), soit ce lien serait indirect, médiatisé par les capacités de mapping (Wong et al., 2016). Il est intéressant de remarquer que contrairement aux modèles expliquant les relations entre les différentes capacités et connaissances numériques, les modèles expliquant les relations entre les capacités cognitives générales et les connaissances et capacités numériques ne se sont pas intéressés à l'évolution des relations entre les différents prédicteurs au cours du développement.

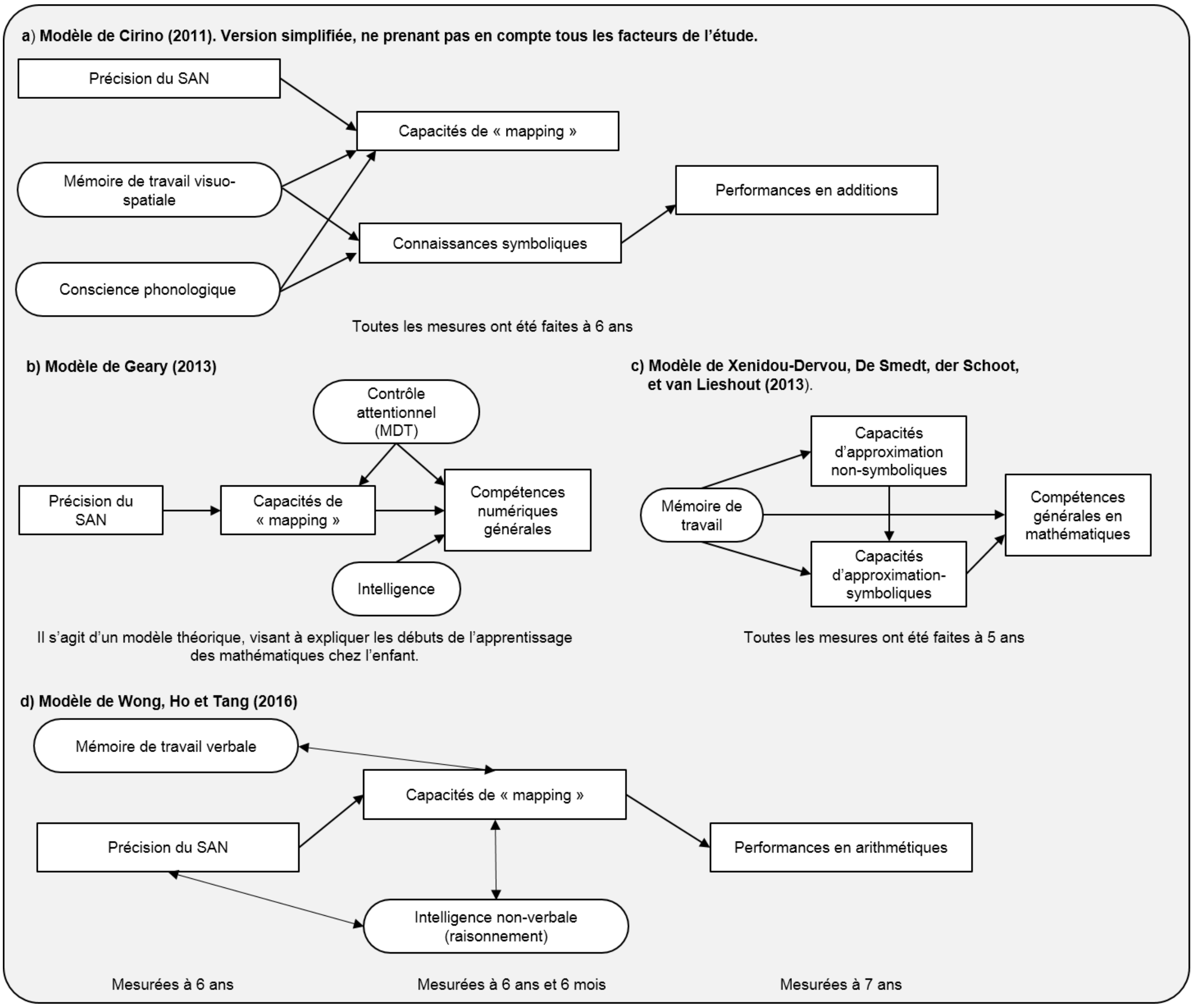


FIGURE 2.4: Quatre modèles expliquant les relations entre les capacités cognitives générales (cases arrondies) et les connaissances et capacités numériques (cases rectangulaires). Les flèches représentent les relations significatives entre les différentes mesures. L'absence de flèche signifie donc que lorsque toutes les mesures sont incluses dans le modèle, certaines relations entre les mesures sont trop faibles pour être significatives. NB : pour pouvoir comparer plus facilement les différents modèles entre eux, nous avons nommé les mesures réalisées dans ces études avec les termes « précision du SAN », « connaissances symboliques », « capacités de mapping », en accord avec la définition que nous en avons donné dans le texte (cf. Partie 2.1.2). Certaines mesures peuvent donc être issues de tâches différentes. Lorsqu'un seul type de tâche était utilisé pour mesurer les compétences en mathématiques, nous avons indiqué la tâche en question plutôt que le terme générique « compétences générales en mathématiques ».

2.3 Quels entraînements pour favoriser les apprentissages numériques ?

Un entraînement est une intervention ayant pour but d'améliorer au moins une connaissance ou capacité donnée, chez des participants, ici des enfants. Il est généralement composé de plusieurs séances, réparties dans le temps. Chaque séance peut être réalisée individuellement (i.e., un enfant-un expérimentateur), ou bien en petits groupes, menée par l'expérimentateur ou par l'enseignant. Pour évaluer les effets d'un entraînement, des mesures des connaissances ou capacités d'intérêt sont réalisées avant (i.e., pré-test) et après (i.e., post-test) les séances d'entraînement. Pour pouvoir conclure qu'un entraînement a permis d'améliorer une capacité donnée, la progression entre le pré-test et le post-test des enfants du groupe recevant l'entraînement testé est comparée à celle des enfants recevant un entraînement contrôle. L'entraînement contrôle est conçu pour ne différer de l'entraînement expérimental que concernant le facteur particulier dont on souhaite connaître l'efficacité. La mise en œuvre d'entraînements présente de nombreuses contraintes liées à la nécessité de devoir intervenir régulièrement auprès des mêmes enfants et dans les mêmes conditions de passation. C'est sans doute pourquoi les entraînements, destinés à favoriser les apprentissages numériques des enfants, présentant ou non des troubles des apprentissages, sont peu nombreux (pour des méta-analyses, voir Fischer, Moeller, Cress, & Nuerk, 2013 et Kroesbergen & Van Luit, 2003 ; pour une revue, voir Kroeger, Brown, & O'Brien, 2012).

De plus, parmi les interventions testées, la plupart entraîne les enfants sur plusieurs compétences en parallèle (pour revue, voir Clements & Sarama, 2011), comme par exemple la connaissance de la chaîne numérique verbale, l'identification de nombres symboliques, l'association entre les différents codes du nombre, le calcul, le raisonnement, et même parfois la géométrie (e.g., Baroody, Eiland, & Thompson, 2009 ; Dyson, Jordan, & Glutting, 2013). C'est le cas par exemple des programmes « Catch-up » (Holmes & Dowker, 2013), à destination des enfants d'école élémentaire, « Building blocks » (Clements & Sarama, 2007), s'adressant à des enfants entre 5 et 7 ans ou de « Big math for little kids » (Greenes, Ginsburg, & Balfanz, 2004) pour des enfants de 4-5 ans. Parmi les interventions entraînant plusieurs compétences en parallèle, il est intéressant de noter que de nombreux logiciels ont également été créés, comme « La course aux nombres » (4 à 8 ans, Sella, Tressoldi, Lucangeli, & Zorzi, 2016, `http://www.lacourseauxnombres.com`), entraînant les enfants au comptage, à la résolution d'additions et de soustractions, ainsi qu'à l'association entre les différents codes du nombre, mais aussi « L'attrape-nombres » (enfants entre 5 et 10 ans, `http://www.attrape-nombres.com`) ou encore « Calcularis » (enfants en école élémentaire, Käser et al., 2013). L'utilisation de ces logiciels présente souvent la possibilité d'adapter chaque exercice au niveau de l'enfant, de lui fournir un retour régulier quant à ses performances, ainsi que l'avantage de permettre un travail en autonomie. Même si l'efficacité de ces programmes et logiciels est souvent démontrée expérimentalement, la manière dont ils sont évalués ne permet pas toujours d'identifier précisément le facteur spécifique ou la combinaison de facteurs responsables de l'amélioration des performances numériques observées chez les enfants. En réalité, très peu d'interventions ont testé directement l'efficacité d'un facteur en particulier. Cela peut s'expliquer par le fait qu'il est très compliqué de comparer l'effet de deux interventions différant uniquement par un facteur, toutes choses étant égales par ailleurs. Rappelons que les capacités cognitives générales ou numériques les plus influentes dans les apprentissages numériques, ont été identifiées (voir partie 1.3.1.). Il est donc tout à fait sensé de penser qu'entraîner ces capacités chez des enfants pourrait conduire à une amélioration de leurs performances numériques. Une revue des interventions proposées dans cet objectif est présentée dans les sections suivantes.

2.3.1 Entraîner les capacités cognitives générales

Parmi les capacités cognitives générales prédictrices des apprentissages numériques, les trois principales que nous avions identifiées étaient les capacités langagières, les capacités de mémoire de travail et les capacités de raisonnement. Concernant les capacités langagières, à notre connaissance, aucune intervention n'a entraîné la conscience phonologique ni le vocabulaire dans le but d'observer les répercussions que ces entraînements pourraient avoir sur les compétences numériques.

En revanche, concernant les capacités de mémoire de travail, de nombreuses études ont proposé des entraînements destinés à améliorer ces capacités chez l'enfant (e.g., Holmes & Gathercole, 2013) et chez l'adulte (e.g., Li et al., 2008). La possibilité d'un effet de l'entraînement des capacités de mémoire de travail sur les compétences numériques est encore grandement débattue (pour revue, voir Corbin & Camos, 2011 ; Melby-Lervåg, Redick, & Hulme, 2016). Certaines études chez l'enfant ont montré des améliorations significatives des compétences numériques à la suite d'entraînements des capacités de mémoire de travail (e.g., Holmes, Gathercole, & Dunning, 2009 ; Witt, 2011) dont les bénéfices étaient même parfois conservés jusqu'à 2 ans après l'intervention (Söderqvist & Nutley, 2015), tandis que d'autres n'observent aucun effet, même à court terme (e.g., Ang, Lee, Cheam, Poon, & Koh, 2015). Le message résultant de toutes ces incertitudes est qu'entraîner seulement les capacités de mémoire de travail ne semble pas être le choix le plus pertinent pour améliorer efficacement les compétences numériques des enfants.

Entraîner les capacités de raisonnement, dans le but d'améliorer les performances numériques, était l'idée défendue par Piaget. Comme il a été précédemment évoqué (voir partie

1.2.1.). Piaget pensait que l'acquisition du nombre, autour de l'âge de 6-7 ans, résultait de la maîtrise de deux opérations logiques, la sériation et la classification, et donc qu'avant l'âge de 6 ans, seuls des entraînements basés sur la logique étaient profitables aux enfants. Clements (1984) a cherché à savoir si, comme le suggérait Piaget, entraîner les capacités logiques d'enfants de 4 ans et demi leur permettrait de progresser dans leurs compétences numériques. Pour cela, il a proposé à trois groupes d'enfants un entraînement différent. Dans le premier groupe les enfants recevaient un entraînement à la logique (sériation et classification), dans le second groupe ils recevaient un entraînement de type numérique (i.e., dénombrement), et dans le troisième groupe, tenant lieu de groupe contrôle, les enfants recevaient un entraînement basé sur des activités verbales non numériques. Les résultats montrent que les enfants entraînés à la logique et ceux entraînés au dénombrement ont davantage amélioré leurs capacités de raisonnement logique que les enfants du groupe contrôle. Cependant, seuls les enfants du groupe dénombrement ont également amélioré leurs performances numériques plus que ceux du groupe contrôle. Clements a conclu de ces résultats que l'amélioration des compétences numériques chez les enfants ne pouvait pas uniquement résulter d'un entraînement de la logique et qu'il fallait préférer des entraînements numériques pour plus d'efficacité.

2.3.2 Entraîner les capacités cognitives numériques

Les trois principales connaissances ou capacités numériques basiques, prédictrices des apprentissages numériques exacts, abordées précédemment étaient : les connaissances symboliques, les capacités non symboliques, et les capacités d'association entre les nombres symboliques et leur grandeur analogique. Entraîner les connaissances symboliques uniquement, sans associer aux symboles numériques une grandeur analogique leur correspondant présente un intérêt éducatif très limité, voire nul. Ce type d'interventions reviendrait par exemple à entraîner les enfants à réciter la chaîne numérique verbale comme une comptine mélodieuse, totalement dépourvue de sens. Ou encore, cela reviendrait à apprendre aux enfants à écrire ou à reconnaître des nombres, avant même qu'ils en connaissent la signification. En plus d'être insensés, ces entraînements seraient impossibles à proposer, puisqu'il est inconcevable d'entraîner les connaissances symboliques sans qu'aucune relation avec la numérosité ne soit faite naturellement par les enfants. Empêcher cette association de se faire nécessiterait d'isoler des enfants du monde social et physique, ce qui est absolument impensable d'un point de vue éthique et encore une fois dénué de sens pour qui veut étudier le développement de leurs compétences numériques. Aucune étude ne s'est donc attachée à proposer des entraînements des connaissances symboliques seules. Cependant, des interventions destinées à entraîner les capacités non symboliques ou les capacités d'association entre les nombres symboliques et leur grandeur analogique ont été testées et seront présentées ci-dessous.

Nous avons fait le choix de centrer cette revue sur les différentes interventions qui entraînent les capacités numériques basiques des enfants dans le but de favoriser leurs apprentissages numériques exacts, autrement dit leurs compétences en arithmétique, en résolution de problèmes ou en dénombrement. C'est pourquoi les entraînements basés sur d'autres capacités, comme ceux liés à l'apprentissage de techniques opératoires de calcul par exemple, ne seront pas abordés dans cette partie (pour revue, voir Fischer et al., 2013 ; Kroesbergen & Van Luit, 2003).

Entraîner les capacités numériques non symboliques

Très peu d'études publiées ont proposé d'entraîner les capacités non symboliques dans le but d'améliorer les compétences numériques exactes des participants (Hyde, Khanum, & Spelke, 2014 ; Park & Brannon, 2013, 2014). Parmi les trois études citées, aucune ne propose d'entraîner les capacités non symboliques avec les petites numérosités, et seule celle de Hyde et collaborateur (2014) a été réalisée auprès d'enfants. Elle concerne les grandes numérosités. Dans cette étude, des enfants de 6 ans ($n = 96$) participent à un des quatre entraînements proposés par les auteurs, pendant une période brève de 15 minutes environ. Deux des entraînements sont numériques, addition de nombres non symboliques et comparaison de nombres non symboliques, et deux mettent en jeu des grandeurs non-numériques, addition de longueurs de lignes et comparaison de luminosités (Figure 2.5). Les nombres non symboliques utilisés dans les deux entraînements numériques sont des ensembles de points, présentés rapidement pour que les enfants aient recours à leurs capacités d'approximation (i.e., à leur système approximatif du nombre), et non pas au dénombrement. Les auteurs ont également mesuré les compétences arithmétiques symboliques des enfants en leur demandant de résoudre des additions par calcul exact (e.g., 20 + 15) le plus rapidement possible.

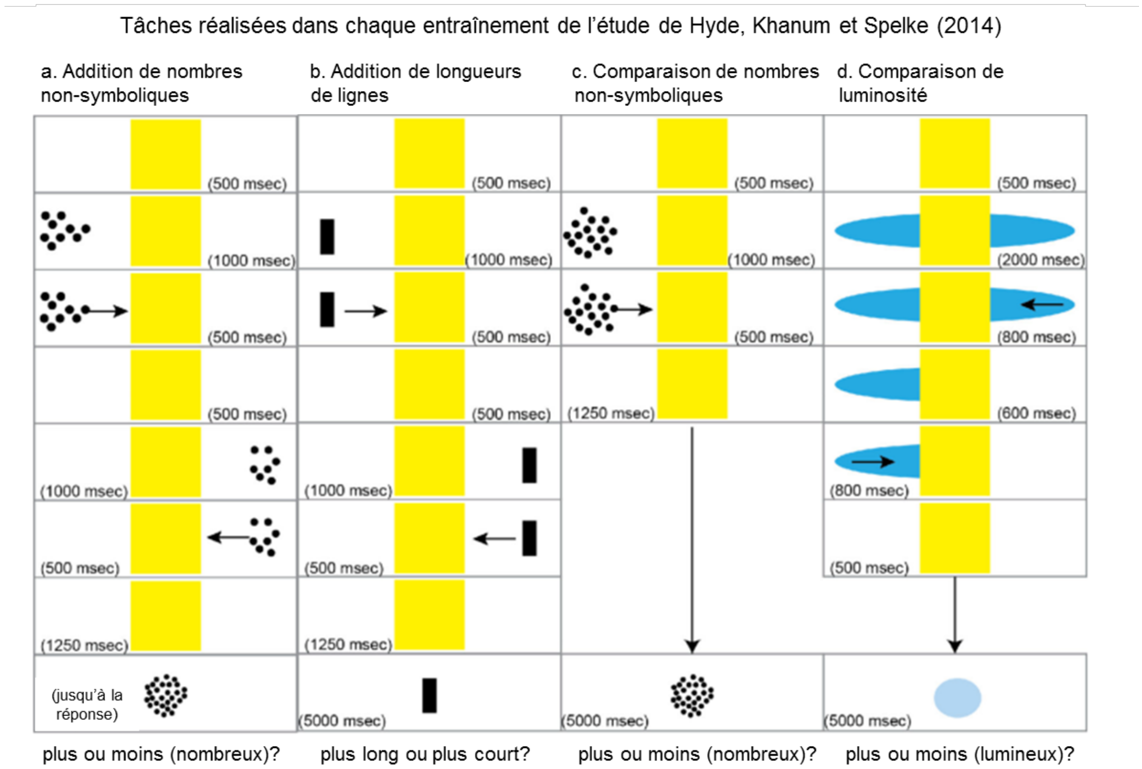


FIGURE 2.5: Illustration des étapes successives composant un essai, dans chacun des quatre entraînements proposés dans l'étude de Hyde, Khanum, et Spelke (2014, sens chronologique : du haut vers le bas). Chaque étape est présentée à l'écran à l'enfant pendant la durée indiquée entre parenthèses. Chaque entraînement se compose de 60 essais (d'après Hyde, Khanum & Spelke, 2014).

Cette étude se composait de deux expériences. Les résultats de la première expérience révèlent que les enfants ayant reçu les entraînements numériques (i.e., addition et comparaison de nombres non symboliques) ont été plus rapides que les enfants ayant reçu les entraînements non-numériques pour résoudre les additions. Dans l'expérience 2, les auteurs ont voulu savoir si l'effet des entraînements numériques sur la vitesse de résolution de calculs additifs n'était pas dû à un engagement cognitif général plus important provoqué par ces entraînements. En effet, il est possible que les entraînements numériques aient conduit à plus mobiliser les enfants cognitivement que les deux entraînements non-numériques, notamment parce que ces derniers étant plus éloignés des préoccupations scolaires habituelles. Les auteurs ont donc utilisé une autre mesure non-numérique, en plus de la tâche d'arithmétique symbolique : une tâche de complétion de phrases. Dans l'expérience 2, les enfants étaient répartis dans deux groupes d'entraînement : « Addition de nombres non symboliques » et «Comparaison de luminosité ». D'après les résultats (Figure 2.6), les enfants du groupe « Addition de nombres non symboliques » ne sont pas plus rapides pour résoudre des additions, ni pour compléter des phrases que les enfants du groupe « Comparaison de luminosité ». En revanche, un résultat intéressant est observé lorsque l'on compare les pourcentages de réponses correctes dans la tâche d'arithmétique et dans la tâche de complétion de phrases des deux groupes. Alors que les deux groupes ont des performances équivalentes dans la tâche de complétion de phrases, le groupe « Addition de nombres non symboliques », avec presque 80% de réponses correctes, surpasse le groupe « Comparaison de luminosité », ayant un peu plus de 60% de réponses correctes dans la tâched'arithmétique. Les auteurs concluent de ces résultats que la pratique brève des capacités numériques approximatives non symboliques peut améliorer les performances des enfants dans des exercices d'additions symboliques exactes réalisés juste après. Les diverses interprétations possibles de ces résultats seront abordées dans le chapitre 3.

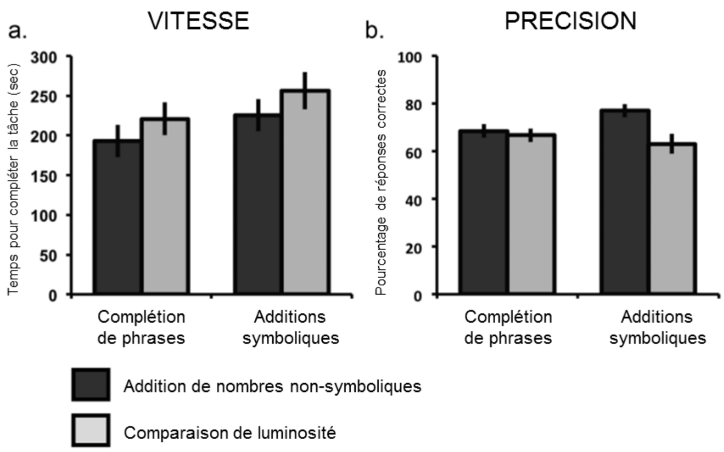


FIGURE 2.6: Performances moyennes des enfants des groupes « Addition de nombres non symboliques » et « Comparaison de luminosité » en complétion de phrases et en additions symboliques, dans l'expérience 2. (a) Temps moyen pour compléter chaque tâche (en secondes). (b) Précision moyenne pour chaque tâche (en pourcentage de réponses correctes, d'après Hyde, Khanum, & Spelke, 2014).

Entraîner les capacités numériques de « mapping »

Les interventions proposant d'entraîner la capacité des enfants à associer les nombres symboliques et leur grandeur analogique, aussi appelé capacité de « mapping », sont les plus nombreuses. Siegler et ses collègues ont notamment développé un jeu numérique linéaire, appelé « The Great Race » (i.e., « La Grande Course »), qui s'est montré efficace pour améliorer la précision des enfants entre 4 et 6 ans dans la tâche d'estimation sur ligne numérique, tâche dite de « mapping » (Ramani & Siegler, 2008, 2011 ; Ramani, Siegler, & Hitti, 2012). Le jeu numérique linéaire a d'abord été testé en montrant qu'il était plus efficace qu'un jeu linéaire coloré (ce dernier pouvant être considéré comme une sorte d'entraînement placebo). L'intérêt de l'utilisation du jeu numérique linéaire est qu'en plus d'améliorer les capacités de mapping, il permet également de faire très vite progresser les enfants (en 4-5 séances de 15 minutes) dans certaines compétences numériques, comme la connaissance de la chaîne numérique verbale (Ramani et al., 2012) et l'arithmétique (Siegler & Ramani, 2009). Ce jeu a des points communs avec les jeux de plateaux classiques, comme par exemple « Le jeu de l'oie » ou « Serpents et échelles », puisqu'il se compose de cases numérotées et qu'il s'agit de faire avancer son pion à l'aide d'un dé pour être le premier à atteindre la case d'arrivée (Figure 2.7). Cependant, la différence réside dans la forme du plateau et dans la manière de déplacer le pion. « The Great Race », tel qu'il a été imaginé par Siegler et Ramani (2008), est un jeu de plateau de forme linéaire et pour déplacer son pion, l'enfant est invité à dire à voix haute les nombres sur lesquels il passe avec le pion (e.g., si son pion est sur le 3 et qu'il fait 2 avec le dé, il dira « quatre », « cinq »), et non les chiffres indiqués sur le dé. Le choix de la forme linéaire du jeu repose sur l'approche dite de l'« alignement cognitif » (Laski & Siegler, 2014). D'après cette approche, la proximité entre le matériel physique utilisé dans le cadre de la situation d'apprentissage et la forme de la représentation mentale interne des quantités (i.e., la ligne numérique mentale) devrait favoriser l'apprentissage de l'association entre les nombres symboliques et leur grandeur analogique. Siegler et Ramani (2009) ont obtenu des résultats allant dans le sens de cette hypothèse en montrant que le jeu était plus efficace lorsque le plateau était linéaire que lorsqu'il était circulaire (valable pour le sens horaire et le sens antihoraire). De plus, avec des enfants de 5-6 ans ($n = 42$), Laski et Siegler (2014), en utilisant un plateau de jeu plus grand, numéroté de 1 à 100, ont montré que jouer, en disant à voix haute les nombres sur lesquels passe le pion, permettait un encodage plus efficace de la relation entre les nombres symboliques et leur grandeur analogique (i.e., distance parcourue depuis la case départ) que de jouer en disant les nombres indiqués par le dé.

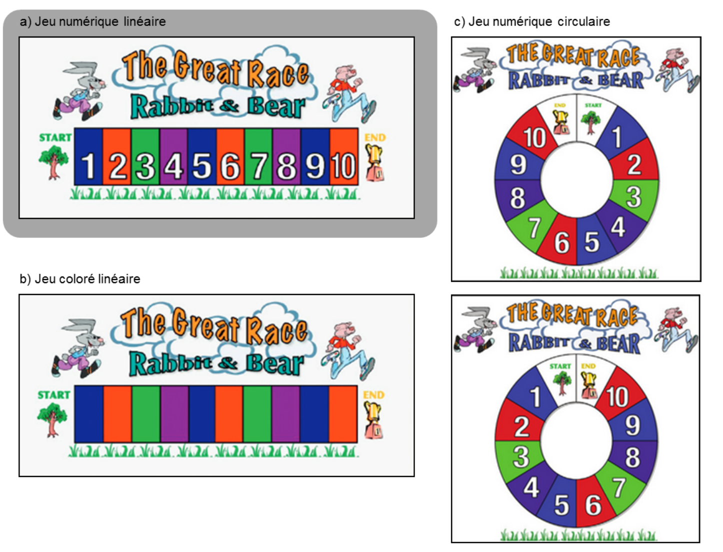


FIGURE 2.7: Les différentes versions du jeu « The Great Race » utilisées pour tester l'efficacité du (a) jeu numérique linéaire sur les capacités de « mapping » des enfants. (b) Le jeu coloré linéaire et (c) le jeu numérique circulaire ont été utilisés en entraînements contrôles, afin de tester respectivement l'importance de l'utilisation des nombres symboliques dans le jeu et l'importance de la forme linéaire du jeu (d'après Ramani & Siegler, 2015).

L'efficacité du jeu numérique linéaire sur l'amélioration des capacités de mapping, mesurées avec la tâche d'estimation sur ligne numérique, a été répliquée par d'autres auteurs (Whyte & Bull, 2008), auprès d'enfants de 3 ans (n= 45). Ces auteurs, en plus de la condition jeu numérique linéaire et jeu numérique coloré, ont proposé une troisième condition, jeu numérique non-linéaire. Dans ce jeu, il s'agissait d'abord de choisir parmi deux cartes, celle présentant la plus grande quantité d'objets, puis de vérifier la réponse proposée en retournant les deux cartes pour dévoiler le nombre symbolique correspondant à chaque numérosité (lorsque les nombres symbolique étaient inconnus des enfants, l'expérimentateur validait ou corrigeait la réponse donnée). Les résultats montrent que les enfants des groupes jeu numérique linéaire et jeu numérique non-linéaire, contrairement à ceux du groupe jeu coloré linéaire ont amélioré leurs performances de mapping, lorsque celles-ci sont mesurées avec une tâche de comparaison de nombres symboliques (i.e., choisir le nombre le plus grand). Ces résultats montrent que la linéarité de l'activité, consistant à associer les nombres symboliques à leur grandeur analogique, n'est pas indispensable pour permettre une amélioration des performances de mapping.

Siegler et Booth (2004) ont fait remarquer que le jeu numérique linéaire permettait à l'enfant de mettre en relation, les nombres écrits en chiffres arabes qu'il voit sur les cases, avec diverses expériences sensorielles liées aux quantités : la distance entre le pion et la case départ (i.e., code analogique : quantité continue), le nombre de mouvements que l'enfant a fait pour déplacer son pion depuis la case départ (i.e., code analogique : quantité discrète), le nombre de noms de nombres qu'il a prononcé et entendu (i.e., code analogique : quantité discrète et code verbal) et la quantité de temps écoulée depuis que le jeu a commencé (i.e., code analogique : quantité continue). Une manière d'interpréter l'effet bénéfique du jeu numérique linéaire sur les capacités de mapping des enfants est de supposer que l'association des nombres symboliques et de leur grandeur analogique est facilitée car elle se fait par un encodage multiple. Cette interprétation est appuyée par les théories de la cognition incarnée (Barsalou, 2008 ; Wilson, 2002) qui récemment ont été appliquées au domaine de la cognition numérique (voir Encadré 2.1). Tandis que l'effet bénéfique d'un encodage multisensoriel a été exploité dans d'autres apprentissages non-numériques tels que la lecture (Bara, Gentaz, Colé, & Sprenger-Charolles, 2004), l'écriture de chiffres et de lettres (Gimbert, Gentaz, & Mazens, 2013 ; Palluel-Germain et al., 2007) ou encore la reconnaissance de figures géométriques (Kalénine, Pinet, & Gentaz, 2011 ; Prigge, 1978), encore peu d'études se sont penchées sur l'utilisation d'entraînements multisensoriels pour améliorer les apprentissages numériques (voir Gimbert et al., 2013, en Annexe E)

Encadré 2.1: Une représentation incarnée des nombres

L'hypothèse défendue par la théorie d'une cognition incarnée est que nos représentations mentales sont ancrées dans nos expériences sensori-motrices antérieures et donc étroitement reliées aux systèmes perceptifs et moteurs (Barsalou, 2008). Les expériences perceptives et motrices que nous vivons pendant le traitement d'un concept donné sont liées à ce concept pendant l'encodage et peuvent être « simulées » pendant le rappel de ce concept. Les « simulations » sont une sorte de réactivation des expériences vécues et apprises antérieurement. Elles peuvent faciliter le traitement d'un concept (Borghi et al., 2007 ; Kalénine, Bonthoux, & Borghi, 2009) et aider au développement conceptuel.

Les auteurs défendant une vision incarnée de la représentation des nombres (pour revue, voir Lindemann & Fischer, 2015), suggèrent l'existence d'une association entre les expériences corporelles et les nombres. Ils supposent notamment que lors de l'activation de la grandeur analogique liée à un nombre, par exemple le chiffre arabe 4, nous accédions aux expériences sensorielles et motrices antérieures que nous avons vécues avec cette grandeur. Il peut par exemple s'agir de la distance parcourue sur un plateau de jeu jusqu'à la case 4, de la « constellation 4 » du dé, du mot-nombre « quatre », de 4 sons, ou encore de l'image mentale d'une main avec 4 doigts relevés, liée aux expériences antérieures de comptage avec les doigts (Domahs, Krinzinger, & Willmes, 2008 ; Domahs, Moeller, Huber, Willmes, & Nuerk, 2010 ; Klein, Moeller, Willmes, Nuerk, & Domahs, 2011). En effet, en observant les erreurs réalisées par des enfants entre 6 et 8 ans lorsqu'ils réalisaient des additions et des soustractions mentalement, des chercheurs ont montré que certaines d'entre-elles étaient plus fréquentes que d'autres. Il s'agissait en fait des réponses erronées différant de plus ou moins 5 par rapport à la réponse correcte (Domahs et al., 2008). Ces auteurs ont interprété ce résultat en suggérant que ces erreurs seraient dues à des échecs pour garder mentalement « l'image d'une main » pendant la procédure de calcul. Ils supposent donc que les enfants utilisent temporairement l'image mentale de la main pour réaliser des calculs dont ils ne connaissent pas la réponse par cœur.

Etudier la relation entre l'action sensori-motrice et la grandeur des nombres intéresse de plus en plus les chercheurs. Dans une expérience chez l'adulte (Shaki & Fischer, 2014), il était demandé à des participants en train de marcher, de générer aléatoirement un nombre entre 1 et 9 à chaque pas réalisé et de changer de direction en tournant à droite ou à gauche quand ils le souhaitaient. Les résultats ont montré que la décision de la nouvelle direction choisie était influencée par la grandeur des nombres prononcés avant de tourner : avant de tourner à droite les nombres prononcés étaient en moyenne plus grands que les nombres prononcés avant de tourner à gauche. Dans une seconde expérience de ces mêmes auteurs, lorsqu'on disait explicitement aux participants qu'ils devaient tourner à droite ou à gauche, tout en prononçant aléatoirement un nombre, les nombres prononcés après avoir tourné à gauche étaient en moyenne plus petits ($ET = 3.29$) que ceux prononcés après avoir tourné à droite ($ET = 5.10$, Shaki & Fischer, 2014). Ainsi, cette étude met en évidence l'existence d'une influence bidirectionnelle entre l'action sensori-motrice et la grandeur des nombres.

De nombreuses interventions, basées sur les mêmes principes que le jeu numérique linéaire, ont été proposées par la suite, en exploitant des outils issus des technologies de l'information et de la communication (e.g., ordinateur, tablette tactile, tableau interactif), et même parfois des techniques non-invasives de stimulation cérébrale (voir Encadré 2.2). Beaucoup de jeux informatisés utilisant la ligne numérique ont été créés (pour revue, voir Moeller, Fischer, Nuerk, & Cress, 2015), comme par exemple l'Estimateur (Vilette, 2009, téléchargeable sur le site `http://python.espe-bretagne.fr/ace/`). Certaines interventions ont développé l'idée d'un codage multiple de l'association des nombres symboliques et de leur grandeur analogique, en proposant de mettre tout le corps en action. Grâce à l'utilisation d'une console de jeu (i.e., Xbox avec les capteurs Kinect) ou d'un Tableau Blanc Interactif (TBI), des jeux de déplacements corporels latéraux dans l'espace ont été proposés pour comparer des grandeurs de nombres symboliques (Fischer, Moeller, Bientzle, Cress, & Nuerk, 2011 ; Link, Moeller, Huber, Fischer, & Nuerk, 2013) ou positionner des nombres sur une ligne numérique bornée (Fischer, Moeller, Huber, Cress, & Nuerk, 2015).

Dans l'expérience de Fischer et ses collègues (2015), les auteurs ont comparé l'effet de trois interventions différentes afin de déterminer l'efficacité des déplacements corporels latéraux lors de l'estimation de la position de nombres sur une ligne numérique bornée de 0 à 100 (voir Figure 2.8) : un entraînement de placement de nombres sur ligne numérique avec déplacements corporels avec le TBI (condition expérimentale), un entraînement de placement de nombres sur ligne numérique sur tablette (condition contrôle 1) et un entraînement avec le TBI de discrimination de couleurs (condition contrôle 2), contenant des nombres sans importance, répartis aléatoirement dans l'espace du tableau. Ce dernier entraînement était utilisé pour contrôler un possible effet motivationnel lié à l'utilisation du TBI. Dans les trois entraînements, des enfants de 7 ans ($n = 27$) recevaient un retour sur les réponses qu'ils proposaient. Les résultats montrent une amélioration significative des performances des enfants entre le pré-test et le post-test, dans la tâche d'estimation sur ligne numérique dans les deux groupes ayant reçu l'entraînement de placement de nombres sur ligne numérique, avec une amélioration plus importante dans la condition avec déplacement corporel (TBI). De plus, les enfants de la condition expérimentale ont progressé en additions, comparaison de nombres symboliques et compréhension de la valeur positionnelle des chiffres, tandis que les enfants de la condition contrôle 1 ne progressent pas en additions et que les enfants de la condition contrôle 2 ne progressent dans aucune de ces compétences.

Encadré 2.2: Stimulation cérébrale et entraînements cognitifs numériques

Des études ont montré que l'utilisation de la stimulation électrique transcrânienne (TES) pendant des entraînements cognitifs pouvait avoir des effets bénéfiques sur les apprentissages. La TES est une technique non-invasive de stimulation cérébrale, consistant à délivrer de faibles courants électriques (e.g., 1-2 mA) par des électrodes placées sur le scalp, à proximité de la zone cérébrale d'intérêt. Lorsque le courant est appliqué, il traverse le scalp, la boîte crânienne et modifie l'activité neurale spontanée de la zone visée (Cohen Kadosh, Dowker, Heine, Kaufmann, & Kucian, 2013). Les résultats obtenus à partir de cette technique offrent de nouvelles possibilités, aussi bien pour le traitement des déficits observés dans différents domaines (pour revue, voir Krause & Kadosh, 2013) tels que l'attention, la mémoire de travail, le langage, et la numératie (i.e., les compétences numériques), que pour l'amélioration de ces capacités dans le cadre des apprentissages.

Chez l'adulte, dans le domaine des apprentissages numériques, il a été montré que la TES pouvait favoriser l'acquisition de l'automaticité de l'accès à la grandeur analogique à partir de la présentation de symboles, ainsi que les performances des participants dans une tâche d'estimation sur ligne numérique (Kadosh, Soskic, Iuculano, Kanai, & Walsh, 2010). Dans cette étude, les participants devaient apprendre à associer des symboles inconnus, inventés pour l'étude, à des grandeurs analogiques lors de 6 séances d'entraînement. Pour cela, ils devaient choisir parmi deux symboles, celui qu'ils pensaient être associé à la grandeur la plus importante et un retour sur leurs réponses leur était donné. Dès le début de l'entraînement, et pendant une durée de 20 minutes, un premier groupe de participants recevait une stimulation cérébrale, appliquée sur les lobes pariétaux, tandis qu'une stimulation fictive était appliquée aux participants du second groupe. Les résultats montrent que les participants du groupe ayant reçu la stimulation cérébrale pendant les entraînements, présentaient un plus grand effet de congruence dans une tâche de stroop (voir descriptif de cette tâche partie 1.1.3) que les participants du groupe n'ayant pas reçu de stimulation, signifiant qu'ils avaient acquis une plus grande automaticité dans l'association entre symboles et grandeurs analogiques. De même, une différence entre les deux groupes est également observée concernant leurs précisions dans une tâche d'estimation de la position de symboles sur une ligne bornée, suggérant que les participants stimulés ont acquis de meilleures capacités de mapping que les participants non stimulés. De plus, ces effets sont assez durables dans le temps puisqu'ils étaient encore observables 6 mois après que les participants aient reçu les entraînements. Looi et Kadosh (2016) recensent ainsi une dizaine d'études combinant la TES et des entraînements numériques dans le but d'améliorer les performances numériques chez des participants adultes : entraînements en arithmétique, au placement de fractions sur une ligne numérique, à la discrimination de nombres non symboliques.

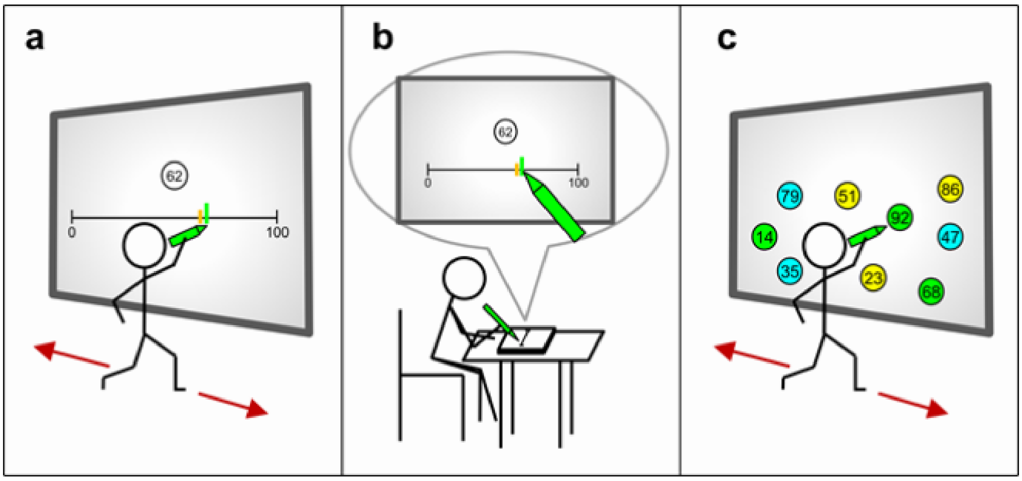


FIGURE 2.8: Les trois conditions d'entraînement proposées dans l'expérience de Fischer, Moeller, Huber, Cress et Nuerk (2015). (a) Condition expérimentale : entraînement de placement de nombres avec déplacements corporels avec le tableau blanc interactif. (b) Condition contrôle, exercice identique : entraînement de placement de nombres avec la tablette. (c) Condition contrôle, média identique : entraînement de discrimination de couleurs (ex : « repérer tous les ronds jaunes ») avec le tableau blanc interactif (d'après Fischer, Moeller, Huber, Cress, & Nuerk, 2015).

Il est intéressant de remarquer que les entraînements basés sur l'utilisation du principe de la ligne numérique permettent aux enfants non seulement d'associer les nombres symboliques avec leur grandeur analogique, mais aussi d'associer nombre et espace. Très peu d'entraînements, consistant à associer seulement les nombres symboliques avec leur grandeur analogique ont été proposés. Chez l'adulte, des études anciennes suggèrent qu'il est possible d'améliorer les performances des participants dans une tâche d'estimation par perception en leur donnant un retour sur leurs réponses (Krueger, 1984 ; Minturn & Reese, 1951). Rappelons que la tâche d'estimation par perception consiste à associer, à un ensemble de points (i.e., numérosité), un mot-nombre (i.e., nombre symbolique) qui semble approximativement correspondre à cette numérosité. Cette tâche est donc une tâche de mapping. Le retour donné aux participants dans cette tâche semblait leur permettre d'ajuster leurs réponses pour être plus précis dans leurs estimations. Plus récemment, Izard et Dehaene (2008) ont montré, toujours chez des adultes, que dans une tâche d'estimation par perception, l'association faite entre les numérosités et les nombres symboliques pouvait être calibrée en présentant aux participants une « association repère » entre un nombre symbolique et un ensemble de points. Il était dit à tous les participants que l'ensemble de points repère contenait 30 points avant la tâche d'estimation. Cependant, en réalité, un groupe voyait un ensemble de 25 points, un autre groupe un ensemble de 30 points et le troisième groupe un ensemble de 39 points. Les résultats montrent que les participants des trois groupes adaptaient leurs réponses en fonction de l'information donnée. Cet effet a été reproduit chez l'adulte (e.g, Sullivan & Barner, 2013) et chez l'enfant entre 5 et 7 ans (e.g., Sullivan & Barner, 2014 ; Lipton & Spelke, 2005), mais jamais dans un but d'apprentissage.

Ce procédé dit de « calibration » pourrait donc être exploité chez l'enfant pour tenter d'améliorer ses capacités de mapping. A notre connaissance, cette hypothèse n'a été testée directement que dans une seule étude, auprès d'enfants de 11 ans, présentant ($n = 24$) ou non ($n = 30$) une dyscalculie développementale (i.e., troubles des apprentissages numériques ; Cañizares & Crespo, 2011). Cependant, dans cette étude, les conditions « sans calibration » et « avec calibration » ne différaient pas seulement par la présence ou non d'une association référente présentée avant la tâche d'estimation. En effet, alors que dans la condition « sans calibration », les enfants avaient la possibilité de donner librement leur réponse, dans la condition « avec calibration », les réponses possibles étaient restreintes aux nombres de 1 à 10, puis seulement aux dizaines, 20, 30, 40, etc. Le résultat obtenu est que contrairement aux enfants à développement typique, les enfants présentant une dyscalculie développementale n'étaient pas plus précis dans la condition « avec calibration » que dans la condition « sans calibration ». Cependant, il serait peu prudent d'interpréter les meilleures performances des enfants à développement typique comme résultant nécessairement de l'effet de la présentation de l'association repère. Il est possible que le fait d'avoir restreint les réponses aux dizaines pour les nombres au-delà de 10 dans la condition « avec calibration » ait permis aux enfants de donner des réponses plus proches de la réponse exacte (d'autant plus que les numérosités présentées étaient comprises entre 10 et 100 avec un incrément de 5, ce qui donne 10, 15, 20, etc.). D'autres études sont nécessaires pour déterminer s'il est possible d'utiliser le procédé de calibration pour améliorer les capacités de mapping des enfants, ainsi que pour tester la durabilité de cet effet.

2.4 Points clés du chapitre 2

- Les compétences numériques exactes regroupent les capacités et connaissances numériques ayant fait l'objet d'un apprentissage explicite et permettant de manipuler des numérosités exactes via l'utilisation de nombres symboliques.
- Les prédicteurs cognitifs généraux influents dans les apprentissages numériques exacts sont principalement les capacités langagières, de raisonnement et de mémoire de travail.
- Les prédicteurs numériques influents dans les apprentissages numériques exacts sont principalement la précision du SAN, les connaissances symboliques et les capacités de mapping.
- La relation entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes semble médiatisée par les capacités de mapping chez les enfants les plus jeunes.
- Une étude chez l'enfant (Hyde et al., 2014) a montré qu'entraîner les capacités du SAN conduisait à une amélioration des performances dans une épreuve d'arithmétique réalisée juste après.
- Des études chez l'enfant (e.g., Moeller et al., 2015 ; Ramani & Siegler, 2011) ont montré qu'entraîner les capacités de mapping via un jeu de déplacement sur ligne numérique permettait d'améliorer leurs compétences numériques.
- Le processus de calibration permet de modifier les capacités de mapping chez des adultes (Izard & Dehaene, 2008 ; Sullivan & Barner, 2013) et chez des enfants (Sullivan & Barner, 2014). Il n'a jamais été utilisé dans le but d'améliorer ces capacités de mapping.

Chapitre 3

Le système approximatif du nombre et son implication dans les apprentissages numériques

3.1 Le système approximatif du nombre

Comme il a été évoqué dans le chapitre 1, il est communément admis que l'homme dispose dès la naissance, d'une intuition sur les nombres, appelée « sens du nombre » (Butterworth, 2000 ; Dehaene, 2010 ; Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004 ; Gallistel & Gelman, 1992). Rappelons que ce sens du nombre implique deux systèmes différents : un système pour représenter les grandes numérosités (i.e., > 4) de manière approximative, appelé « système approximatif du nombre » et un système pour représenter les petites numérosités de manière exacte, appelé « système des petits ensembles » (Feigenson et al., 2004). Dans ce chapitre 3, notre attention sera portée tout particulièrement au système des grandes numérosités, le système approximatif du nombre (SAN). Depuis une vingtaine d'années (Dehaene, 2010), le SAN intéresse de plus en plus les chercheurs, en particulier depuis qu'une étude a montré que sa précision mesurée chez des adolescents de 14 ans corrélait avec leurs performances à un test de mathématiques général mesurées quelques années plus tôt (cf. Chapitre 2, Halberda et al., 2008). Cette étude a soulevé de nombreuses questions de la part des chercheurs qui ont d'abord cherché à répliquer ce résultat et qui désormais tentent d'expliquer cette relation. Une des questions fondamentales concerne le rôle que pourrait jouer (ou ne pas jouer) la précision du SAN des enfants dans leurs apprentissages numériques. Un état des lieux des connaissances actuelles sur le SAN sera d'abord présenté dans cette partie. Puis, la relation qu'entretient la précision du SAN avec les compétences numériques exactes sera abordée à travers les points de vue de différents auteurs.

3.1.1 Un système vu comme « ancestral »

Dans les études réalisées chez l'adulte, l'enfant et le nourrisson, le SAN est généralement décrit comme un système permettant de représenter les grandes numérosités de manière approximative, plus généralement de représenter les grandeurs dans un format analogique. La manière la plus simple de mettre en évidence les capacités reposant sur ce système est d'observer les performances des individus dans une tâche de discrimination de deux collections d'objets (i.e., deux nombres non symboliques > 4). L'observation d'animaux non-humains, comme les poissons, les oiseaux, les rongeurs et les primates (pour une revue, voir Geary, Berch, & Koepke, 2014a), dans des tâches de discrimination de numérosités, a mis en évidence un effet de distance et un effet de taille sur leurs performances. Rappelons que l'effet de distance est une augmentation des performances de discrimination à mesure que l'écart entre les deux numérosités à comparer augmente, tandis que l'effet de taille signifie que pour un même écart entre les deux numérosités, les performances de discrimination diminuent lorsque la taille des numérosités augmente. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, ces deux effets sont aussi observés chez l'humain. Les performances de discrimination de deux numérosités des animaux non-humains, dépendent donc, comme celles des humains, du rapport entre les deux numérosités à comparer (e.g., rapport limite de 10 :9 chez l'adulte humain en moyenne). On dit qu'elles obéissent à la loi de Weber-Fechner, s'appliquant également à la comparaison de toute grandeur physique (Dehaene, 2001). L'observation de ces similarités dans le traitement des grandes numérosités chez l'animal non humain et humain peut être interprétée de deux manières différentes. La première consiste à penser que différentes espèces animales possèdent des systèmes distincts pour traiter les grandes numérosités et que ces différents systèmes ont un fonctionnement similaire, similaire également à celui du SAN qui serait ainsi vu comme un système uniquement humain (hypothèse d'une homoplasie). La seconde hypothèse, dominante dans la littérature, postule que le SAN serait un système issu de notre héritage évolutif. Selon cette hypothèse (hypothèse d'une homologie), le SAN serait apparu chez un ancêtre commun très ancien et l'avantage évolutif qu'il constitue expliquerait pourquoi il aurait subsisté jusqu'à l'espèce humaine. Bien qu'il ne soit pas encore possible de trancher entre ces deux hypothèses, de nombreux chercheurs défendent la seconde en mettant en évidence les avantages évolutifs qu'aurait pu permettre le SAN (mais sans pouvoir la tester expérimentalement).

Une capacité présente un avantage évolutif lorsqu'elle permet à une espèce d'améliorer ses chances de survie, de trouver un partenaire et d'assurer sa descendance (Darwin, 1859 ; cité par Geary, Berch, & Koepke, 2014b, p. 336). Tout d'abord, rester en vie implique de trouver de la nourriture et de ne pas soi-même devenir la nourriture d'un prédateur. Etre capable de choisir l'endroit « où il y a la plus grande numérosité » permet d'optimiser sa quête de nourriture mais aussi de s'assurer une meilleure protection face aux prédateurs, comme le font par exemple naturellement les poissons se déplaçant en banc (Agrillo, Petrazzini, & Bisazza, 2014), en se réfugiant toujours spontanément vers le groupe de congénères le plus nombreux. C'est d'ailleurs cette tendance spontanée à se diriger vers « le plus » qui a permis aux chercheurs d'étudier les capacités numériques des animaux non-humains. Il a également été supposé qu'être capable de différencier des grandeurs pourrait avoir une influence dans le choix d'un partenaire, comme par exemple chez les cerfs : choisir préférentiellement le partenaire avec les plus grands bois ou bien avec le cri le plus long (Bartoš & Bahbouh, 2006 ; McComb, 1991, cités par Geary et al., 2014b). Cependant ces résultats, comme le soulignent parfois les auteurs de ces études, sont issus de l'observation des animaux en milieu naturel, donc très peu contrôlés, de telle sorte que d'autres explications, non basées sur la capacité de discrimination de grandeurs, pourraient être apportées pour expliquer ces choix (e.g., le succès au combat, pouvant dépendre à la fois de la taille des bois et du caractère impressionnant du cri).

Afin d'étayer plus rigoureusement l'hypothèse selon laquelle les oiseaux, les poissons et les mammifères possèderaient tous le même système « ancestral » leur permettant d'avoir une représentation approximative des grandes numérosités, certains auteurs ont cherché à déterminer si cette capacité reposait sur un substrat neuronal similaire chez l'humain et chez l'animal non-humain. Chez l'humain, les régions cérébrales privilégiées répondant à la présentation de numérosités se situent principalement dans le lobe pariétal et dans le lobe frontal (pour une méta-analyse, voir Arsalidou & Taylor, 2011). La région considérée comme cruciale dans le traitement de la grandeur des nombres est le sillon intra-pariétal, situé dans le lobe pariétal (e.g., Ansari, 2008 ; Dehaene, 2001). Pour déterminer si les mêmes zones étaient impliquées dans le traitement des numérosités chez le singe, des chercheurs ont enregistré l'activité neuronale des aires cérébrales (technique de l'électroencéphalographie intracrânienne) équivalentes chez des singes macaques pendant qu'ils réalisaient une tâche numérique (Nieder, Freedman, & Miller, 2002 ; Nieder & Miller, 2004). Avant les expériences, les singes avaient été entraînés à juger si deux ensembles de points, présentés successivement représentaient la même numérosité ou non (numérosité comprise entre 1 et 5). Les résultats de ces études ont permis une grande avancée dans la compréhension du traitement de la numérosité. En effet, Nieder et ses collègues ont observé que certains groupes de neurones, situés dans le lobe préfrontal et dans le sillon intra-pariétal des singes, répondaient préférentiellement à une numérosité en particulier. De plus, une numérosité donnée (e.g., 3) ne provoquait pas seulement une réponse importante des neurones qui lui étaient particulièrement associés, mais également une réponse, plus modérée, des neurones associés aux numérosités voisines (e.g., 1 et 4). En fait, plus une numérosité A était éloignée de la numérosité cible B, plus les neurones associés à A produisaient une réponse faible. La réaction de ces neurones rappelle l'effet de distance observé sur les performances des individus dans une tâche de comparaison de deux numérosités et a d'ailleurs permis de proposer des interprétations plus fines de ces résultats comportementaux (voir Figure 3.2). Une autre étude menée par la suite, avec de plus grandes numérosités, a permis de répliquer ces observations et de les étendre aux numérosités jusqu'à 30 (Nieder & Merten, 2007). Ces résultats ont été également observés avec des singes non-entrainés au préalable en discrimination de numérosités (Viswanathan & Nieder, 2013). Les auteurs ont aussi constaté que les neurones situés dans le sillon intra-pariétal répondaient plus rapidement (i.e., d'environ 50 ms) que ceux situés dans le cortex préfrontal. Ils ont interprété ce résultat en suggérant que les neurones du sillon intra-pariétal seraient la source primaire dans le traitement des numérosités, et que le cortex préfrontal n'interviendrait qu'en second lieu, certainement pour enregistrer l'information et la maintenir en mémoire (Dehaene, 2010). Tout comme chez l'humain, le sillon intra-pariétal chez le singe apparaît être la zone cérébrale fondamentale dans le traitement des numérosités, confortant l'idée d'une homologie entre les primates non humains et humains.

3.1.2 Quelle place dans le triple code ?

L'expression « système approximatif du nombre » (Halberda et al., 2008) est apparue bien après l'élaboration du modèle du Triple Code (Dehaene, 1992). Cependant, il semble évident que le système approximatif du nombre et le code des quantités partagent beaucoup de points communs. Nous allons tenter de faire le lien entre ces deux expressions et de comprendre leurs différences, s'il y en a. Cette comparaison reposera donc sur notre propre interprétation. En premier lieu, une définition du SAN sera proposée, rendant compte des diverses définitions données par les chercheurs étudiant ce système. Le SAN a initialement été décrit comme un système ancien, partagé par les adultes, les nourrissons et les animaux non-humains, permettant de représenter le nombre approximatif d'éléments visuels ou auditifs formant un ensemble. Le SAN produirait aussi « des représentations numériques dont l'imprécision augmente linéairement avec la taille de l'ensemble à traiter » (Halberda et al., 2008). De Smedt et ses collègues ont proposé une définition un peu différente. Selon, eux, le SAN est « un système qui permet aux individus de représenter et de traiter l'information de grandeur numérique » (De Smedt et al., 2013, p.49). Piazza et ses collègues ont ajouté que le SAN est « un système dans le cortex pariétal » associé à des « compétences numériques basiques, incluant la capacité à estimer et à combiner mentalement les nombres approximatifs d'objets contenus dans des ensembles » (Piazza, Pica, Izard, Spelke, & Dehaene, 2013, p.2). Plus récemment, Libertus a écrit que « le SAN représente les nombres de manière bruitée et de façon continue le long d'une ligne numérique mentale » (Libertus, 2015, p. 112), ce qui est proche de la définition qu'en a donné

Siegler : « représentations internes des grandeurs numériques, logarithmiquement espacées, approximatives, amodales » (Siegler, 2016, p.345). Le SAN est donc décrit à la fois comme un système de traitement de l'information et comme un système de représentation des grandeurs numériques. Cette représentation est approximative, et son imprécision augmente avec la taille de la grandeur numérique représentée. Le SAN est un système situé dans le cortex pariétal et il permettrait d'appréhender et de manipuler approximativement les nombres quel que soit leur format initial (i.e., il est supposé amodal).

Avec le modèle du triple code, Dehaene et ses collègues considèrent que les capacités à comparer et à appréhender approximativement des quantités reposent sur un système ou un code qu'ils ont nommé à l'aide de différentes expressions, au fur et à mesure des publications : « code analogique des grandeurs » (Dehaene, 1992), « représentation de la grandeur » (Dehaene & Cohen, 1995), « système des quantités » (Dehaene et al., 2003), ou encore « organe spécialisé dans la perception et la représentation mentale des quantités numériques » (Dehaene, 2010, p.97). Ces diverses expressions soulignent le statut particulier de ce « code » dans le modèle du triple code. Il serait à la fois un système capable d'extraire l'information numérique d'un stimulus et un système porteur de la représentation mentale des quantités numériques. L'utilisation des termes « code analogique des grandeurs » ou « système des quantités » peut laisser supposer que ce système traiterait toutes sortes de quantités, à la fois les « quantités discrètes » (i.e., les numérosités), et les quantités continues (e.g., les longueurs, distances, durées, etc.). Cependant, l'expression « perception des quantités numériques » suggèrerait plutôt que ce système serait dédié particulièrement au traitement des numérosités. Il ne sera donc pas possible de trancher sur ce point et nous verrons que déterminer si le traitement des numérosités repose sur un système spécialisé, dédié au traitement des nombres ou sur un système plus général, permettant le traitement de plusieurs grandeurs, est une question encore non résolue.

Le SAN peut donc être rapproché de l'expression « organe spécialisé dans la perception et la représentation des quantités numériques », utilisée pour décrire le code des quantités dans le modèle du Triple code. La seule différence que nous voyons entre le SAN et le système des quantités du Triple Code réside sur le fait que contrairement au SAN, il ne soit pas établi avec certitude que le système des quantités soit uniquement réservé au traitement des numérosités. A ce propos, certains chercheurs (Posid & Cordes, 2015 ; vanMarle, 2015) préfèrent utiliser l'expression système analogue des grandeurs (« Analog Magnitude System », AMS), plutôt que système approximatif du nombre, justement parce qu'ils considèrent qu'il n'existe pas un système exclusivement consacré aux numérosités, mais un système général permettant de traiter toutes les grandeurs, numériques ou non numériques.

3.1.3 Un système très étudié mais encore mal connu

La place qu'occupe le SAN dans le modèle du triple code soulève des questionnements quant à l'existence du SAN en tant qu'entité spécialisée dans le traitement des numérosités. Le traitement des numérosités repose-t-il sur un système indépendant dédié au traitement des nombres ou bien sur un système plus général mis en jeu dans le traitement de différentes grandeurs numériques et non-numériques ? De plus, la définition initiale du SAN, donnée par Halberda et ses collaborateurs (2008), stipulait que le SAN permettait de représenter le nombre approximatif d'éléments visuels ou auditifs formant un ensemble. Doit-on en déduire que le SAN est un système fonctionnel uniquement via les modalités visuelle et auditive ? Des auteurs ont abordé ces questions et apporté des éléments de réponse qui seront présentés dans les deux parties suivantes.

Un système indépendant, dédié au traitement des nombres ?

Des chercheurs se sont particulièrement intéressés à cette question, notamment depuis la publication par Walsh (2003) de la théorie de la grandeur (« A Theory Of Magnitude », ATOM). Partant du constat que les traitements du temps, de l'espace et du nombre présentent des similarités et que ces trois dimensions sont très souvent associées, cet auteur a proposé qu'un seul système commun intervienne dans leur traitement, et plus généralement dans le traitement de toutes les dimensions qui peuvent être exprimées par les expressions « plus que » ou « moins que » (e.g., vitesse, luminance, densité, masse, aire, etc.). Ce système représenterait approximativement les grandeurs dans un code analogique (Lourenco, 2015). Walsh et ses collègues présentent de nombreux arguments appuyant cette théorie, l'ATOM, issus des études comportementales, neuropsychologiques et des études réalisées grâce à différentes techniques d'imagerie cérébrale.

Ils font remarquer tout d'abord que la perception de la grandeur de toutes ces dimensions obéit à la loi de Weber : la discrimination de deux grandeurs différentes dépend du rapport entre ces deux grandeurs et pas seulement de la distance qui les sépare (pour revue, voir Bueti & Walsh, 2009). Ensuite, ils mettent en évidence des associations spontanées faites par les jeunes enfants entre différentes grandeurs. Ces associations, parfois non pertinentes, reposent sur la règle intuitive « lorsqu'une grandeur A augmente, la grandeur B augmente ». Par exemple, pour deux trains de différentes tailles, le plus long sera jugé comme allant plus vite que le train le plus court, ou encore, dans l'épreuve Piagétienne de conservation du nombre, la rangée la plus longue de jetons est jugée comme contenant le plus de jetons (pour une revue, voir Stavy & Tirosh, 2000). Cette influence de la grandeur d'une dimension sur le jugement de la grandeur d'une seconde dimension a aussi été montrée par des effets d'interférence observés dans une situation dite d'incongruence entre les deux dimensions (i.e., l'une est grande et l'autre est petite). Ainsi, chez l'adulte, l'aire interfère sur les performances en jugement de numérosité et la numérosité interfère sur le jugement d'aire, bien que l'effet soit moindre dans cette direction (Hurewitz, Gelman, & Schnitzer, 2006). Des résultats similaires sont reportés chez l'enfant entre l'espace et le temps (Casasanto, Fotakopoulou, & Boroditsky, 2010), ou entre le nombre et le temps (Droit-Volet, Clément, & Fayol, 2003). Des études auprès de nourrissons ont également suggéré qu'ils associent déjà des distances (Rugani & de Hevia, 2016) et des durées temporelles aux numérosités (pour revue, voir Newcombe, Levine, & Mix, 2015). Le système commun de traitement des grandeurs est donc supposé être opérationnel chez l'enfant et le nourrisson (Lourenco & Longo, 2011).

Un autre argument pouvant appuyer l'ATOM, basé sur des observations comportementales, est la possibilité d'une relation causale entre les différentes dimensions. Montrer qu'améliorer la précision de discrimination d'une grandeur par l'entraînement améliore également la précision de discrimination d'une autre grandeur non-entrainée suggèrerait que les deux dimensions font partie d'un système commun. C'est ce qui a été testé par De Wind et Brannon (2012). Ces auteurs ont entraîné des adultes à discriminer des numérosités en leur fournissant un retour sur leurs performances. Avant et après les entraînements (i.e., pré- et post-tests), ces adultes réalisaient une tâche de comparaison de numérosités, sans aucun retour, et une tâche de comparaison de tailles de lignes. Dans cette dernière tâche, il s'agissait de déterminer la ligne la plus grande parmi les deux présentées sur l'écran. Les résultats ont montré que les participants progressaient en comparaison de numérosités mais que cette amélioration n'était pas transférée aux performances en comparaison de tailles de lignes. Ce résultat ne va pas dans le sens de l'ATOM. Cependant, les performances des participants dans les deux tâches corrélaient au pré-test et au post-test. Les auteurs ont interprété ces données en proposant une version un peu différente de l'ATOM. Ils proposent qu'un unique système de comparaison serait utilisé pour tous les jugements de grandeurs, quelle que soit la dimension mise en jeu, mais que chaque grandeur serait représentée par un sous-système spécifique à chaque dimension. La corrélation observée reflèterait donc la précision du système de comparaison utilisé pour juger deux numérosités et deux tailles de lignes.

En ce qui concerne les arguments neuro-anatomiques, une cooccurrence de déficits liés au traitement de l'espace, de la numérosité et du temps a été observée chez des patients cérébrolésés, suggérant la possibilité d'un substrat cérébral commun à ces différents traitements (pour revue, voir Walsh, 2003). Cependant, les lésions cérébrales en question étaient trop vastes pour déterminer précisément ce potentiel substrat. En utilisant l'IRMf, des études impliquant le traitement de stimuli spatiaux, temporels ou numériques, ont mis en évidence des activations dans le cortex pariétal et dans le cortex frontal (pour revue, voir Bueti & Walsh, 2009). Les résultats révèlent des activations dans des aires cérébrales voisines, mais très peu de recouvrement. De plus, une étude consistant à enregistrer l'activité neuronale dans le cortex pariétal postérieur de singes pendant qu'ils réalisent une tâche d'association de numérosité ou une tâche d'association de longueurs de lignes (Tudusciuc & Nieder, 2007), a mis en évidence l'existence de neurones répondant préférentiellement à une dimension donnée et d'autres répondant aux deux dimensions. Ces résultats suggèrent que le traitement des longueurs et des numérosités impliqueraient donc des corrélats cérébraux communs, mais que le recouvrement serait uniquement partiel.

Actuellement, le traitement des différentes dimensions numériques et non-numériques, telles que la numérosité, le temps, l'espace, etc., est vu comme comportant à la fois des spécificités propres à chaque dimension et des similitudes entre les différentes dimensions. L'existence d'un système commun, mis en jeu lors du traitement de ces dimensions reste donc une hypothèse probable (pour des revues récentes, voir Lourenco, 2015 ; Walsh, 2015). Une hypothèse récente, appelée la « théorie de la clarté du signal » (i.e., « Signal Clarity Theory » ; Cantrell & Smith, 2013) propose une vision développementale alliant à la fois l'ATOM et l'idée d'une spécificité dans le traitement des numérosités. Ces auteurs proposent que les différentes dimensions associées à la numérosité, comme l'espace et le temps, seraient initialement liées et qu'elles se sépareraient progressivement au cours du développement. Une théorie similaire, mais n'incluant que la numérosité et l'espace, avait été proposée par Mix, Huttenlocher, et Levine (2002) une dizaine d'années auparavant, sous le nom d' « hypothèse de la quantité indifférenciée » (i.e., « undifferentiated amound hypothesis »). D'après cette théorie, faisant écho aux observations faites par Piaget, les quantités continues et discrètes seraient initialement traitées de manière indifférenciée. Au départ, la théorie de la clarté du signal a été formulée afin d'apporter une explication plausible aux observations faites chez le nourrisson, concernant ses différences de performance en discrimination de numérosités, en fonction des contrôles utilisés dans la tâche. Elle postule que les capacités de discrimination du nourrisson dépendent de la « clarté du signal » qui lui est présenté, autrement dit de la saillance perceptive de la numérosité. Elle identifie ainsi différents facteurs pouvant améliorer cette clarté : un contraste élevé entre les stimuli et l'arrière-plan, la redondance sensorielle du signal (e.g., visuel et auditif), une invariance des autres dimensions telles que l'aire cumulée, la densité, la taille des points. Ainsi, d'après cette théorie, il n'existerait pas à la naissance un système spécialisé dans le traitement des numérosités, mais ce système se différencierait au cours du développement. Cette vision s'oppose à celle des auteurs qui supposent qu'à la naissance, le nourrisson dispose d'un noyau de capacités numériques, permettant notamment l'approximation des quantités et reposant sur un système spécifique dédié exclusivement au traitement des grandes numérosités (e.g., Feigenson et al., 2004). La question de savoir si le SAN est un système uniquement dédié au traitement des numérosités ou non ne sera pas abordée dans la présente thèse. Nous considérerons donc le SAN comme un système pouvant traiter et représenter différents codes analogiques, dont les numérosités.

Un système uniquement visuel et auditif ?

Le SAN a été principalement étudié par l'intermédiaire de la modalité visuelle. Plusieurs raisons peuvent être évoquées pour expliquer cela. Tout d'abord, les caractéristiques de chaque modalité sensorielle suggèrent qu'il est plus aisé d'étudier la précision du SAN dans la modalité visuelle. En effet, la vision est la modalité sensorielle spécialisée pour percevoir l'espace et les objets. Elle permet une perception efficace, simultanée et rapide d'informations de natures diverses (e.g., numérosité, taille, densité, etc.). La modalité auditive est quant à elle spécialisée pour percevoir des informations séquentielles, c'est une perception dite principalement temporelle. La modalité tactile regroupe deux types de perception. Avec le toucher passif ou cutané, une perception simultanée est possible, mais elle reste très limitée et peu efficace (Heller & Gentaz, 2013). Avec le toucher actif (i.e., sens haptique), en utilisant certaines stratégies exploratoires, comme par exemple le frottement latéral, ou le suivi de contour (Lederman & Klatzky, 1987), la perception est plus efficace mais elle devient plus séquentielle et donc plus lente. Ces caractéristiques font de la perception haptique une perception à la fois spatiale (comme la vision) et temporelle (comme l'audition). Il est plus approprié d'étudier la précision du SAN avec des tâches proposant un traitement simultané de deux ensembles de points (voir partie 3.2.1, c'est pourquoi, la vision en tant que modalité sensorielle permettant une perception simultanée efficace, est le plus souvent utilisée.

Ensuite, dans la majorité des situations de la vie quotidienne pour lesquelles les individus sont amenés à utiliser leurs capacités d'approximation des quantités, le traitement de cette quantité est réalisé via la modalité visuelle. Par exemple, c'est la vision qui est utilisée lorsqu'un poisson choisit de se réfugier dans le banc contenant le plus de ses congénères, lorsqu'un oiseau choisit le tas avec le plus de graines ou lorsqu'un humain choisit la file d'attente avec le moins de personnes. Quelques études se sont cependant intéressées à l'étude du SAN dans d'autres modalités sensorielles et vont être présentées ci-après.

Peu d'études ont observé les capacités d'approximation des quantités des participants avec l'audition seulement, ou avec le toucher seulement. Avec des tâches de comparaison de numérosités auditives, il a été montré que des nourrissons de 6 mois (Lipton & Spelke, 2003) et des adultes (Barth, Kanwisher, & Spelke, 2003 ; Tokita, Ashitani, & Ishiguchi, 2013) pouvaient comparer approximativement des séquences de sons et que leurs performances dépendaient du rapport entre les deux numérosités présentées, signe que le SAN serait impliqué dans ce traitement des quantités. Cependant, aucune étude n'avait proposé à des enfants ou adultes une tâche de comparaison de grandes numérosités mettant en jeu le toucher avant notre étude 2 (Gimbert et al., 2016, voir chapitre 6). Contrairement aux tâches de « comparaison de numérosités » qui ont été l'objet de très peu d'attention avec l'audition et le toucher, les tâches de « jugement de numérosité », ont été largement exploitées avec différentes modalités sensorielles (i.e., vision, audition, toucher). Dans une tâche de jugement de numérosités, il s'agit d'évaluer la numérosité présentée et de lui associer le mot-nombre correspondant. Elle peut être réalisée en temps libre ou en un temps limité, pour s'assurer que les participants ne puissent pas utiliser le dénombrement. Dans ce dernier cas, le subitizing peut être utilisé pour les numérosités entre 1 et 4. Pour ces numérosités, la réponse donnée n'est donc pas une estimation. En revanche, pour les numérosités supérieures à 4, la réponse donnée met bien en jeu les capacités d'estimation. Cette réponse est supposée dépendre en partie des capacités du SAN. En effet, l'évaluation approximative de la numérosité serait réalisée par le SAN, puis les capacités de mapping permettraient ensuite d'associer une étiquette nombre à la numérosité évaluée. Comparées aux tâches de « comparaison de numérosités », les tâches de jugement de numérosités proposent une mesure plus bruitée de la précision du SAN, puisqu'elles mettent en jeu également les capacités de mapping. Cependant, elles peuvent tout de même renseigner sur la capacité du SAN à traiter des informations numériques dont l'entrée sensorielle est différente de la vision. Les chercheurs distinguent deux types de tâches de jugement de numérosité : les tâches spatiales et les tâches temporelles. Dans une tâche spatiale, les stimuli sont présentés simultanément à différents endroits, sur l'écran, dans la pièce, ou sur le corps, en fonction de la modalité sensorielle mise en jeu. Ils sont séparés spatialement. Dans une tâche temporelle, les stimuli sont présentés séquentiellement, c'est-à-dire l'un après l'autre. Ils sont séparés temporellement.

En utilisant une tâche de jugement de numérosités temporelle, des études anciennes (Cheatham & White, 1952, 1954 ; White & Cheatham, 1959) qui s'intéressaient aux limites perceptives dans le traitement visuel, auditif et tactile de numérosités, évoquaient déjà l'existence probable d'un « traitement temporel commun dans le système nerveux central », limitant la perception des entrées sensorielles pour ces trois modalités (Cheatham & Withe, 1959, p. 444). Plus récemment, des chercheurs ont comparé les performances de participants adultes dans des tâches de jugement de numérosité temporelles, en fonction de la modalité sensorielle utilisée (Philippi, van Erp, & Werkhoven, 2008). Les participants devaient rapporter le nombre de stimuli, compris entre 2 et 10, perçus visuellement (série de flash lumineux), auditivement (série de bips), tactilement (série de tapotements appliqués sur l'index) ou multisensoriellement. Dans les conditions de perception multisensorielle, la même numérosité était présentée via deux ou trois modalités sensorielles simultanément (redondance inter-sensorielle). Chaque stimulus était présenté très brièvement (i.e., 10 ms) et la durée entre les stimuli variaient entre 20 ms et 320 ms. Les résultats ont montré que, toutes conditions confondues, plus la numérosité présentée augmentait, plus la variabilité des réponses augmentait, ce qui suggère que l'estimation était utilisée dans cette tâche. De plus, la réponse estimée augmentait bien avec la numérosité présentée, dans toutes les conditions, signe que les participants ne répondaient pas au hasard, mais utilisaient bien leurs capacités d'approximation pour répondre (i.e., le SAN). La comparaison entre les différentes conditions a révélé que le toucher permettait les estimations les plus précises, suivie par l'audition, puis par la vision. De plus, la redondance multisensorielle constitue généralement un avantage et permet d'améliorer les performances des participants : moins de variance dans les réponses et des estimations plus précises.

Des études ont aussi utilisé la tâche de jugement de numérosités spatiale avec des stimuli tactiles (Figure 3.1 ; Ferrand, Riggs, & Castronovo, 2010 ; Gallace, Tan, & Spence, 2007, 2008 ; Plaisier et al., 2009 ; Riggs et al., 2006). Elles ont montré que la perception tactile des grandes numérosités (i.e., supérieures à 3 ou 4) était imprécise, contrairement à la perception exacte des petites numérosités. Même si ces études n'avaient pas pour objectif d'étudier les capacités d'estimation mais celles de subitizing, leurs résultats suggèrent que le SAN pourrait être impliqué dans le jugement des grandes numérosités. Les études s'intéressant à mesurer les capacités d'estimation chez des adultes, suggèrent également que le SAN ne serait pas un système uniquement visuel et auditif (Cordes, Gelman, Gallistel, & Whalen, 2001). Des adultes aveugles ou non, devaient produire la numérosité correspondant à des mot-nombres donnés en produisant approximativement le nombre de syllabes, le nombre d'appuis sur une touche du clavier, ou le nombre de pas correspondant (Castronovo & Delvenne, 2013 ; Castronovo & Seron, 2007). Leurs réponses dans ces trois tâches obéissaient à la loi de Weber, observation appuyant l'idée d'une implication du SAN. De plus, avec des adultes devant estimer des numérosités présentées sous la forme de séquences auditives ou visuelles, une étude réalisée en IRMf, a montré que l'activité cérébrale mesurée pendant les tâches d'estimation était indépendante de la modalité de présentation des stimuli (Piazza, Mechelli, Price, & Butterworth, 2006).

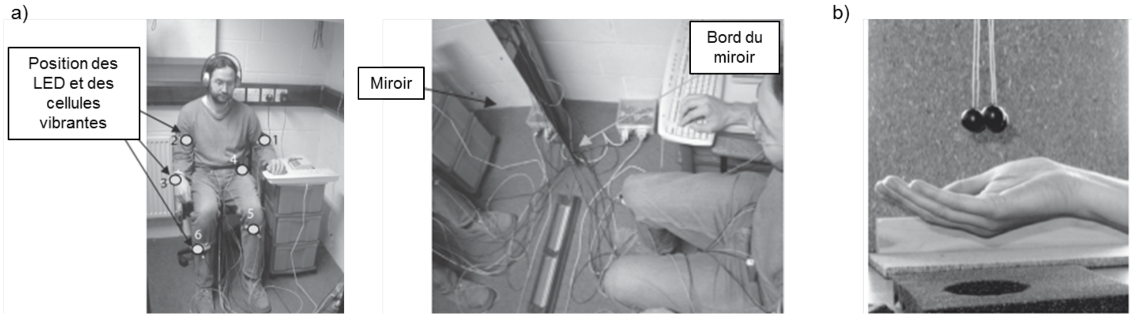


FIGURE 3.1: Dispositifs utilisés dans les études de (a) Gallace, Tan, et Spence, 2007, mettant en jeu le toucher passif et (b) Plaisier, Tiest et Kappers, 2009, mettant en jeu le toucher actif. Il s'agit de tâches de jugement de numérosités spatiales. Le participant doit dire quelle est la numérosité qu'il pense avoir perçue (d'après Plaisier, Tiest, & Kappers, 2009 et Gallace, Tan, & Spence, 2007).

L'ensemble de ces résultats suggère que chez l'adulte, le SAN pourrait donc traiter les grandeurs numériques présentées visuellement, auditivement et tactilement. Il pourrait aussi permettre de produire des grandeurs numériques approximatives verbalement et proprioceptivement. Chez le nourrisson, le SAN pourrait traiter les numérosités présentées visuellement (Xu & Spelke, 2000) et auditivement (Lipton & Spelke, 2003). Aucune étude n'a encore observé les capacités de discrimination tactile des grandes numérosités chez les nourrissons. Chez l'enfant, bien que les capacités du SAN (i.e., sa précision) n'aient jamais été étudiées avec une autre modalité sensorielle que la vision, des chercheurs se sont intéressés à la communication intersensorielle de l'information de grandeur numérique d'une part, et à la redondance sensorielle d'autre part (i.e., présentation multisensorielle d'une même numérosité). Ainsi, leurs résultats montrent que des enfants de 5 ans sont capables de comparer des ensembles de points affichés sur l'écran avec des séquences de sons entendues et que leurs performances varient en fonction du rapport entre les deux numérosités à comparer (Barth et al., 2005). Cette observation a également été faite avec des adultes (Barth et al., 2003) et des nouveau-nés (Izard, Sann, Spelke, & Streri, 2009). A notre connaissance, il n'existe pas de données concernant la communication intersensorielle visuo-tactile ou auditivo-tactile dans le traitement des grandes numérosités. Cependant, deux études ont examinées la communication intersensorielle visuo-tactile entre deux petites numérosités, 2 et 3 (Féron, Gentaz, & Streri, 2006) ou entre une petite numérosité et une numérosité considérée « grande » chez le nourrisson, 2 vs 4 (Coubart, Streri, de Hevia, & Izard, 2015). Tandis qu'à 5 mois, les nourrissons regardent plus longtemps la nouvelle numérosité présentée après avoir été familiarisés avec l'autre numérosité, lorsqu'il s'agit de différencier 2 de 3 (Féron et al., 2006), différencier 2 de 4 ne semble pas si évident. En effet, alors qu'ils regardent plus longtemps le stimulus 2 après avoir été familiarisés avec 4, la réciproque n'est pas observée. Parmi les interprétations proposées, les auteurs suggèrent que l'information numérique portée par le stimulus 4 pourrait ne pas avoir été correctement traitée pendant la phase de familiarisation (Coubart et al., 2015). Jusqu'à présent aucune étude n'a encore apporté la preuve que chez les nourrissons, le SAN pourrait traiter des numérosités présentées tactilement. La même remarque est applicable chez l'enfant puisque les seules données disponibles concernant le traitement approximatif des numérosités avec le toucher sont issues d'études chez l'adulte.

Peu d'arguments neuro-anatomiques ont été avancés pour déterminer si le SAN est un système unique, pouvant extraire une numérosité approximative quelle que soit la modalité sensorielle impliquée. Une étude chez l'adulte, réalisée en IRMf a montré que le traitement des numérosités présentées visuellement ou auditivement, lors d'une tâche d'estimation, repose sur un substrat neuronal similaire (Piazza et al., 2006). De plus, en utilisant la technique dite de « l'adaptation », des auteurs ont montré que les réponses données par des participants adultes dans des tâches d'estimation par perception, réalisée avec la modalité visuelle ou avec la modalité auditive, étaient susceptibles d'être influencées par l'adaptation préalable à une numérosité (Arrighi, Togoli, & Burr, 2014). La technique de l'adaptation consiste à présenter, préalablement au stimulus d'intérêt, un stimulus « adaptateur » censé influencer le traitement du stimulus d'intérêt. Ce qui est intéressant dans l'étude de Arrighi et al. (2014) est que l'effet d'adaptation est observé également en intermodalité, suggérant que le traitement visuel et le traitement auditif de la numérosité seraient interconnectés et pourraient donc reposer sur un système commun.

3.1.4 Les modèles de perception et de représentation de la numérosité

Puisque le SAN est supposé être un système permettant de percevoir et de représenter des quantités approximativement, existant chez l'animal non-humain et chez le nourrisson, il a été qualifié de système préverbal. Plusieurs propositions ont été élaborées pour expliquer son fonctionnement : depuis la simple métaphore, en passant par les modèles computationnels, et jusqu'à l'implémentation neurale. L'évolution de ces modèles sera brièvement présentée ci-après.

La première proposition provient des travaux de Gelman et Gallistel (1978) qui suggéraient que les nourrissons humains et les animaux pourraient avoir recours à des sortes de « balises de comptage » mentales, appelées les « numerons », pour représenter la quantité d'un ensemble d'objets. Ces « numerons » sont supposés faire partie d'un système pré-verbal (à rapprocher du SAN). Ils sont à distinguer de ce que ces mêmes auteurs appellent « numerlogs », ces derniers étant les mots d'un langage utilisés pour dénombrer (i.e., les mot-nombres). Ces auteurs ont développé cette idée par la suite (Leslie, Gelman, & Gallistel, 2008 ; Whalen, Gallistel, & Gelman, 1999), en adaptant le modèle de l'accumulateur proposé par Meck et Church (1983). Ce modèle était initialement conçu pour expliquer comment sont traitées les durées et les numérosités présentées séquentiellement (e.g., séquences de sons, d'évènements, d'images). Dans sa version adaptée (Whalen, Gallistel,& Gelman (1999), consacrée à la représentation des numérosités uniquement, ce modèle propose de considérer que chaque élément composant un ensemble serait encodé sous la forme d'une grandeur analogique, et stocké au fur et à mesure dans un accumulateur. Pour illustrer cette vision, les auteurs expliquent que cela reviendrait à remplir une tasse d'eau à chaque fois qu'un élément composant l'ensemble à appréhender serait perçu. Chaque tasse serait vidée au fur et à mesure dans un réservoir (i.e., l'accumulateur). Le niveau final obtenu dans le réservoir correspondrait ainsi à la grandeur de l'ensemble (Figure 3.3). Ce modèle permet de rendre compte de l'imprécision de la représentation d'une numérosité, puisque que les « tasses » ne sont pas une mesure précise et que le niveau final est donc d'autant plus inexact que le nombre de tasses qu'il contient est important. Ainsi, ce modèle explique l'effet de distance et de taille puisque lorsque nous sommes amenés à comparer deux quantités, si ces quantités sont trop proches, il sera difficile de différencier les « deux niveaux de récipient » de manière précise, et ce d'autant plus que les quantités à comparer seront grandes.

Une seconde métaphore a été utilisée pour expliquer comment la représentation des numérosités peut être comprise. Il s'agit de la métaphore de la ligne numérique mentale (Restle, 1970 ; Dehaene et al., 1990). Le principe de la ligne numérique mentale a déjà été expliqué dans le Chapitre 1 (voir partie 1.1.2). Nous avions indiqué qu'il s'agissait d'une proposition permettant d'expliquer l'effet de distance et l'effet de taille, partant de l'idée que les grandeurs analogiques seraient alignées et ordonnées sur une droite de telle sorte que des grandeurs très différentes occuperaient donc des positions très espacées et des grandeurs proches des positions rapprochées. Ce qui n'avait pas été précisé était comment ces grandeurs étaient représentées sur cette ligne. La métaphore de la ligne numérique mentale suppose que les numérosités soient représentées par des distributions d'activations (une distribution par numérosité), ordonnées le long d'une ligne. L'effet de distance s'expliquerait donc par le fait que deux nombres proches l'un de l'autre (e.g., 6 et 7) renvoient à des activations présentant un recouvrement plus important que deux nombres éloignés (i.e., 6 et 10, Figure 3.2), ce qui rend plus difficile la discrimination de nombres proches. Tandis que l'explication de l'effet de distance fait consensus, l'explication de l'effet de taille a conduit à diverses interprétations (pour revue, voir Verguts & Fias, 2004). Seules les deux interprétations les plus communes seront présentées ici. Tout d'abord, le modèle linéaire avec variabilité scalaire (e.g., Whalen et al., 1999), ou « modèle de la variabilité croissante », suppose que les activations correspondant à chaque numérosité seraient réparties selon une échelle linéaire, allouant le même espace entre tous les pics successifs, mais la variance de ces activations augmenterait proportionnellement avec la numérosité. Ensuite, le modèle logarithmique avec variabilité fixe (e.g., Moyer & Landauer, 1967), suppose que les activations le long de la ligne suivent une échelle compressée, l'échelle logarithmique, l'espace entre deux pics successifs se réduisant avec l'augmentation des numérosités. La variance des activations quant à elle reste fixe (Figure 20). Dans ces deux modèles, l'effet de taille résulterait donc d'un recouvrement de plus en plus important à mesure que les numérosités croissent : soit parce que la variance des activations augmente, soit parce que l'écart entre chaque activation diminue.

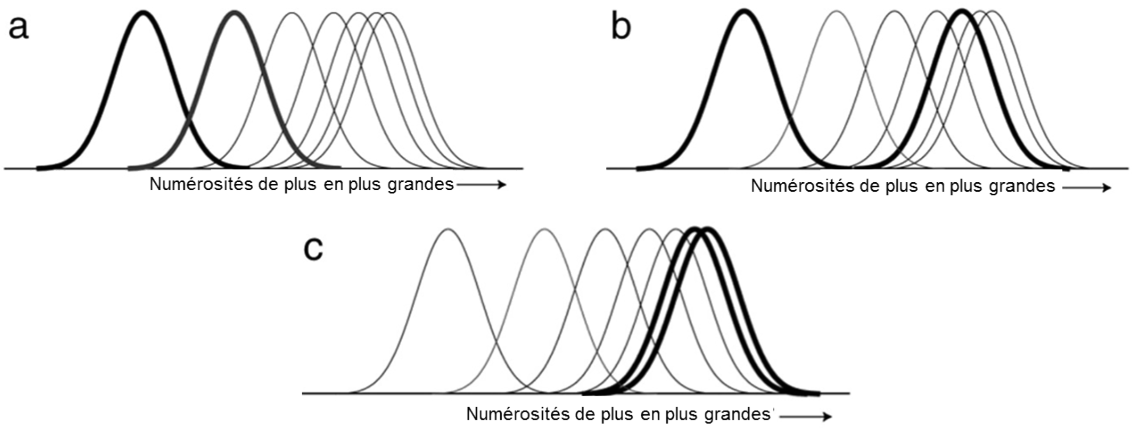


FIGURE 3.2: Représentation schématique du modèle logarithmique illustrant les activations neuronales pour les différentes numérosités, alignées le long de la ligne numérique mentale en suivant une échelle logarithmique. Le traitement d'un nombre active la représentation neuronale de sa numérosité ainsi que « des numérosités voisines ». L'activation des numérosités voisines diminue avec l'augmentation de la distance au nombre traité. Par conséquent, un plus grand recouvrement des représentations neuronales de deux numérosités est observé entre deux nombres voisins (a) qu'entre deux nombres éloignés (b). C'est l'effet de distance. De plus, le recouvrement augmente avec la grandeur des numérosités. Ceci explique l'effet de taille (a versus c, d'après Gebuis, Cohen Kadosh & Gevers, 2016).

Bien entendu, les modèles précédemment décrits ne sont que des métaphores et ne permettent pas d'expliquer précisément les mécanismes entrant en jeu dans la perception et la représentation des quantités numériques. Par la suite, Dehaene et Changeux (1993) ont proposé une simulation, à l'aide d'un réseau de neurones, destinée à modéliser les capacités à traiter et comparer des numérosités, présentées visuellement ou auditivement. Dans sa version mettant en jeu la vision (Figure 3.3b), le modèle se compose d'une rétine, sur laquelle s'affichent les objets composant une collection. Ensuite, un premier ensemble de neurones, formant une carte des positions occupées par chaque objet, normalise chaque objet, quelle que soit sa taille, sa forme et sa localisation. Puis, un second ensemble de neurones, appelés « neurones détecteurs de numérosité » réalise la somme de l'activité neuronale de la carte pour générer « un code de numérosité », représentant ainsi la numérosité de l'ensemble vu. Dans sa version mettant en jeu l'audition, les neurones détecteurs de numérosités reçoivent et combinent l'activité neuronale issue d'une mémoire auditive échoïque. Dans le modèle de Dehaene et Changeux (1993), les neurones détecteurs de numérosité ont été conçus pour répondre préférentiellement à une quantité approximative donnée, mais cette préférence est imprécise, si bien qu'ils répondent également aux numérosités proches (i.e., pics d'activation « en cloche » autour de la quantité préférée). En raison du bruit lié aux caractéristiques des neurones détecteurs de numérosités, la variance du code de numérosité généré augmente avec la taille de l'ensemble vu. Lorsque nous sommes amenés à comparer deux quantités, compte tenu du bruit généré dans la détermination des numérosités, si ces quantités sont trop proches, il est probable que nous ne puissions pas déterminer laquelle des deux est la plus grande (i.e., effet de distance). De plus, comme ce bruit augmente avec la taille des quantités, ce modèle rend également compte de l'effet de taille.

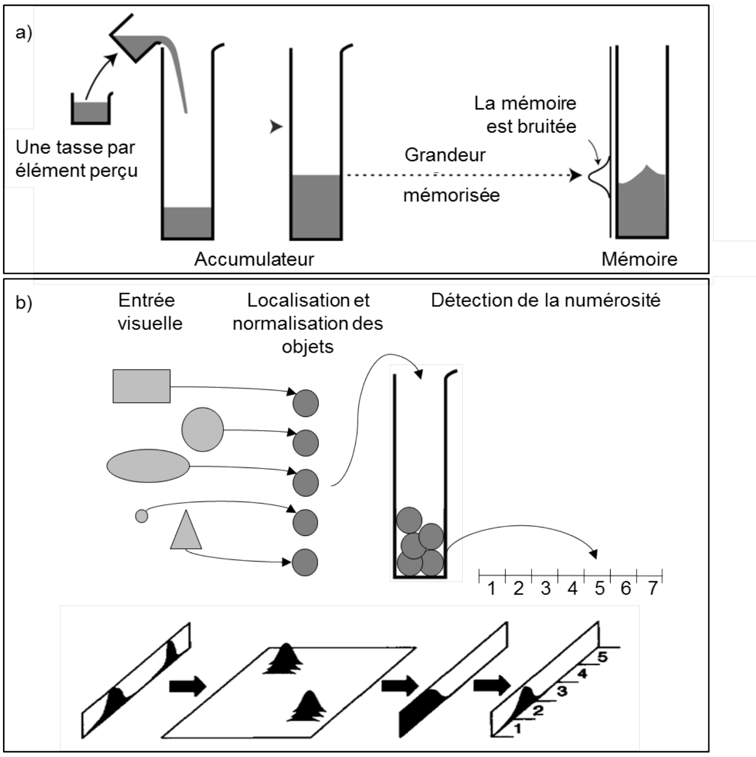


FIGURE 3.3: (a) Le modèle de l'accumulateur (d'après Whalen, Gallistel, & Gelman, 1999). (b) Le modèle de « détection de numérosité » de Dehaene et Changeux (d'après Piazza, 2004 et Dehaene & Changeux, 1993).

Ce qui est intéressant avec ce dernier modèle, est qu'une dizaine d'années plus tard (Nieder et al., 2002), chez le singe, des neurones répondant préférentiellement à une numérosité donnée ont été identifiées. Les caractéristiques de ces neurones se sont révélées très similaires à celles décrites dans le modèle de Dehaene et Changeux (1993) sous le nom de neurones détecteurs de numérosités. Elles présentent une courbe de sélectivité en cloche, le pic correspondant à leur numérosité préférée. Il est encore impossible de déterminer s'il existe chez l'homme des neurones qui préfèrent une certaine numérosité, comme chez le singe, car l'observation précise de l'activité des neurones nécessite de pouvoir implanter des électrodes directement dans la boîte crânienne (i.e., technique de l'électroencéphalographie intracrânienne), ce qui n'est pas une pratique courante chez l'homme. Cependant, une étude en IRMf, réalisée chez l'adulte, a montré que l'activité moyenne de neurones situés dans le sillon intrapariétal, en présence d'une numérosité donnée (i.e., 16) et de ses numérosités voisines (i.e., 8, 13, 20 et 32) formait une « courbe en cloche », ressemblant aux courbes de sélectivité caractéristiques des neurones observés chez le singe (Piazza, Izard, Pinel, Le Bihan, & Dehaene, 2004). Toujours en supposant qu'une homologie existe entre le cerveau du singe et celui de l'homme, ce type de neurones, pourrait donc réellement composer le système de détection de numérosités de l'homme.

3.2 La précision du système approximatif du nombre

3.2.1 Mesurer la précision du SAN

Il n'existe pas actuellement un véritable consensus concernant la manière idéale de mesurer la précision du SAN. Il en résulte que beaucoup de tâches différentes ont été utilisées par les chercheurs, chacun défendant ses choix méthodologiques selon un point de vue particulier. De la même façon, le choix de la variable dépendante utilisée pour rendre compte des performances dans ces tâches et les différents contrôles à réaliser sont également sujets à débat. Ces différents points méthodologiques seront abordés dans les parties suivantes (pour une revue, voir Dietrich, Huber, & Nuerk, 2015). Ces points peuvent varier en fonction de l'implication de la vision, de l'audition ou du toucher dans la tâche. Lorsque ce sera le cas, ces différences seront soulignées.

Quelles tâches ?

La plupart des tâches existantes destinées à mesurer la précision du SAN mettent en jeu la vision. Dans toutes ces tâches, il s'agit de comparer et/ou additionner ou soustraire des ensembles d'objets présentés brièvement, de manière à ce que le participant n'ait pas le temps d'avoir recours au dénombrement. Dans la tâche de comparaison, le participant doit choisir parmi deux ensembles d'objets, celui représentant la plus grande numérosité. Il existe différentes versions de cette tâche. Tout d'abord, chaque ensemble d'objets peut être présenté sous la forme d'un « nuage » (i.e., objets répartis dans un espace donné) ou bien sous la forme d'une succession d'objets (i.e., objets répartis dans un temps donné). Ensuite, lorsque les ensembles d'objets sont présentés sous la forme de « nuages », les deux ensembles à comparer peuvent soit être présentés l'un après l'autre (i.e., séquentiellement), soit simultanément. Enfin, lorsqu'ils sont présentés simultanément, les deux ensembles peuvent être séparés spatialement l'un de l'autre ou bien être entremêlés. Lorsqu'ils sont entremêlés, les deux ensembles doivent nécessairement pouvoir être distingués, c'est pourquoi souvent ils sont de deux couleurs différentes. Dans un second type de tâche, la tâche dite de « même chose/différent » (i.e., « same/different »), le participant doit indiquer si deux ensembles d'objets présentés représentent la même numérosité ou deux numérosités différentes. Un troisième type de tâche est également utilisé pour mesurer la précision du SAN : les tâches d'arithmétique approximatives non symboliques. Dans ces tâches, trois ensembles d'objets sont présentés successivement : le participant doit additionner ou soustraire le second ensemble au premier, avant de comparer le résultat obtenu avec le troisième ensemble. L'ensemble de ces tâches nécessite donc toujours de comparer deux numérosités approximatives. Pour faire varier la difficulté dans ces tâches, le rapport entre les deux nombres à comparer est manipulé : deux numérosités seront plus difficiles à discriminer si le rapport entre les deux est petit (e.g., 10 vs 11, rapport de 1.1) que s'il est grand (e.g., 10 vs 5, rapport de 2).

Parmi toutes ces tâches, les tâches de comparaison de deux ensembles d'objets présentés simultanément, sous la forme de deux nuages spatialement séparés, ou entremêlés, apparaissent être les plus adaptées pour mesurer la précision du SAN chez des enfants. En effet, tout d'abord, dans les tâches « même chose/différent », il a été observé que les enfants ont un biais de réponse vers la réponse « différent », ce qui est problématique pour obtenir une mesure correcte de la précision du SAN (Defever, Reynvoet, & Gebuis, 2013). De plus, certaines tâches, nécessitent des traitements cognitifs additionnels, tels que garder en mémoire des informations, dans les tâches avec présentation séquentielle, ou additionner ou soustraire mentalement des numérosités, dans les tâches d'arithmétique approximatives non symboliques. Les tâches de comparaison avec présentation simultanée permettraient donc d'obtenir une mesure du SAN plus pure que les autres tâches (Dietrich et al., 2015).

Les rares études ayant utilisé une tâche seulement auditive destinée à mesurer la précision du SAN ont utilisé des tâches de comparaison de deux ensembles de sons présentés séquentiellement (Barth et al., 2003; Tokita et al., 2013). Ces tâches ont été utilisées seulement avec des adultes. Aucune tâche tactile mesurant la précision du SAN n'existait dans la littérature avant la proposition faite dans notre étude 2.

Quelles mesures ?

Différentes variables dépendantes ont été utilisées comme mesures de la précision du SAN : le pourcentage de réponses correctes, le temps de réponse moyen, l'effet de rapport numérique (i.e., « numerical ratio effect », NRE), l'effet de distance numérique (i.e., « numerical distance effect

», NDE) ou encore la fraction de Weber. Le pourcentage de réponses correctes correspond tout simplement au nombre de réponses correctes données par le participant, divisé par le nombre d'essais que contient la tâche et multiplié par 100. Le temps de réponse moyen est la moyenne des temps mis pour répondre à chaque essai de la tâche. Le NRE décrit l'augmentation des temps de réponses (TR) et des erreurs en fonction de la diminution du rapport entre les deux numérosités à comparer. Il se base sur le fondement théorique qu'une meilleure discrimination entre deux numérosités s'explique par moins de recouvrement entre les activations liées à ces deux numérosités. Il est obtenu en calculant la pente de la droite modélisant la relation entre le pourcentage de réponses correctes (ou le TR ; $NRE_{\%rc}$ ou NRE_{TR}) d'un participant en fonction du rapport entre les numérosités à comparer. Ainsi, plus la pente (i.e., le NDE) s'approche de 1, plus le participant est influencé par le rapport entre les numérosités à comparer, donc moins il possède un SAN précis. Le NDE est très proche du NRE, puisqu'au lieu de prendre en compte le rapport entre les deux numérosités il prend en compte la distance. Il s'interprète de la même manière que le NRE. Enfin, déterminer la fraction de Weber est une autre approche permettant de rendre compte de la précision du SAN. Elle est basée sur le fondement théorique postulant que le SAN traite les numérosités en suivant la loi de Weber-Fechner : la discrimination de deux numérosités dépend du rapport entre ces deux numérosités. La fraction de weber d'un participant peut être estimée en calculant la valeur de w qui s'ajuste le mieux aux réponses qu'il a faite dans une tâche de comparaison de numérosités. Pour cela, des modèles psychophysiques sont utilisés (Barth et al., 2006 ; Piazza et al., 2010). Le w s'interprète de la manière suivante : plus le w d'un participant est petit, plus son SAN est précis.

Inglis et Gilmore (2014) ont testé la fiabilité test-retest de trois de ces mesures dans une tâche de comparaison de deux ensembles de points présentés simultanément, et spatialement séparés. Pour cela ils ont fait passer quatre fois une tâche composée de 80 essais, à des adultes et à des enfants entre 7 et 9 ans. Les deux premières fois étaient réalisées l'une après l'autre le même jour, et les deux suivantes étaient réalisées une semaine plus tard. Concernant la fiabilité immédiate, autrement dit la relation entre les performances mesurées au cours des deux premières passations, le pourcentage de réponses correctes est apparu être la mesure la plus fiable chez l'adulte (r = .68), suivi de la fraction de Weber (r = .55) et enfin du NRE ($NRE_{\%rc}$: r = .28 ; NRE_{TR} : r = .27). Le même ordre est observé chez l'enfant (entre 7 et 9 ans), mais avec des fiabilités moindres que chez l'adulte (% de réponses correctes : r = .57 ; w : r = .50 ; $NRE_{\%rc}$: r = - .02 ; NRE_{TR} : r = .21). De même, le pourcentage de réponses correctes est toujours la mesure la plus fiable, chez l'enfant et chez l'adulte, lorsque les auteurs observent la relation entre les performances mesurées le premier jour et celles mesurées une semaine plus tard. Le temps de réponses moyen est une mesure moins utilisée, c'est sans doute pourquoi la fiabilité de cette mesure dans une tâche mesurant la précision du SAN n'a pas été examinée. Cependant, il est intéressant de remarquer que dans l'étude de Piazza et al. (2010), comparant la précision du SAN chez des enfants dyscalculiques ou non, des différences sont observées entre les deux groupes d'enfants lorsque le pourcentage de bonnes réponses est utilisé comme mesure, mais pas lorsque le TR est utilisé. Les deux mesures semblent donc ne pas mesurer la même chose.

Quels contrôles ?

Des études réalisées chez le nourrisson ont montré que ses performances de discrimination, avec la modalité visuelle, étaient différentes en fonction des contrôles faits dans la tâche (pour une revue, voir Mix et al., 2002). En effet, en l'absence de contrôle, de nombreux indices co-varient avec la numérosité, tels que la surface recouverte par les objets contenus dans l'ensemble, la densité, la longueur du contour des objets, etc. Il est donc impossible de conclure, que la discrimination chez les nourrissons est bien réalisée sur la base de la numérosité et pas sur la base d'un autre indice de grandeur, non numérique, si aucun contrôle n'est réalisé. Ces remarques ont été faites auprès des nourrissons. Observe-t-on également l'influence d'indices non-numériques dans des tâches de discrimination de numérosités chez des enfants plus âgés et chez des adultes ? Rousselle, Palmers et Noël (2004) ont manipulé différents indices perceptifs dans une tâche de comparaison de deux ensembles d'objets, de manière à ce qu'ils ne corrèlent pas avec la numérosité. Ainsi, trois conditions de comparaison ont été proposées à des enfants de 3 ans : une contrôlée sur la densité, une contrôlée sur l'étendue du nuage d'objets (i.e., la longueur du contour du nuage englobant les objets les plus excentrés), une contrôlée sur la surface totale recouverte par les objets. « Contrôlée » signifie que les deux ensembles à comparer ne diffèrent pas selon l'indice perceptif en question. Les résultats montrent que les performances des enfants sont les plus affectées dans la condition « surface contrôlée », puisque dans l'expérience 1 ils répondent au hasard dans cette tâche, puis obtiennent 57% de réponses correctes dans l'expérience 2, tandis que dans les deux expériences, ils sont bien au-dessus du hasard dans les conditions « densité contrôlée » (i.e., 69% puis 79%) et « étendue du nuage contrôlée » (i.e., 70% puis 79%). Ces résultats suggèrent que la surface totale des ensembles d'objets est l'indice perceptif le plus influant chez des enfants de 3 ans lorsqu'ils doivent choisir la numérosité la plus grande.

Chez l'adulte, Gebuis et Reynvoet (2011, 2012) ont étudié l'effet de la combinaison de différents indices visuels dans une tâche de comparaison de numérosités. Ils concluent que l'étendue du nuage est particulièrement influente dans le choix à réaliser. L'ensemble avec la plus large étendue, sera plus aisément jugé comme étant l'ensemble contenant la plus grande numérosité.

De plus, leurs résultats montrent que l'interaction entre plusieurs indices visuels peut également conduire à choisir un ensemble plutôt qu'un autre. Il est donc impossible que le jugement réalisé ne soit basé que sur l'appréhension de la numérosité seule, indépendamment de l'utilisation d'autres indices non-numériques. Selon ces auteurs, le SAN ne serait donc pas un système de traitement exclusivement numérique. Il se servirait d'indices non-numériques pour extraire efficacement une quantité, ce qui pourrait parfois conduire à biaiser les réponses des participants dans la mauvaise direction. Parmi les tâches couramment utilisées pour mesurer le SAN, beaucoup contrôlent un indice visuel à la fois (Dehaene, Izard, & Piazza, 2005 ; Halberda et al., 2008 ; Lyons et al., 2014). Par ailleurs, des études chez l'adulte et l'enfant ont mis en évidence des effets de congruence liés à l'utilisation de contrôles dans les tâches de comparaison (Gilmore et al., 2013 ; Szucs, Nobes, Devine, Gabriel, & Gebuis, 2013). En effet, lorsqu'un contrôle est réalisé, il peut créer une situation d'incongruence entre un autre indice et la numérosité : par exemple si la surface totale est identique pour les deux numérosités, il en résulte que la taille des objets sera plus grande dans l'ensemble représentant la plus petite numérosité. A l'inverse, si la taille des points est égalisée pour les deux numérosités, il en résulte que la surface totale sera plus grande dans l'ensemble représentant la plus grande numérosité, c'est une situation de congruence entre la surface totale et la numérosité. Dans ces études, les auteurs observent que les performances des participants sont meilleures dans des situations de congruence que dans des situations d'incongruence, et que cet effet de congruence est plus important chez les enfants. D'après ces auteurs, la mise en évidence d'un effet de congruence est problématique puisqu'il signifierait que l'inhibition entrerait en jeu dans une tâche destinée initialement à mesurer la précision du SAN.

Beaucoup de questions entrent donc en jeu lorsque l'on est amené à choisir un type de contrôle. Veut-on mesurer les capacités de discrimination de numérosités en minimisant le plus possible l'utilisation d'indices visuels ? Veut-on minimiser l'effet des capacités d'inhibition en évitant au maximum les situations d'incongruence entre numérosité et indice visuel ? La tâche utilisée est-elle encore suffisamment écologique pour avoir du sens ? En effet, dans la vie de tous les jours, nous sommes habitués à observer une corrélation entre la numérosité, la densité, la surface totale occupée, l'étendue, etc. Lorsque nous utilisons nos capacités d'approximation, autrement dit lorsque nous faisons appel à notre SAN, ces indices visuels vont nécessairement influencer nos jugements et c'est l'expérience qui nous amènera à nous fier à ces indices ou non dans une situation donnée. On peut considérer que l'utilisation de contrôles trop sophistiqués va à l'encontre de cet apprentissage issu de l'expérience et oblige le participant à inhiber ses « premières impressions » pour répondre, provoquant une autre source de bruit dans la mesure. Ceci pourrait expliquer les résultats des deux études récentes ayant montré que la précision du

SAN de participants adultes mesurée avec la tâche de Gebuis et Reynvoet (2011) ne corrèle pas avec celle obtenue avec la tâche Panamath (Clayton, Gilmore, & Inglis, 2015), ni avec deux autres tâches ayant des contrôles différents (Smets, Sasanguie, Szücs, & Reynvoet, 2015). Smets, Sasanguie, Szücs et Reynvoet (2015) ont comparé les performances d'adultes dans trois tâches de comparaison différentes : une tâche dans laquelle plusieurs indices visuels sont contrôlés à la fois (i.e., type Gebuis & Reynvoet, 2011), une tâche dans laquelle un indice visuel est contrôlé à la fois (i.e., type Dehaene et al., 2005) et une tâche dans laquelle tous les indices visuels sont congruents avec la numérosité (i.e., situation la plus écologique). La condition de contrôles multiples produit des réponses nettement moins précises que les deux autres conditions. De plus, les performances dans la condition de contrôles simples et dans la condition congruente corrélaient entre-elles. Cependant, les performances dans la condition de contrôles simples et la situation de contrôles congruents ne corrèlent pas significativement avec les performances dans la condition de contrôles multiples. Ce résultat suggére que cette dernière tâche ne mesurerait pas la même chose que les deux autres. Il peut être supposé que cette tâche mette beaucoup plus en jeu les capacités d'inihibition que les deux autres tâches.

Les contrôles utilisés dans une tâche auditive sont tout à fait différents. Il ne s'agit plus de dé-corréler des informations spatiales de la taille des numérosités présentées, mais de faire en sorte que le temps de présentation de chaque séquence de sons ne soit pas un indice utile pour choisir la numérosité la plus grande. Pour cela, les chercheurs font varier la durée de chaque son et la durée entre deux sons. La question du choix des contrôles nécessaires dans une tâche tactile n'a pas encore été traitée (voir partie).

3.2.2 Développement de la précision du SAN

Même si la précision du SAN a été étudiée à différents âges par l'intermédiaire de différentes études, peu d'expériences se sont consacrées à examiner son développement dans les mêmes conditions expérimentales, c'est à dire en utilisant les mêmes tâches et les mêmes choix méthodologiques pour tous les niveaux d'âge. Dans l'étude d'Halberda et Feigenson (2008), la précision du SAN chez des enfants de 3, 4, 5 et 6 ans et chez des adultes est mesurée grâce à une tâche visuelle de comparaison de deux ensembles spatialement séparés. Le pourcentage de réponses correctes augmente avec l'âge des participants, signe que la précision du SAN augmenterait entre 3 ans et l'âge adulte (i.e., entre 18 et 32 ans). Ainsi, le rapport limite discriminé serait d'environ 1.5 (i.e., 8 vs 12) à 3 ans, 1.3 (i.e., 8 vs 6) à 4 ans, 1.25 (i.e., 8 vs 10) à 5 ans, 1.17 à 6 ans (i.e., 6 vs 7) et 1.1 chez l'adulte (9 vs 10). Dans cette étude cependant, les temps de présentation des ensembles à comparer avaient été adaptés en fonction de l'âge des participants, accordant un temps de présentation plus long pour les plus jeunes. Cette différence méthodologique entre les groupes d'âges rend la progression observée et les rapports limites de discrimination obtenus difficilement interprétables, puisqu'il a été démontré que le temps de présentation influençait la précision des réponses (Inglis & Gilmore, 2013). Une seconde étude, réalisée à très grande échelle (i.e., plus de 10 000 participants), a mesuré la précision du SAN de participants entre 11 et 85 ans par l'intermédiaire d'un test réalisé en ligne sur la base d'une participation volontaire (Halberda, Ly, Wilmer, Naiman, & Germine, 2012). Elle révèle que la précision du SAN mesurée visuellement (avec une tâche de comparaison de deux ensembles d'objets présentés simultanément, sous la forme de deux nuages entremêles), augmente rapidement depuis l'âge de 11 ans et jusqu'à environ 20 ans pour atteindre son maximum autour de 30 ans, puis diminue ensuite graduellement. Les auteurs soulignent que des différences interindividuelles importantes ont été observées chez des participants du même âge. Une troisième étude (Piazza et al., 2010), mesurant la précision du SAN visuellement avec une tâche de comparaison de deux ensembles spatialement séparés, confirme qu'elle augmente bien entre l'âge moyen de 5 ans (âge compris entre 4 ans et 6 ans), de 10 ans (âge compris entre 8 ans et 12 ans) et l'âge adulte (entre 22 et 33 ans). Cette étude obtient des fractions de Weber proches de celles observées dans l'étude de Halberda et al. (2008) : entre 4 ans et 6 ans la w varie de .38 à .18 et à l'âge adulte elle est de w = .11 dans l'étude d'Halberda et al. (2008), alors qu'elle est de w = .34 dans le groupe d'âge moyen de 5 ans et de w = 0.15 chez l'adulte, dans l'étude de Piazza et al., (2010). Cette dernière remarque accorde un crédit supplémentaire aux rapports limites fournis pour chaque groupe d'âge dans l'étude d'Halberda et al. (2008).

Le développement de la précision du SAN a également été étudié chez le nourrisson, à travers la comparaison des résultats issus de différentes études. Ainsi, les études réalisées avec une tâche auditivo-visuelle montrent que les nourrissons sont capables de discriminer des numérosités différant d'un rapport de 3 (i.e., 12 vs 4) à la naissance (Izard et al., 2009), puis différant d'un rapport de 2 (i.e., 4 vs 8) à l'âge de 6 mois (Feigenson, 2011). Le rapport limite de discrimination observé à l'âge de 6 mois est également de 2 dans une tâche uniquement visuelle (e.g., Xu & Spelke, 2000) et dans une tâche uniquement auditive (e.g., Lipton & Spelke, 2003). A 9 mois, les nourrissons peuvent ensuite discriminer deux numérosités présentées visuellement sous la forme de deux séquences d'actions (Wood & Spelke, 2005) ou présentées auditivement sous la forme de deux séquences de sons (e.g., Lipton & Spelke, 2003), si elles diffèrent d'un rapport de 1.5 (i.e., 4 vs 6).

3.2.3 Malléabilité de la précision du SAN ?

Depuis la naissance et jusqu'à l'âge de 30 ans environ, les études précédentes ont montré que la précision du SAN, mesurée avec une tâche visuelle, augmente. Une question fondamentale consiste à se demander pourquoi cette amélioration est observée. En particulier, quelle part peut être attribuée à la maturation biologique, ou encore quel rôle l'expérience, la culture et l'éducation peuvent jouer dans cette amélioration ? Une manière d'étudier cette question est de comparer la précision du SAN chez des individus du même âge, mais dont la culture et/ou le niveau d'éducation diffèrent. C'est ce qu'ont réalisé Piazza, Pica, Izard, Spelke et Dehaene (2013) en observant la précision du SAN chez des enfants et des adultes issus d'un groupe indigène, vivant en Amazonie, appelés les Mundurucús. L'intérêt d'étudier particulièrement ce groupe réside dans le fait que certains des participants ont reçu une éducation formelle, en allant à l'école régulièrement pendant une ou plusieurs années, tandis que d'autres n'ont pas suivi de cursus scolaire, ou seulement pendant un mois au maximum. Cinq niveaux différents d'éducation ont ainsi pu être déterminés, depuis le niveau 0 = moins d'un mois de scolarisation, jusqu'au niveau 4 = au moins 4 années de scolarisation. Les nombres et les opérations arithmétiques basiques sont introduits au cours de la troisième année (i.e., niveau 3). Tout d'abord, les résultats montrent que la précision du SAN diffère en fonction du niveau d'éducation (en contrôlant pour l'âge). En particulier, la fraction de Weber est significativement plus petite (i.e., indique un SAN plus précis) chez les individus ayant atteint le niveau scolaire 3, en comparaison avec celle observée chez ceux du niveau scolaire 2. De plus, en comparant la précision moyenne du SAN des Mundurucús de niveau scolaire 4 avec celle d'adultes italiens, issus de l'étude de Piazza et al. (2010), aucune différence significative n'a été observée. Enfin, la précision du SAN des Mundurucús n'ayant reçu aucune éducation scolaire s'est révélée similaire à celle mesurée chez les enfants italiens de 5 ans (i.e., w = 0.31 vs w = 0.34 ; Piazza et al., 2010). L'ensemble de ces résultats indique que l'éducation, et en particulier les apprentissages numériques scolaires permettent d'améliorer la précision du SAN. Cet effet de l'éducation sur la précision du SAN serait indépendant de la maturation biologique, puisque la différence d'âge entre des adultes Mundurucús n'ayant pas reçu d'éducation scolaire et des enfants italiens de 5 ans n'est pas associée à une différence de précision du SAN. Une étude réalisée auprès d'adultes occidentaux (Nys et al., 2013 ; mais voir Zebian & Ansari, 2012) confirme que ceux ayant reçu une éducation formelle ont en moyenne un SAN plus précis que ceux n'ayant pas été scolarisés et ayant des compétences numériques faibles (contrôlé pour l'âge et les capacités cognitives générales via le Mini-Mental State Examination). La précision du SAN semble s'améliorer avec l'éducation. Peut-elle aussi s'améliorer seulement avec l'expérience ?

Pour étudier l'effet de l'expérience sur la précision du SAN, des auteurs ont entraîné intensément des adultes à l'aide d'une tâche de comparaison de deux ensembles de points présentés simultanément, sous la forme de deux nuages entremêlés (DeWind & Brannon, 2012). Ces participants recevaient un retour sur la justesse de chaque réponse, pendant 4 séances d'une durée de 1h, pour un total de plus de 2500 essais réalisés. Un pré-test et un post-test étaient réalisés avant et après les 4 séances d'entraînement, dans lesquels la même tâche était utilisée mais sans donner aucun retour au participant sur ses performances. Les résultats montrent que la fraction de Weber a significativement diminué entre le pré-test et le post-test et que cette diminution est principalement liée à une amélioration des performances observées dès la deuxième séance d'entraînement. Les auteurs interprètent ce résultat en proposant que la diminution de la fraction de Weber serait due à la pratique répétée de cette tâche et/ou aux retours fournis, permettant notamment aux participants d'être de moins en moins influencés par un indice visuel non pertinent (i.e., la surface totale recouverte par l'ensemble de points). Une autre interprétation a été proposée par Lindskog, Winman, et Juslin (2013) qui ont tenté de répliquer ces résultats en incluant un groupe contrôle ne recevant aucun retour ainsi qu'une mesure de la motivation. Ils observent que le groupe recevant des retours est légèrement plus performant que le groupe contrôle (Figure 3.4). La tâche étant très répétitive, les auteurs supposent qu'obtenir un retour sur les réponses données conduit à maintenir l'implication des participants. D'après eux, les retours donnés auraient donc un effet sur la motivation des participants, résultant en une amélioration des performances dans la tâche et non en un raffinement de la précision du SAN. Comme les performances n'augmentent pas progressivement au cours des séances, ces auteurs en déduisent que conclure que les retours permettent un apprentissage est impossible.

Cette interprétation est à rapprocher des résultats obtenus par d'autres auteurs (Odic, Hock, & Halberda, 2014 ; Wang, Odic, Halberda, & Feigenson, 2016) auprès d'enfants de 5 ans recevant des retours sur leurs performances. Ces études ont montré que les performances dans une tâche de comparaison de numérosités, avec retour donné pour chaque réponse, étaient meilleures lorsque l'enfant commençait par les essais les plus faciles (i.e., rapport les plus grands entre les deux numérosités à comparer) et que la difficulté augmentait graduellement au cours de la tâche, comparées à l'ordre inverse (i.e., commence par les essais les plus difficiles). Cet effet a été appelé l'effet d'hystérésis de confiance (i.e., « confidence hysteresis effect »). Cet effet, ainsi que l'influence de la motivation sur les performances mesurées dans une tâche destinée à mesurer la précision du SAN, suggère que la précision du SAN présente une part de malléabilité. Wang et al. (2016) parlent d'un « état de la précision du SAN ». Ils suggèrent que la précision du SAN reposerait à la fois sur une composante stable qui serait la part expliquant les corrélations observées avec les compétences numériques exactes, et sur une composante transitoire qui serait sensible à l'expérience. Ils distinguent ces deux composantes par les expressions « état de la précision du SAN », la partie malléable, et « trait de la précision du SAN », la partie stable.

3.3 Précision du SAN et apprentissages numériques

Nous avons vu dans le chapitre 1 qu'une hypothèse couramment admise, appelée théorie hollistique (Moyer & Landauer, 1967), stipule que la simple vue d'un nombre symbolique active la numérosité approximative qui lui est associée, et ce au moins dès l'âge de 5 ans. Cette théorie, combinée à la découverte d'un système préverbal ancestral, permettant de traiter et de représenter approximativement des quantités, a conduit des chercheurs (Dehaene, 2010 ; Gallistel & Gelman, 1992) à proposer que ce système ancestral, appelé le SAN, serait impliqué dans l'apprentissage des nombres symboliques. En particulier, ils postulent que les nombres symboliques acquerraient leur signification en s'associant à la représentation des numérosités correspondantes, autrement dit en s'alliant au SAN. Dans le cadre du modèle du Triple Code, cette association est représentée par les liaisons existantes entre le code des quantités et les deux autres codes (i.e., le code verbal et le code arabe ; Dehaene, 1992). Puis, des chercheurs ont voulu mesurer la précision du SAN, afin d'observer si des différences interindividuelles existaient entre les espèces, les âges ou mêmes entre des individus de même âge. Mesurer la précision du SAN n'a donc pas seulement permis de montrer qu'elle s'améliorait au cours du développement et avec l'éducation. Cela a également permis d'observer des différences interindividuelles, chez des participants du même âge et avec un niveau d'éducation équivalent (Halberda et al., 2008). Comme nous l'avons déjà évoqué, l'étude d'Halberda et al. (2008) a également montré que la précision du SAN mesurée chez des adolescents de 14 ans corrélait avec leurs performances à un test de mathématiques général et à un test d'arithmétique, mesurées quelques années plus tôt, tandis qu'une multitude de capacités cognitives générales étaient contrôlées (e.g., intelligence, fonctions exécutives, lecture, perception d'objets etc.). Le rôle que pourrait jouer la précision du SAN dans les apprentissages numériques est alors devenu une question fondamentale intéressant de nombreux chercheurs. Une revue des arguments avancés pour ou contre l'implication de la précision du SAN dans les apprentissages numériques sera présentée dans la partie suivante.

3.3.1 Une relation observée

Nous avons vu dans le chapitre 2 que la précision du SAN, que nous avions appelée « capacités non symboliques concernant le traitement des grandes numérosités », est reconnue comme étant un prédicteur des compétences numériques exactes chez l'enfant et chez l'adulte depuis la publication de trois méta-analyses (Chen & Li, 2014 ; Fazio, Bailey, Thompson, & Siegler, 2014 ; Schneider et al., 2016). Cette corrélation est observée même lorsque diverses capacités cognitives générales sont contrôlées (e.g., Chu et al., 2015 ; Halberda et al., 2008 ; van Marle et al., 2014). De plus, ce lien a aussi été montré chez des enfants très jeunes en mesurant différemment les capacités du SAN, grâce à l'épreuve de détection de changement de numérosité. Dans cette épreuve, les nourrissons sont installés face à deux écrans sur lesquels défilent simultanément des séquences d'ensembles de points (Figure 3.4). Sur l'un des deux écrans, la même numérosité est toujours présentée en faisant varier la disposition des points et leur taille, tandis que sur l'autre écran, deux numérosités différentes sont présentées alternativement. Si le nourrisson regarde plus longtemps l'écran où la numérosité change que l'écran où la numérosité reste toujours identique, cela est interprété comme la preuve qu'il détecte la différence entre les deux numérosités qui alternent. Les résultats montrent que les scores dans cette épreuve, mesurés à l'âge de 6 mois, corrélaient avec la précision du SAN mesurée avec une tâche de comparaison classique, à l'âge de 3 ans et demi, ainsi qu'avec les performances dans un test de compétences générales en mathématiques (i.e., TEMA-3, Tableau A.1 en Annexe ; Starr, Libertus, & Brannon, 2013). Comme la mesure des capacités du SAN a été réalisée auprès de nourrissons n'ayant pas encore développé leurs compétences langagières, donc avant tout apprentissage numérique exact, les résultats de cette étude suggèrent que la corrélation observée pourrait être interprétée en terme de causalité : avoir un SAN précis favoriserait le développement des compétences numériques exactes.

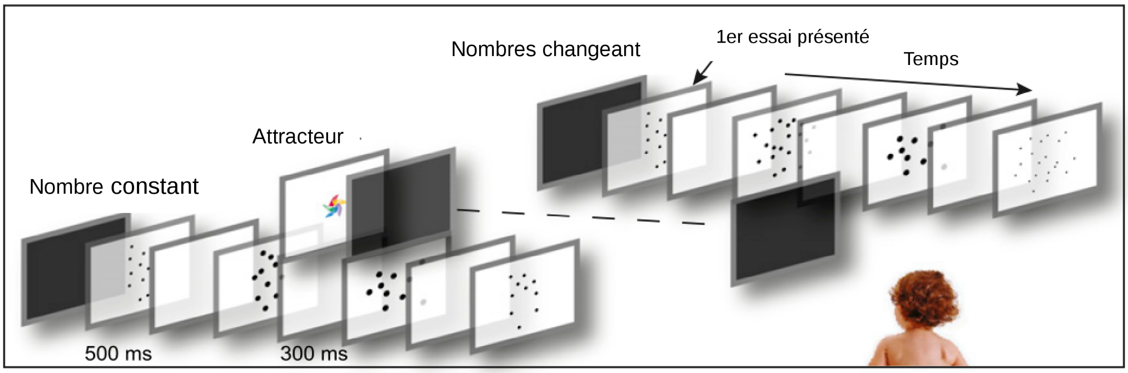


FIGURE 3.4: Tâche de détection de changement de numérosité (d'après Starr, Libertus, & Brannon, 2013).

Une façon de tester la causalité d'une relation entre deux facteurs est d'entraîner l'un dans le but d'en améliorer les performances et d'observer si cette amélioration est transférée au second qui lui n'a pas été entraîné directement. Quelques études chez l'adulte (Cappelletti et al., 2013 ; Park & Brannon, 2013, 2014) et une chez l'enfant (Hyde et al., 2014) ont ainsi testé la relation causale « précision du SAN-compétences numériques exactes ». Dans l'étude de Cappelletti et al. (2013), des adultes étaient entraînés intensément (i.e., chaque séance dure 1h et comporte 560 essais) à discriminer des numérosités pendant cinq jours consécutifs. Pendant qu'ils réalisaient la tâche de comparaison de numérosités, certains participants recevaient des stimulations dans le cortex pariétal par stimulation électrique transcrânienne (groupe TES, voir Encadré 2.2

pour une description de cette technique), tandis que d'autres recevaient des stimulations placebos (groupe placebo). Pendant les pré- et post-tests, différentes épreuves étaient réalisées par les participants, dont une tâche de comparaison de numérosité et une épreuve d'arithmétique exacte. Les résultats montrent que bien que les performances dans la tâche de comparaison de numérosités aient augmenté entre le pré-test et le post-test, particulièrement dans le groupe TES, cetteamélioration ne conduit pas à de meilleures performances en arithmétique.

Les résultats obtenus par Park et Brannon (2013 ; 2014) sont tout autre. Pour entraîner le SAN, des adultes devaient additionner ou soustraire approximativement des quantités de points présentées visuellement. Tous les 20 essais, la difficulté de la tâche était adaptée à la réussite de chaque participant en faisant varier la distance entre les numérosités mises en jeu. Lorsque le participant réussissait moins de 70% de ses essais, la difficulté était diminuée, et lorsqu'il réussissait plus de 85% de ses essais elle était augmentée. Deux groupes contrôles étaient entraînés soit à ordonner des nombres écrits en chiffres arabes, soit à répondre à des questions de culture générale. Les résultats montrent que le niveau des participants du groupe entraîné en arithmétique approximative non symbolique a augmenté entre le début et la fin de l'entraînement. De même, les participants de ce groupe progressent plus entre le pré-test et le post-test que ceux des groupes contrôles dans une tâche d'arithmétique exacte, consistant à résoudre un maximum d'additions et de soustractions exactes en un temps donné (Park & Brannon, 2013). Dans l'étude de 2014, ces mêmes auteurs comparent l'effet des entraînements basés sur l'arithmétique approximative non symbolique à celui d'entraînements basés sur des comparaisons approximatives non symboliques. Ils répliquent leurs précédents résultats avec l'entraînement en arithmétique approximative, mais n'observent pas d'effet de l'entraînement-basé sur les comparaisons sur les performances en arithmétique exacte. Ils en concluent que l'effet des entraînements approximatifs non symboliques sur les performances en arithmétiques exactes, reposerait sur le fait de manipuler mentalement des numérosités. Comme cette manipulation serait plus importante dans la tâche d'arithmétique approximative non symbolique que dans la tâche de comparaison, cela expliquerait pourquoi seule la première est efficace.

Ces résultats ont donné lieu à des commentaires de la part de Lindskog et Winman (2016), défendant l'idée qu'une amélioration de la précision du SAN suite aux entraînements n'est pas prouvée dans ces études du fait de l'absence de mesures de cette précision en pré- et post-test. D'après ces auteurs, ce serait l'adaptation de la difficulté des entraînements au niveau de performance de chaque participant qui créerait l'illusion d'une amélioration des performances au cours des séances. En effet, pendant chaque séance, 10 blocs de 20 essais étaient réalisés et le niveau de difficulté était adapté après calcul de la réussite pour chaque bloc. Lindskog et Winman soulignent le fait que Park et Brannon ont choisi de débuter le premier bloc de la première séance par un niveau « facile » (i.e., rapport de 2, réussi par des nourrissons de 6 mois). Selon eux, l'augmentation du niveau des participants en arithmétique approximative non symbolique, d'ailleurs principalement observée entre la séance 1 et la séance 2, résulterait seulement de l'adaptation de la tâche au niveau réel du participant, nécessitant quelques séances pour converger. Si un niveau « difficile » avait été utilisé pour débuter le premier bloc, la direction de convergence aurait montré une diminution du niveau des participants. La direction de convergence ne peut donc pas être interprétée comme une preuve d'apprentissage. Si les entraînements ne conduisent pas à une amélioration de la précision du SAN, il n'est donc pas possible d'en conclure que l'amélioration des performances en arithmétique exacte serait la conséquence d'une amélioration de la précision du SAN. Lindskog et Winman affirment que l'interprétation en termes de causalité n'est pas valable. En réponse à ce commentaire, Park et Brannon (2016) ont admis que les données présentées n'étaient pas suffisantes pour pouvoir affirmer qu'une amélioration de la précision du SAN avait bien lieu et proposent de nouvelles analyses pour démontrer cette amélioration, restant cependant limitées par les caractéristiques de leur entraînement adaptatif. Encore une fois, il n'apparaît pas clairement que la précision du SAN peut être améliorée par des entraînements uniquement comportementaux. En revanche, Park et Brannon (2016) soulignent qu'une question fondamentale demeure : pourquoi une amélioration des compétences en arithmétique symbolique est-elle observée à la suite de l'entraînement en arithmétique approximatif exact ? Si elle n'est pas liée à une amélioration de la précision du SAN, alors quelle interprétation alternative proposer ?

Dans l'étude d'entraînement du SAN réalisée auprès d'enfants de 6 ans, déjà décrite dans le chapitre 2 (voir Partie 2.3.2), Hyde, Khanum et Spelke (2014) proposaient des éléments pour interpréter les résultats de leur étude, qui sont également applicables aux résultats des études de Park et Brannon (2013 ; 2014). Rappelons que dans cette étude, l'expérience 1 montrait qu'un entraînement des capacités d'addition approximatives non symboliques et un entraînement des capacités de comparaison approximatives non symboliques, conduisaient à une amélioration des performances dans une tâche d'arithmétique exacte réalisée juste après. Cet effet n'était pas observé avec un entraînement de comparaison de luminosité, ni avec un entraînement d'addition de longueurs de lignes. De plus, les résultats de l'étude 2 suggèraient que cet effet de l'entraînement du SAN était spécifique aux compétences numériques, puisqu'il n'était observé que sur les performances en arithmétique exacte et pas sur les performances en complétion de phrases (Hyde et al., 2014). Il est important de préciser que les enfants des deux groupes entraînés en approximation non symbolique n'étaient pas plus performants lors du deuxième bloc d'entraînement que lors du premier, et qu'une mesure de la précision du SAN réalisée à la fin des entraînements n'avait révélé aucune différence de précision entre les enfants des différentes conditions. Ces deux derniers résultats suggèrent qu'une amélioration de la précision du SAN ne peut pas permettre d'expliquer l'amélioration observée en arithmétique exacte. Les auteurs proposaient que le simple fait d'engager le SAN lors d'un entraînement, pourrait produire un effet positif sur les performances en arithmétiques exactes dans une épreuve réalisée immédiatement après l'entraînement. Ils supposaient donc qu'un mécanisme commun pourrait être engagé dans les deux tâches. D'autres auteurs ont aussi évoqué l'idée d'« une sorte d'effet d'amorçage » qui serait durable dans le temps (Lindskog & Winman, 2016). Quel mécanisme commun pourrait être engagé à la fois dans les tâches d'arithmétique ou de comparaison approximative non symbolique et dans les tâches d'arithmétique exacte et pourrait expliquer la relation observée ?

Il est peu probable qu'une amélioration de la motivation ou de la confiance en soi puisse être ce mécanisme commun, puisqu'à la suite des entraînements dans l'étude de Hyde et al. (2014), l'amélioration des performances n'est observée que dans la tâche d'arithmétique et pas dans la tâche de complétion de phrases. Il est également peu crédible de penser qu'une amélioration des capacités de mémoire de travail pourrait expliquer ce transfert. En effet, tout d'abord la possibilité d'améliorer les capacités de mémoire de travail par l'entraînement, ainsi que d'un transfert vers d'autres capacités est encore sujet à débat (e.g., Redick et al., 2015). Ensuite, la brièveté de l'entraînement de cette étude (i.e., 1 seule séance de 60 essais) le rend peu propice à permettre une amélioration des capacités de mémoire de travail. Enfin, comme les entraînements contrôles (i.e., addition de longueurs de lignes et comparaison de luminance) mettaient également en jeu la mémoire de travail mais n'ont pas conduit à une amélioration des performances en arithmétique exacte, la mémoire de travail n'apparaît pas être un bon candidat pour jouer le rôle du mécanisme commun.

Deux hypothèses alternatives ont été proposées récemment par Hyde, Berteletti et Mou (2016) pour expliquer le transfert observé entre un entraînement du SAN et les performances en arithmétique exacte, et plus généralement pour expliquer la relation observée entre le SAN et le système symbolique des nombres. La première, appelée hypothèse d'un recouvrement opératoire (i.e., « Operational Overlap Hypothesis »), suppose que le mécanisme cognitif commun serait l'opération mentale réalisée. Cette hypothèse peut expliquer les résultats des études de Park et Brannon (2013 ; 2014) montrant que seul l'entraînement en arithmétique approximatif non symbolique conduit à une amélioration des performances en arithmétique exacte, puisque les deux épreuves ont en commun de réaliser des additions et des soustractions. Cependant, cette hypothèse n'explique pas les résultats de l'étude de Hyde et al. (2014), puisque chez les enfants de 6 ans, l'entraînement à la comparaison approximative non symbolique permet aussi d'améliorer leurs performances en arithmétique, alors que la même opération mentale n'est pas engagée. Elle n'explique pas non plus les résultats des études corrélationnelles, montrant une relation significative entre la précision du SAN mesurée par des tâches de comparaison approximative non symbolique et les compétences numériques exactes. La seconde hypothèse proposée par Hyde, Berteletti et Mou (2016), appelée hypothèse d'un recouvrement des représentations (i.e., « Representational overlap hypothesis ») ne stipule pas qu'un mécanisme cognitif commun soit engagé dans les deux tâches, mais que les représentations mentales mises en jeu dans les deux tâches se superposent partiellement (Figure 3.5). Cette idée est très proche de celle défendue dans le modèle du Triple Code (Dehaene, 1992), à la différence près que le Triple Code ne postule pas un recouvrement partiel, mais des relations, entre le SAN (i.e., le code des quantité) et le système symbolique des nombres (i.e., le code verbal et le code arabe). Elle constitue la théorie dominante actuelle expliquant pourquoi une relation serait observée entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes. Cette vision, ainsi que les interprétations alternatives de cette relation seront décrites dans la partie suivante.

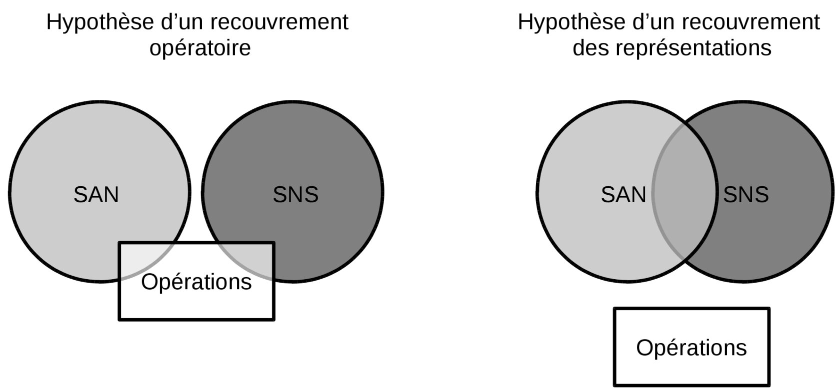


FIGURE 3.5: Diagramme schématique des hypothèses pouvant expliquer la relation entre le système approximatif du nombre (SAN) et le système symbolique du nombre (SNS). Le module appelé « Opérations » représente les opérations cognitives inpliquées dans la manipulation mentale des représentations numériques (d'après Hyde, Berteletti & Mou, 2016).

3.3.2 Différentes interprétations de cette relation

Comme nous l'avons déjà évoqué, la théorie dominante actuelle stipule que lorsque l'enfant apprend les nombres symboliques, il comprendrait leur signification en les associant à un système, déjà fonctionnel à la naissance, permettant de représenter les numérosités de manière approximative, appelé le SAN (Dehaene, 2010 ; Gallistel & Gelman, 1992). Cette idée est décrite plus en détails par Dehaene et Cohen (2007) à travers leur hypothèse du recyclage neuronal. Cette dernière hypothèse n'est pas spécifique à la cognition numérique. Elle propose que les circuits neuronaux impliqués dans les apprentissages fondamentaux appartenant spécifiquement à la culture humaine, comme la lecture ou l'arithmétique par exemple, seraient basés sur des circuits neuronaux anciens impliqués originellement dans des fonctions proches. Dans le cas de l'arithmétique, les circuits neuronaux anciens seraient donc situés dans le sillon intra-pariétal, supposé être le substrat cérébral du SAN. Afin de tenter d'expliquer ce processus, des modèles computationnels ont été proposés (e.g., Verguts & Fias, 2004b). Le modèle de Verguts et Fias (2004) est en accord avec l'idée du recyclage neuronal défendu par Dehaene et Cohen (2007). Il montre que des neurones, initialement dédiés au traitement des informations numériques non symboliques, peuvent « apprendre » à représenter la signification de symboles numériques. Les résultats de cette modélisation suggèrent que des propriétés initialement observées lors du traitement des nombres non symboliques, seraient transmises lors de cet apprentissage. Ceci est constaté par exemple par l'observation d'un effet de distance avec des nombres symboliques, comme avec des nombres non symboliques, même si d'après ce modèle, cet effet serait moindre avec les nombres symboliques. Ce modèle propose aussi une explication au raffinement de la représentation des numérosités lorsque des nombres symboliques sont impliqués. Si nous avons une représentation plus précise de la numérosité avec les nombres symboliques, ce serait parce que les neurones spécialisés pour répondre à une numérosité en particulier présenteraient une courbe d'activation beaucoup plus « étroite ». Autrement dit, l'activation d'une numérosité activerait très peu les numérosités voisines, contrairement à ce qui est observé dans le traitement des nombres non symboliques (Figure 3.6).

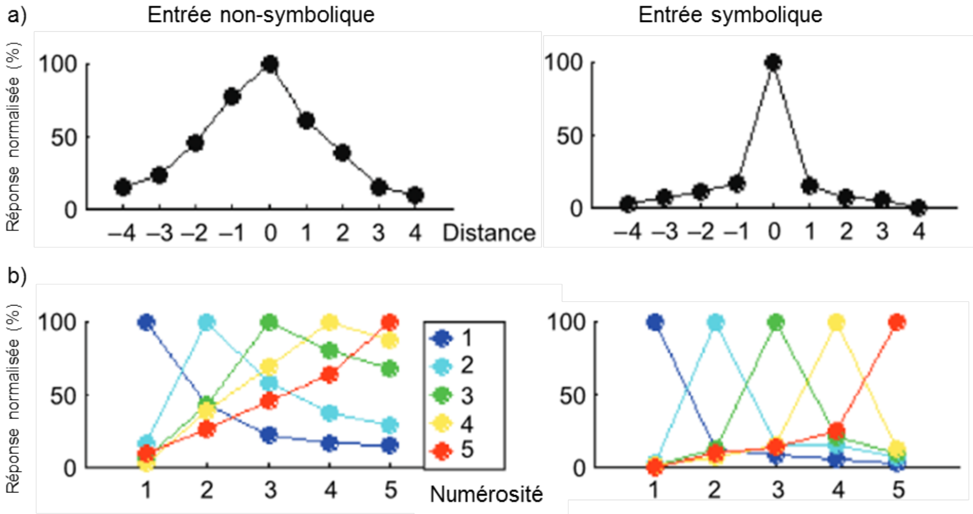


FIGURE 3.6: Données obtenues avec le modèle de Verguts et Fias, présentées en fonction du type de stimuli présentés en entrée : stimuli non symboliques (gauche) ou stimuli symboliques (droite). La réponse normalisée représente l'activité neuronale modélisée par le réseau de neurones utilisé. (a) Effet de distance. Avec une entrée symbolique, l'effet de distance observé est beaucoup moins important qu'avec une entrée non symbolique. (b) Réponse neuronale pour chacune des numérosités. Avec une entrée symbolique, la réponse des neurones spécialisés est beaucoup plus précise comparée à la courbe d'activation en cloche observée lorsque l'entrée est non symbolique (d'après Verguts & Fias, 2004).

Cependant, certains résultats issus d'expériences comportementales chez l'enfant sont difficilement interprétables dans le cadre de cette première proposition (pour revue, voir Leibovich & Ansari, 2016). Notamment, des résultats suggèrent que les enfants seraient capables d'associer les nombres symboliques avec la représentation de leur numérosité approximative, seulement après avoir acquis le principe de cardinalité (Le Corre & Carey, 2007 ; Odic, Le Corre, & Halberda, 2015). Autrement dit, ce ne serait pas l'association entre les nombres symboliques et le SAN qui leur permettrait d'acquérir la signification des nombres symboliques. Selon Carey, le SAN et le système des nombres symboliques seraient donc deux systèmes non reliés chez les enfants de moins de 3-4 ans, et l'association se ferait une fois le principe de cardinalité acquis. De plus, des résultats appuyant cette vision ont été observés dans des études cherchant à expliquer l'origine de troubles de l'apprentissage des mathématiques chez des enfants. En effet, ces études présentaient des résultats incongruents : tandis que certaines expériences montraient que la précision du SAN était plus faible chez des enfants présentant des troubles de l'apprentissage des mathématiques que chez des enfants sans difficulté particulière (e.g., Piazza et al., 2010), d'autres ne constataient pas de différence concernant la précision du SAN en tant que telle, mais constataient en revanche des différences dans les capacités à associer aux nombres symboliques une grandeur (e.g., Rousselle & Noël, 2007). En observant l'âge des enfants ayant participé à ces différentes études, Noël et Rousselle (2011) ont remarqué que le déficit dit de précision du SAN n'était observé que chez des enfants de plus de 8 ans, tandis que le déficit dans l'accès à la numérosité à partir des nombres symboliques était observé à tous les âges pour lesquels cette mesure avait été réalisée. Ces observations suggèrent que les troubles des apprentissages numériques seraient spécifiquement liés au traitement des nombres symboliques, et pas au traitement approximatif des nombres non symboliques. Une explication possible dans le cadre du modèle du Triple Code serait de supposer que les liaisons entre les codes symboliques (i.e., verbal et arabe) et le code des quantités (i.e., le SAN) sont déficitaires.

Noël et Rousselle (2011) ont suggéré une toute autre interprétation, en s'appuyant sur les travaux de Le Corre et Carey (2007). Selon ces auteurs, les nombres symboliques n'acquerraient pas leur signification en étant liés au SAN. De plus, deux représentations différentes des grandeurs existeraient, une sous-tendrait le traitement des nombres symboliques et l'autre le traitement des nombres non symboliques. Comme il avait déjà été suggéré par Carey (2004), ces deux systèmes ne seraient donc pas reliés chez les jeunes enfants, mais le deviendraient par la suite. Ainsi, selon ce nouveau cadre théorique, le déficit responsable des troubles des apprentissages numériques serait initialement lié au traitement des nombres symboliques. Une fois que les deux représentations seraient reliées, la précision du SAN, qui en l'absence de déficit du système symbolique aurait dû s'affiner, ne s'améliorera pas ou peu. Le SAN apparaîtra donc comme moins précis, ou déficitaire en comparaison avec celui des enfants du même âge. Cette vision est défendue également par Lyons, Ansari, et Beilock (2012). Ces derniers auteurs ont observé que des adultes présentaient des performances moindre dans une tâche de comparaison de nombres de format mixte (i.e., un nombre symbolique vs un nombre non symbolique), comparé aux performances obtenues dans une tâche de comparaison de nombres uniquement symboliques ou dans une tâche de comparaison uniquement non symbolique. Selon ces auteurs, ce résultat montre qu'un coût de transfert est observé dans la tâche mixte, possiblement dû au fait que deux systèmes différents sont mis en jeu. D'après cette vision, actuellement défendue par quelques auteurs (Carey, 2004 ; Leibovich & Ansari, 2016 ; Lyons et al., 2012 ; Noel & Rousselle, 2011), apprendre la signification des mot-nombres conduirait donc à l'émergence d'un nouveau système de représentation, qui serait exact et dont « le contenu sémantique serait basé sur l'information d'ordinalité contenue dans la séquence de symboles » (p. 51, De Smedt et al., 2013). Cette théorie alternative rappelle la proposition faite dans l'hypothèse d'un recouvrement opératoire (Hyde et al., 2016), dans laquelle le système des nombres symboliques était séparé du SAN. Bien que cette théorie puisse expliquer la relation observée entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes chez des enfants après l'âge de 8 ans, la manière dont elle pourrait expliquer cette relation avant cet âge est beaucoup moins claire.

Il a été suggéré que la relation entre la précision du SAN et les performances numériques exactes soit médiatisée totalement par des capacités cognitives générales. Ces propositions ont été faites à la suite d'études corrélationnelles, montrant qu'en mesurant les capacités d'inhibition ou d'autres fonctions exécutives, la relation entre le SAN et les performances numériques exactes diminuait grandement ou même disparaissait (e.g., Gilmore et al., 2013). Cependant cette proposition ne permet pas d'expliquer de manière convaincante la relation observée dans les études d'entraînement (Hyde et al., 2014 ; Park & Brannon, 2013, 2014). Prenons l'exemple de l'étude de Hyde et al. (2014) : en envisageant qu'il soit possible d'entraîner les capacités d'inhibition en une seule séance, la raison pour laquelle une amélioration de ces capacités conduirait à améliorer les compétences en arithmétique est confuse. De plus, les autres entraînements proposés auraient tout aussi bien pu entraîner les capacités d'inhibition que les entraînements basés sur le SAN (Hyde et al., 2016). Il est donc très peu probable que les capacités d'inhibition puissent être le processus cognitif médiateur de cette relation dans les études d'entraînement. Des études complémentaires sont nécessaires pour discuter cette proposition.

Un autre médiateur a également été proposé pour préciser la relation entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes. Cette proposition peut permettre de réconcilier, au moins en partie, les deux théories précédemment évoquées. Selon cette vision, la relation entre le SAN et les compétences numériques exactes serait totalement médiatisée par ce que nous avons appelé les capacités de mapping, et ce que les auteurs, mentionnés deux paragraphes au-dessus, appellent « traitement des nombres symboliques ». Pour expliquer le développement des compétences numériques exactes, cette proposition accorde à la fois un rôle à la précision du SAN et une importance primordiale au fait de pouvoir associer efficacement aux nombres symboliques leur signification. Des données appuyant cette suggestion ont récemment été publiées (Libertus, Odic, Feigenson, & Halberda, 2016 ; Wong, Ho, & Tang, 2016, voir les Figures 2.3 et 2.4).

3.4 Points clés du chapitre 3

- Nous considérerons le SAN comme un système pouvant traiter et représenter différents codes analogiques des quantités, notamment les numérosités et les distances.
- Chez l'enfant, le SAN peut traiter des informations auditives et visuelles. Aucune étude n'a montré qu'il pouvait traiter des informations tactiles.
- La précision du SAN augmente au cours du développement et ce jusqu'à environ 30 ans.
- La question de la malléabilité de la précision du SAN par l'entraînement est encore débattue.
- Deux principales interprétations ont été proposées pour expliquer la relation observée entre la précision du SAN et les performances numériques exactes. La première propose que les compétences numériques exactes s'appuient sur le SAN pour se développer, notamment concernant l'acquisition de la signification des nombres symboliques. La seconde propose que deux systèmes distincts coexistent, un est le SAN, l'autre est une représentation des nombres symboliques. Ces deux systèmes se lieraient après l'acquisition de la signification des nombres symboliques.

Chapitre 4

Introduction aux contributions expérimentales

L'ensemble des études présentées dans les chapitres 1 à 2 a cherché à dresser un état des lieux (non-exhaustif) des connaissances actuelles sur le développement des compétences numériques fondamentales, les prédicteurs des compétences numériques exactes et les interventions testées pour favoriser ces dernières. Ensuite, le chapitre 3 a présenté, plus en détails, les études décrivant le système approximatif du nombre, système dont la précision est un prédicteur supposé des compétences numériques exactes. Différentes interprétations proposées pour expliquer la relation que la précision du SAN entretient avec les performances numériques exactes ont aussi été exposées.

Ainsi, nous avons vu que la précision du SAN, la précision de mapping et les capacités de mémoire de travail jouent un rôle important parmi les prédicteurs des performances numériques exactes chez les enfants entre 4 et 10 ans. Nous avons vu aussi que bien qu'un grand nombre d'études mettent en jeu le SAN, les caractéristiques de ce système restent encore mal connues. De plus, la relation observée entre sa précision et les performances numériques exactes est encore sujette à débat. Enfin, encore peu d'études ont été consacrées à l'entraînement de la précision du SAN ou des capacités de mapping dans le but d'améliorer les compétences numériques exactes des enfants. Dans ce chapitre 4, nous allons présenter les objectifs généraux de la présente thèse et les questions spécifiques abordées. Ensuite, des considérations méthodologiques générales seront exposées.

4.1 Les objectifs généraux et questions spécifiques abordés

Parmi les nombreuses questions abordées dans les chapitres précédents, nous avons choisi de recentrer notre intérêt sur trois objectifs généraux : (1) examiner l'influence de différents prédicteurs des compétencesnumériques exactes chez l'enfant avant et après l'entrée dans les apprentissages numériques formels (2) explorer les caractéristiques du système approximatif du nombre et (3) tester des interventions destinées à favoriser les apprentissages numériques exacts, impliquant le système approximatif du nombre. Pour chacun de ces objectifs, des questions particulières seront abordées. Elles sont développées dans les parties suivantes.

4.1.1 Objectif 1 : examiner l'influence de différents prédicteurs des compétences numériques exactes chez l'enfant, avant et après l'entrée dans les apprentissages numériques formels

Précision du SAN, capacité de mapping et mémoire de travail : l'importance de ces prédicteurs des compétences numériques change-t-elle entre 5 et 7 ans ?

La méta-analyse de Fazio et al. (2014) a montré que la relation entre la précision du SAN et les performances générales en mathématiques était plus importante avant l'âge de 6 ans (r = .40), qu'après (r = 17, entre 6 et 18 ans ; r = .21, à l'âge adulte). Récemment, de nombreux modèles se sont intéressés à expliquer la relation entre la précision du SAN et les compétences générales en mathématiques, en étudiant l'influence de potentiels médiateurs dans ce lien ainsi qu'en cherchant à prendre en compte les capacités cognitives générales, comme l'intelligence ou la mémoire de travail. Il a notamment été montré que les capacités de mapping (i.e., association nombres symboliques et SAN) pouvaient être médiatrices de cette relation (Cirino, 2011 ; Kolkman, Kroesbergen, & Leseman, 2013 ; Libertus, Odic, Feigenson, & Halberda, 2016 ; Wong, Ho, & Tang, 2016), mais pas à tous les âges (Fazio et al., 2014). De plus, la mémoire de travail semble aussi entrer en jeu dans ces relations, mais son rôle est encore peu clair (Geary, 2013 ; Wong et al., 2016 ; Xenidou-Dervou, De Smedt, van der Schoot, & van Lieshout, 2013). En prenant en compte la précision du SAN, les capacités de mapping, et les capacités de mémoire de travail, observe-t-on que le poids de ces trois prédicteurs des compétences numériques évolue avec l'âge ? De plus, les capacités de mapping sont-elles médiatrices de la relation entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes avant et après 6 ans ?

4.1.2 Objectif 2 : explorer les caractéristiques du système approximatif du nombre

Chez l'enfant, le SAN peut-il traiter des informations tactiles ?

Chez l'enfant, le SAN peut traiter des informations visuelles et auditives (e.g., Barth et al., 2005). Chez l'adulte, il semble pouvoir aussi traiter des informations tactiles puisque dans une tâche de jugement de numérosité (e.g., déterminer combien de sphères ont été touchées), les réponses données par les participants sont cohérentes avec la quantité réelle mais imprécises suggérant que l'estimation serait impliquée (e.g., Plaisier, Bergmann Tiest, & Kappers, 2009). Dans la tâche de jugement de numérosité, il s'agit d'associer un symbole numérique, verbal ou écrit à une numérosité. Si cette tâche met bien en jeu l'estimation, elle consiste donc à mesurer les capacités de mapping des participants, il ne s'agit pas d'une mesure de la précision du SAN. Actuellement, aucune tâche existante ne permet de mesurer les capacités numériques non symboliques par le toucher. De plus, chez l'enfant, aucune donnée ne suggère que le SAN pourrait traiter des informations tactiles. Dans une tâche de comparaison approximative de nombres non symboliques tactile, retrouve-t-on l'effet de ratio sur les réponses des participants, signature de l'implication du SAN ? Si le SAN peut traiter des numérosités perçues tactilement, observe-ton qu'avec cette nouvelle mesure tactile, sa précision s'améliore avec l'âge comme il est observé avec une mesure visuelle ?

La relation entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes est-elle seulement observée avec la modalité visuelle ou peut-on la constater également avec la modalité tactile ?

Il a été montré que lorsqu'elle est mesurée avec la vision, la précision du SAN est reliée aux compétences numériques exactes. Puisque le SAN permet de représenter les grandes numérosités de manière abstraite (Izard, Sann, Spelke, & Streri, 2009), la relation observée entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes ne devrait pas être observée seulement avec la modalité visuelle. En utilisant deux tâches pour mesurer la précision du SAN, mettant en jeu deux modalités sensorielles différentes, dont les caractéristiques diffèrent le moins possible et impliquant un minimum de capacités cognitives générales, retrouve-t-on les mêmes relations entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes ? Le choix de la modalité visuelle et de la modalité tactile est le plus approprié pour pouvoir créer des tâches avec un minimum de différences méthodologiques et impliquant le moins possible la mémoire de travail. En effet, les deux modalités peuvent permettre d'utiliser une tâche de comparaison de deux ensembles d'objets présentés simultanément, tâche vue comme étant celle impliquant le moins la mémoire de travail (Dietrich, Huber, & Nuerk, 2015). De plus, les mêmes contrôles peuvent être utilisés dans les deux modalités. La mesure de la précision du SAN obtenue avec une tâche tactile corrèle-t-elle également avec les performances des enfants en arithmétique exacte ?

La précision du SAN est-elle malléable chez l'enfant ? Davantage dans une modalité sensorielle que dans une autre ?

L'observation de l'effet d'hystérésis de confiance dans une tâche de comparaison approximative de nombres non symboliques visuelle suggère que la précision du SAN présente une part de malléabilité chez l'enfant (Wang, Odic, Halberda, & Feigenson, 2016). Rappelons que cet effet conduit à des réponses plus précises des enfants dans cette tâche lorsque l'ordre de difficulté des essais est croissant. Cependant la question de la malléabilité du SAN est encore discutée (Lindskog, Winman, & Juslin, 2013). Pour entraîner le SAN dans le but d'améliorer les compétences numériques générales, il est nécessaire de déterminer s'il est possible d'améliorer durablement sa précision (NB : par précision nous entendons ici la mesure réalisée grâce aux tâches de comparaison approximative de nombres non symboliques). De plus, le degré de malléabilité de la précision du SAN dépend-il de la modalité sensorielle mise en jeu dans la tâche ? Une amélioration de la précision du SAN dans une modalité sensorielle est-elle transférable à l'autre modalité sensorielle ?

4.1.3 Objectif 3 : tester des interventions destinées à favoriser les apprentissages numériques exacts et impliquant le système approximatif du nombre

Peut-on améliorer les compétences numériques exactes en entraînant la précision du SAN ?

Les interventions basées sur l'entraînement des capacités numériques semblent être celles se révélant les plus efficaces en comparaison avec celles basées sur l'entraînement des capacités cognitives générales. Compte tenu de la relation observée entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes, avoir un SAN précis coïnciderait avec le fait d'avoir de bonnes performances numériques exactes, comme par exemple de bonnes capacités en arithmétique mentale. La seule étude actuelle ayant entraîné les capacités d'approximation des numérosités chez les enfants a été réalisée à l'âge de 6 ans et ne montre aucune amélioration de la précision du SAN (Hyde et al., 2014). Cependant, malgré cela, les enfants ayant reçu cet entraînement ont obtenu de meilleures performances à un test d'arithmétique exacte réalisé consécutivement à l'entraînement. Cet effet n'a pas encore été interprété clairement. Il a été suggéré que l'entraînement aurait agi comme une sorte d'amorce, favorisant par la suite la résolution d'opérations arithmétiques. Comme il a été montré que la relation entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes est plus importante avant l'âge de 6 ans qu'après (Fazio et al., 2014), nous pouvons supposer que des entraînements de ce type seraient plus efficaces auprès d'enfants de moins de 6 ans qu'auprès d'enfants plus âgés. De plus, une question reste toujours en suspens : ce type d'entraînement permet-il seulement de créer une facilitation pour résoudre des opérations arithmétiques ou bien peut-il conduire à une amélioration de la précision du SAN ? Cette potentielle amélioration de la précision du SAN entraînerait-t-elle une amélioration des compétences numériques exactes ? Si l'entraînement n'agit que comme une amorce, autrement dit si aucune amélioration de la précision du SAN n'est observée mais qu'en revanche les performances en arithmétique se sont améliorées à la suite de l'entraînement, cette amorce est-elle efficace quelques jours après ? Enfin, la modalité sensorielle mise en jeu dans l'entraînement a-t-elle une influence sur l'efficacité de cet entraînement ?

Peut-on améliorer les compétences numériques exactes en entraînant la précision de l'association entre les nombres symboliques et le SAN ?

Une autre façon de mettre en jeu le SAN dans des interventions est d'entraîner la relation entre les nombres symboliques et leur représentation analogique (i.e., le SAN. Ici le SAN sera considéré dans sa définition la plus large décrite par l'ATOM (Walsh, 2003), incluant l'espace comme grandeur). Des entraînements au mapping entre espace, nombres symboliques et représentation analogique des nombres se sont déjà montrés efficaces pour améliorer les compétences numériques exactes (e.g., Ramani & Siegler, 2011 ; Vilette, 2009). Concernant le jeu numérique linéaire de Siegler et Ramani (2008), plusieurs interprétations sont évoquées pour expliquer son efficacité. Cette dernière résiderait notamment dans sa forme linéaire, et serait facilitée par la cooccurrence de multiples indices sensoriels utilisés pour encoder l'information de numérosité. Tous les indices sensoriels sont-ils importants pour que ce jeu soit efficace ? Notamment, l'action réalisée par l'enfant pendant ce jeu a-t-elle un rôle dans son efficacité ? Par cette question, nous avons cherché à savoir si le jeu numérique linéaire utilisé en classe serait efficace en étant réalisé en présentation magistrale, c'est-à-dire par exemple au tableau lors d'une séance collective.

Peut-on améliorer la précision de l'association entre les nombres symboliques et le SAN chez les enfants par « calibration visuelle » ?

Les tâches consistant à associer des quantités discrètes approximatives avec des nombres symboliques, appelées tâches d'estimation, mettent également en jeu les capacités de mapping.

Ce mapping peut être réalisé dans une direction, de la quantité approximative au nombre symbolique (i.e., estimation par perception), ou dans l'autre, du nombre symbolique à la quantité approximative (i.e., estimation par production). Le phénomène de calibration, consiste à présenter une association référente au participant avant de réaliser une tâche de mapping, comme par exemple présenter le nombre symbolique 30 associé à la quantité 30, représentée par 30 points. Ce phénomène s'est montré efficace pour modifier les capacités de mapping des adultes (e.g., Izard & Dehaene, 2008; Sullivan & Barner, 2013) et des enfants (Sullivan & Barner, 2014) dans une tâche d'estimation par perception. Ces études n'avaient cependant pas pour objectif d'améliorer les capacités de mapping. L'unique étude réalisée chez l'enfant dans le but d'améliorer leurs capacités de mapping (Cañizares & Crespo, 2011) présente des problèmes méthodologiques ne permettant pas de savoir clairement si ce phénomène est réellement efficace chez l'enfant. Avant d'envisager un transfert vers les compétences numériques exactes, il est nécessaire de s'assurer que le phénomène de calibration permet bien à l'enfant d'associer plus précisément des quantités approximatives et des nombres symboliques. Le phénomène de calibration peut-il être utilisé pour améliorer les capacités de mapping chez l'enfant ?

4.2 Présentation générale des six études

Les six études comportementales présentées dans cette thèse cherchent à apporter des éléments de réponse aux questions particulières qui ont été développées ci-dessus. Dans l'**étude 1**, la question s'intéressant à l'importance de la précision du SAN, des capacités de mapping et de la mémoire de travail en tant que prédicteurs des compétences numériques a été examinée auprès d'enfants de 5 ans et d'enfants de 7 ans. La comparaison entre les deux groupes d'âge a permis de déterminer si le poids de ces prédicteurs changeait avec le développement et l'éducation. Dans l'**étude 2**, une tâche tactile nouvellement construite a été utilisée auprès d'enfants de 5 ans et d'enfants de 7 ans, de manière à observer si leurs réponses obéissaient bien à la loi de Weber, preuve de l'implication du SAN. La comparaison entre les deux groupes d'âge a permis d'observer le développement des capacités d'approximation des quantités avec le toucher. Dans l'**étude 3**, le développement des capacités d'approximation des quantités avec la vision et le toucher, ainsi que de leur relation avec l'arithmétique exacte ont été étudiés avec quatre groupes d'âge différents : 5 ans, 10 ans, 14 ans et adulte. Dans l'**étude 4**, la possibilité d'améliorer la précision du SAN par des entraînements visuels ou tactiles auprès d'enfants de 5 ans a été examinée. La question de la malléabilité du SAN dans les modalités visuelle et tactile a ainsi été abordée. De plus, la relation causale entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes a été testée, en observant si après des entraînements du SAN, une amélioration des compétences numériques exactes était observée. Dans l'**étude 5**, le jeu numérique linéaire (Ramani & Siegler, 2008) a été modifié en deux versions très contrastées pour tester l'effet de l'action motrice de l'enfant sur son efficacité pour améliorer les capacités de mapping et d'autres compétences numériques. Ces deux versions ont été utilisées auprès d'enfants de 5 ans. Dans l'**étude 6**, l'efficacité du processus de calibration sur les capacités de mapping a été testée chez l'adulte et chez l'enfant de 7 ans. Les capacités de mapping ont été mesurées par deux types d'estimation : estimation par perception (i.e., de la quantité au mot-nombre) ou estimation par production (i.e., du mot-nombre à la quantité). Ces études seront décrites, dans les chapitres 5 à 8.

4.3 Considérations méthodologiques

La majorité des études présentées ci-après se sont intéressées à la précision du SAN. Comme nous l'avons déjà souligné dans le chapitre 3, il n'existe pas de consensus concernant la manière idéale de mesurer la précision du SAN. Un certain nombre de choix ont donc dû être réalisés, aussi bien pour la sélection d'une tâche visuelle et la détermination de ses caractéristiques, mais aussi pour la construction d'une nouvelle tâche tactile, que nous souhaitions le plus similaire possible à la tâche visuelle. Ces choix sont exposés et justifiés dans les parties suivantes.

4.3.1 Choix d'une tâche visuelle pour mesurer la précision du SAN

Dans les études de cette thèse, avec la modalité visuelle, nous avons choisi d'utiliser des tâches de comparaison de deux ensembles d'objets présentés simultanément, sous la forme de deux nuages spatialement séparés. Nous avons donc utilisé la tâche appelée Panamath, créé par Halberda et ses collègues (2008), configurable selon nos choix. La mesure utilisée est le pourcentage de réponses correctes. Concernant les contrôles, nous avons choisi de contrôler l'indice visuel le plus influant chez l'enfant de maternelle, d'après l'étude de Rousselle et al. (2004) : la surface totale recouverte par les objets. Comme le fait de contrôler cet indice produit une situation d'incongruence entre la taille des objets et la numérosité, un second contrôle a été utilisé de manière à pouvoir comparer les performances des participants en fonction du contrôle mis en jeu et éventuellement déceler un effet d'incongruence. Nous avons donc utilisé deux sets différents de comparaisons : dans le premier, la surface totale recouverte par les objets est identique pour les deux numérosités présentées, dans le second, la taille moyenne des objets est identique pour les deux numérosités présentées. L'utilisation de ces deux sets permet de vérifier que le jugement des participants n'est pas uniquement basé sur un des deux indices visuels contrôlés : si les performances dans un des deux sets ne diffèrent pas du hasard, nous l'interpréterons comme la preuve que le participant n'a pas basé son jugement sur la numérosité. Ce type de contrôle est utilisé par de nombreux auteurs (e.g., Chu et al., 2015 ; Fazio et al., 2014 ; Halberda et al., 2008 ; Piazza et al., 2013). Ce choix a l'avantage de peu impliquer les capacités d'inhibition. En revanche, il ne permet pas d'affirmer que le choix fait par le participant est lié essentiellement à la numérosité, puisque la densité et l'étendue ne sont pas contrôlées. La question de savoir si le participant utilise un système spécialisé dans le traitement des grandeurs numériques ou un système plus général intervenant dans le traitement de toutes les grandeurs n'est pas étudiée dans cette thèse. C'est pourquoi nous considérerons que quelle que soit sa nature, il existe un système qui permet de discriminer approximativement des quantités, discrètes et/ou continues et nous y ferons référence par l'acronyme SAN, même si certains auteurs dédient plutôt cette appellation au système de traitement des quantités discrètes.

4.3.2 Choix pour construire une tâche tactile mesurant les capacités numériques non symboliques

Comme il n'existait pas de tâche tactile permettant de mesurer les capacités numériques non symboliques, des choix ont également dû être faits pour construire la tâche utilisée dans les études de cette thèse. Pour faire ces choix, il a d'abord été nécessaire de prendre en compte les caractéristiques des deux types de perception tactile : la perception tactile passive et la perception tactile active. Rappelons que la perception tactile passive, aussi appelée perception cutanée est impliquée quand une stimulation extérieure est appliquée sur une partie immobile du corps (Gibson, 1962 ; Hatwell, Streri, & Gentaz, 2000). Etre passivement touché a tendance à attirer l'attention d'un individu sur ses propres sensations corporelles, comme par exemple la différence de température entre le stimulus et le corps ou encore la sensation de douleur ressentie lorsqu'un objet pointu entre en contact avec la peau. La perception tactile active, appelée également perception haptique ou encore perception tactilo-kinesthésique, nécessite la réalisation de mouvements d'exploration volontaires et a tendance à guider l'attention d'un individu vers les propriétés de son environnement extérieur (Lederman & Klatzky, 2009). Nous avons choisi d'utiliser la perception haptique dans notre tâche destinée à mesurer la précision du SAN, pour des raisons écologiques et pour pouvoir plus facilement utiliser une tâche de comparaison de deux ensembles d'objets présentés simultanément. En effet, dans la vie quotidienne, il est beaucoup plus courant d'appréhender des numérosités avec le toucher actif, par exemple lorsqu'on cherche des objets dans sa poche, qu'avec le toucher passif. Par exemple, ressentir simultanément des vibrations à différents endroits de son corps, comme dans l'étude de Gallace et al. (2007) n'est pas une situation commune.

Pour réaliser notre tâche haptique, nous avons choisi de mettre en jeu un minimum d'indices pouvant influencer le traitement de la numérosité et un minimum de procédures exploratoires manuelles différentes (Lederman & Klatzky, 1987, Figure 4.1) afin de minimiser les bruits de mesure. C'est pourquoi, nous avons conçu notre tâche de manière à ce qu'elle soit (presque) en deux dimensions, pour que le poids et le volume de chaque ensemble n'influencent pas le traitement de la numérosité. La perception de deux ensembles d'objets, dans le but de les discriminer selon leur numérosité n'est pas référencée dans les propriétés citées par Lederman et Klatzly (1987) et n'est donc associé à aucune procédure exploratoire. Nous avons donc choisi de mettre en jeu la procédure d'exploration par frottement latéral, puisqu'elle apparaissait être la procédure la plus adaptée à la perception d'ensembles d'objets en relief. Avant la réalisation de la tâche, cette procédure d'exploration est explicitée et le participant est invité à l'expérimenter pendant les essais d'entraînement. D'autres caractéristiques importantes liées à la perception haptique ont également dû être prises en compte pour la conception de la tâche haptique, en particulier sa relative lenteur (Heller & Gentaz, 2013) par rapport à la perception visuelle et son coût cognitif. Il en résulte que pour adapter une tâche initialement visuelle en une tâche haptique, le nombre d'essais doit être adapté de manière à ne pas créer une trop grande différence entre les deux tâches concernant la durée et le coût cognitif impliqué (cf. Heller et al., 2009 pour une démarche identique).

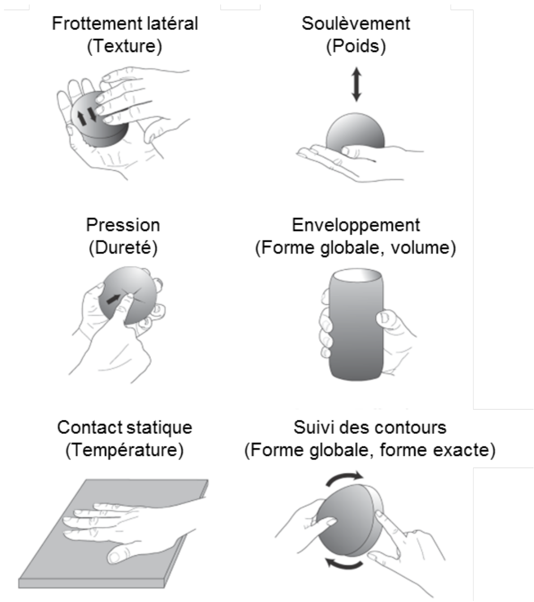


FIGURE 4.1: Six procédures d'exploration manuelle, associées aux propriétés des objets (entre parenthèses) qu'elles permettent d'identifier (d'après Lederman & Klatzky, 2009).

Pour conclure, afin de pouvoir obtenir une mesure du SAN avec la modalité haptique, la « plus pure possible », nous avons choisi d'utiliser une tâche de comparaison de deux ensembles d'objets présentés simultanément, sous la forme de deux nuages spatialement séparés. La version comportant des nuages « entremêlés » ne convenait pas pour la modalité haptique car elle aurait nécessité une exploration beaucoup trop longue et coûteuse pour pouvoir distinguer les deux ensembles. Dans cette tâche, les deux ensembles d'objets sont des pastilles en relief. Ils sont explorés simultanément par la main droite pour l'ensemble de droite et par la main gauche pour l'ensemble de gauche, en utilisant la procédure de frottement latéral. Le temps d'exploration est suffisamment long pour permettre l'exploration entière de chaque ensemble, mais aussi suffisamment court pour que le dénombrement des ensembles ne soit pas possible (i.e., 10 s). Le nombre d'essais est fixé à 30 (i.e., deux fois moins que dans la tâche visuelle), de manière à garder tout de même un nombre important d'essais pour la fiabilité de la mesure tout en diminuant la durée de la tâche à moins de 10 minutes. Les mêmes contrôles que ceux utilisés dans la tâche visuelle sont utilisés dans la tâche haptique, pour les mêmes raisons que celles évoquées dans le paragraphe traitant des choix faits pour la tâche visuelle, et de manière à obtenir des tâches différant le moins possible l'une de l'autre. De même, la mesure utilisée est également le pourcentage de réponse correct.

Deuxième partie

Études expérimentales

Chapitre 5

Les facteurs cognitifs prédicteurs des compétences numériques exactes changent-ils avec l'âge ?

Entre 5 et 7 ans, avant et après l'entrée à l'école élémentaire, de nombreux changements cognitifs sont observés chez l'enfant. Tout d'abord, il développe ses compétences numériques dites « exactes ». Les compétences numériques exactes regroupent les compétences ayant fait l'objet d'un apprentissage explicite et permettant de manipuler des numérosités exactes via l'utilisation de nombres symboliques. Il s'agit par exemple du dénombrement, du calcul exact ou encore de la résolution de problèmes. Entre 5 et 7 ans, des changements opèrent également concernant les capacités cognitives spécifiques, c'est-à-dire certaines capacités numériques basiques. Notamment, l'enfant devient de plus en plus précis dans son appréhension approximative des quantités (Halberda & Feigenson, 2008). Cette capacité est couramment appelée la précision du système approximatif du nombre (SAN). De même, en apprenant de nouveaux nombres symboliques, sous la forme de mots-nombres et de nombres écrits en chiffres arabes, l'enfant va devoir accéder à leur sémantique pour pouvoir les manipuler, les comparer, les additionner, etc. La précision de cette capacité à « associer aux nombres symboliques des grandeurs approximatives» est appelée la précision du « mapping » et elle s'améliore également entre 5 et 7 ans (Siegler & Booth, 2004). Durant cette période, parallèlement aux apprentissages disciplinaires, l'enfant va aussi renforcer ses capacités cognitives générales. Notamment, les capacités de mémoire de travail s'améliorent particulièrement entre 5 et 7 ans, due, au moins en partie, à l'élaboration de nouvelles stratégies pour maximiser leur rétention, comme celle dite de répétition subvocale (Camos & Barrouillet, 2011).

La précision du système approximatif du nombre (SAN), la précision du mapping et les capacités de mémoire de travail, sont reconnus comme étant des prédicteurs des compétences numériques exactes (cf. Chapitre 2). Autrement dit, ils sont supposés exercer une influence dans les apprentissages numériques exacts. Dans la présente étude nous nous sommes intéressés aux relations entre ces trois facteurs et les performances en arithmétique. Les relations observées avant et après l'entrée à l'école élémentaire ont été comparées. Une attention particulière a été portée à la relation entre la précision du SAN et les performances en arithmétique. Il s'agissait de tester une hypothèse actuelle postulant que cette relation pouvait être médiatisée par la précision du mapping. Cette hypothèse constitue une tentative d'explication de la relation observée entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes.

5.1 Etude 1 - Prédire les performances des enfants en arithmétique exacte : des changements développementaux entre 5 et 7 ans

Encadré 5.1: Résumé de l'étude 1

Entre 5 ans et 7 ans, une période coïncidant avec l'entrée à l'école élémentaire, de nombreux changements cognitifs sont observés chez l'enfant, affectant aussi bien les capacités cognitives générales que les capacités cognitives spécifiques. La présente étude s'intéresse aux changements concernant les facteurs susceptibles d'influencer la réussite en arithmétique. Plus particulièrement elle étudie les relations entre la précision du système approximatif du nombre (SAN), la précision de la capacité à associer aux nombres symboliques des grandeurs approximatives (i.e., le « mapping »), les capacités de mémoire de travail (MDT), et les performances en arithmétiques, et compare les relations observées à 5 ans et à 7 ans. Les résultats montrent que le poids des différents prédicteurs de la réussite en arithmétique change singulièrement au cours du développement. A 5 ans, la précision du SAN et la précision du mapping sont les prédicteurs principaux des performances en arithmétiques. En revanche, à 7 ans, il s'agit de la précision du mapping et des capacités de MDT. De plus, la précision du mapping apparaît comme médiateur partiel de la relation entre la précision du SAN et les scores en arithmétique à l'âge de 5 ans, mais pas à l'âge de 7 ans. Ces résultats suggèrent que l'influence de la précision du SAN sur la réussite en arithmétique diminue après l'entrée dans les apprentissages formels tandis que l'influence exercée par la MDT augmente. Ces observations sont compatibles avec l'hypothèse postulant que la précision du SAN étaye directement la capacité à associer des grandeurs approximatives aux nombres symboliques, et indirectement la réussite en arithmétique.

Article

Cette étude est en révision après soumission dans la revue Journal of Experimental Child Psychology.

Gimbert, F., Camos, V., Gentaz, E., & Mazens, K. (under review). What predicts arithmetic achievement? Developmental change between 5- and 7-year-olds.

5.1.1 Introduction

The cognitive foundations of children's mathematical learning constitute a current and fruitful topic in numerical cognition. Many studies were interested in identifying math-specific cognitive precursors for mathematics achievement at an early age (Chu, vanMarle, & Geary, 2015 ; Cragg & Gilmore, 2014 ; Dehaene, 2010 ; LeFevre et al., 2010 ; Sasanguie, De Smedt, Defever, & Reynvoet, 2012). Among these predictors, the importance of the ability to mentally represent and manipulate approximate magnitude is particularly debated. This primitive ability to make approximate numerical judgments, shared by humans and nonhumans animals, relies on a common nonverbal system used to represent quantities, named the Approximate Number System (ANS). Another ability, the mapping between numeral symbols and their correspondent magnitude, has also been proposed as a predictor of mathematics achievement (e.g., De Smedt, Verschaffel, & Ghesquière, 2009 ; Siegler & Booth, 2004). Both abilities have been shown to depend on working memory (WM) capacity (e.g., Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent, & Numtee, 2007 ; Xenidou-Dervou, De Smedt, van der Schoot, & van Lieshout, 2013), as mathematics achievement (for a meta-analysis, see Friso-van den Bos, van der Ven, Kroesbergen, & van Luit, 2013). Although ANS acuity, mapping between number symbols and magnitude, and working memory are considered as relevant predictors of mathematics achievement in recent theoretical and empirical models (Geary, 2013 ; Wong, Ho, & Tang, 2016), no study directly examined yet the relationship between these capacities and their impact on mathematics achievement at different age through development. Indeed, previous research, studying these predictors and mathematics achievement, has mostly been conducted with one age group (Xenidou-Dervou et al., 2013) or with a longitudinal design (Wong et al., 2016). The innovative approach of the present study relies on the assessment of developmental changes in kindergarten children and children in first year of formal schooling. Specifically, we focus on potential changes in the respective weight of these different predictors on mathematics achievement. We also examine the hypothesis that considers the accuracy of mapping between number symbols and magnitude as a potential mediator between ANS acuity and mathematics achievement at the two ages.

The role of approximate number system acuity

ANS acuity is the degree of precision with which one quantity can be discriminated from another one. To measure it, most studies use the nonsymbolic number comparison task. In this task, participants are presented with two distinct sets of dots on a screen and are asked to find the largest one (Dietrich, Huber, & Nuerk, 2015). A major feature of the ANS is that it follows Weber's law, that is, discriminability of two quantities depends on their ratio rather than on their absolute numerical difference (Moyer & Landauer, 1967). Some authors assume that ANS could serve as a foundation for mathematical skills development (Dehaene, 2001 ; Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004 ; for review, see Feigenson, Libertus, & Halberda, 2013). Whereas many studies revealed a relationship between ANS acuity and mathematics achievement in adults and children (Halberda, Ly, Wilmer, Naiman, & Germine, 2012 ; Halberda, Mazzocco, & Feigenson, 2008 ; Libertus, Feigenson, & Halberda, 2011), many other studies (for review, see De Smedt et al., 2013) did not find such relation with adults and with elementary school children (Holloway & Ansari, 2009 ; Vanbinst, Ghesquiere, & De Smedt, 2012). Three meta-analyses however recently confirmed modest but significant relations ($r \approx .20$) between performance on ANS tasks and mathematics achievement (Chen & Li, 2014 ; Fazio, Bailey, Thompson, & Siegler, 2014 ; Schneider et al., 2016). In addition, if the sensitivity to approximate quantities does serve as a foundation for mathematical skills development, individual differences in ANS acuity should affect their acquisition. Many correlational studies supported this view (for review, see Feigenson et al., 2013), including longitudinal data showing that ANS acuity at 6 months of age predicted mathematics test scores at 3.5 years of age (Starr, Libertus, & Brannon, 2013). Overall, the nature of the mechanisms underlying the relation between ANS acuity and mathematics achievement, and its development remain largely unexplored.

The role of the precision of mapping between number symbols and magnitude

The mapping between number symbols and magnitude refers to the ability to associate symbolic numbers (i.e., number word or Arabic numeral) and their corresponding magnitudes. Its precision is commonly measured with two kinds of tasks : symbolic number comparison or estimation. In symbolic number comparison tasks, the participants have to indicate which of the two presented numbers is larger. Performance in symbolic number comparison tasks have been showed to be related with mathematics achievement (for a meta-analysis, see Schneider et al., 2016). In estimation tasks, participants have to produce an analogical representation of quantity from a symbolic number or the opposite. In children, the number line estimation task, proposed by Siegler and Opfer (2003), has been used extensively in many studies in children at different ages (e.g., Booth & Siegler, 2006 ; Geary, 2011). In this task, participants are presented with symbolic numbers and are asked to estimate their positions on an horizontal line with numbers only at its both ends (e.g., 0-10, 0-100, or 0-1000). The distance between 0 and the estimated position for a given number represents its magnitude. In 5-, 6-, and 7-year-old children particularly, the estimates' errors in the number line estimation task have been shown to correlate with mathematics achievement (Siegler & Booth, 2004).

The role of working memory capacity

WM is in charge of holding and manipulating information in mind. Its capacity is usually measured in young children using backward recall tasks, as the backward digit span task (e.g., in Wong, Ho, & Tang, 2016) or the backward word recall (e.g., in Xenidou-Dervou et al., 2013). Working memory capacity is known to predict school achievement (e.g., Gathercole, Pickering, Knight, & Stegmann, 2004), and especially to be related to mathematics achievement (for a review, see Raghubar, Barnes, & Hecht, 2010 and Cragg & Gilmore, 2014). In primary school children (i.e., between 4 and 12 years of age), a recent meta-analysis revealed that WM was associated with mathematical performance (Friso-van den Bos et al., 2013).

The integrative role of ANS acuity, the precision of mapping between number symbols and magnitude, and working memory capacity

One current hypothesis assumes that the link between ANS acuity and mathematics achievement could be mediated by the precision of mapping between number symbols and magnitude representations (e.g., Geary, 2013 ; Libertus, Odic, Feigenson, & Halberda, 2016 ; Wong, Ho, & Tang, 2016). According to this hypothesis, children with a high ANS acuity should be able to precisely associate number symbols with the magnitude they represent and consequently should demonstrate better mathematics abilities than children with a low ANS acuity. This view is in line with authors assuming that number symbols can acquire their meaning when mapped to the ANS (for review, see Feigenson, Libertus, & Halberda, 2013). An alternative view assumes that ANS acuity and symbolic numbers develop independently (e.g., Le Corre & Carey, 2007 ; Lyons, Ansari, & Beilock, 2012). According to these authors, symbolic numbers are processed in a different cognitive system than the ANS. The mapping between number symbols and magnitude representations could only occur once the children know the symbolic numbers. Considering the precision of mapping between number symbols and magnitude as a mediator between ANS acuity and mathematics achievement do not contradicts however this second view if children already acquired the symbolic numbers.

Only few studies directly tested the hypothesis assuming the precision of mapping between number symbols and magnitude as a mediator between ANS acuity and mathematics achievement. On the one hand, Pinheiro-Chagas et al. (2014) showed that 10-year-old children's performance in an estimation task partially mediated the effect of ANS acuity in exact calculation. On the other hand, at the same age, no factor was found to mediate the relationship between ANS acuity and mathematics achievement (Fazio et al., 2014). Indeed, ANS acuity and performance in a number line estimation task had independent effects on mathematics achievement, and were not related to each other. Importantly, these two studies used different tasks in order to measure the precision of mapping between number symbols and magnitude, making difficult the direct comparison between studies and age groups. Because of such methodological differences and discrepant results it remains unclear whether the precision of mapping between number symbols and magnitude could mediate the relationship between ANS acuity and mathematics achievement.

Moreover, sparse studies were conducted in children younger than 7 years of age. In a longitudinal study in children from 6- to 7-year-olds, Wong, Ho and Tang (2016) observed the following relationship : ANS acuity at 6-year-olds was related to the precision of mapping between number symbols and magnitude at 6-years-old and 5 months which in turn was related to exact symbolic arithmetic performance at 7-year-olds. In children between 5- and 7-year-olds, Libertus, Odic, Feigenson, and Halberda (2016) found that estimation's variability, but not accuracy mediated the link between ANS acuity and mathematics achievement. More developmental data are necessary in order to know whether such mediated relationship could be observed across lifespan or only at specific age-periods.

Only few studies, were interested in the effect of WM capacity on nonsymbolic approximate performance (Xenidou-Dervou et al., 2013 ; Xenidou-Dervou, van Lieshout, & van der Schoot, 2014). WM capacity was shown to influence 5-year-old children's performance in ANS tasks, such as nonsymbolic addition and nonsymbolic comparison. Furthermore, WM capacity was shown to be related to performance in the number line estimation task in kindergarten (Friso-van den Bos, Kroesbergen, & van Luit, 2014), first and second graders children (Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent, & Numtee, 2007 ; Geary, Hoard, Nugent, & Byrd-Craven, 2008).

Developmental changes between 5- and 7-year-olds

Between 5- and 7-year-olds, changes occur in ANS acuity, the precision of the mapping between number symbols and magnitude, and WM capacity. First, ANS acuity has been shown to improve over the course of development, with greatest changes experienced early in life (Halberda et al., 2012 ; Halberda & Feigenson, 2008 ; Piazza et al., 2010), and to improve with education, especially with instruction in symbolic enumeration and arithmetic (Piazza, Pica, Izard, Spelke, & Dehaene, 2013). Second, the precision of mapping between number symbols and magnitude representations improves too (Siegler & Booth, 2004). Third, the strategies to maintain information in working memory change during childhood : during the preschool and early school years, it does not appear likely that children use a subvocal rehearsal strategy to maximize retention in the phonological store, whereas beyond 7 years of age, an adult like cumulative rehearsal strategy emerges (Gathercole, 1998). Comparing 6- and 7-year-old children, Camos and Barrouillet (2011) showed a developmental shift from a passive maintenance to an active attentional refreshing strategy in working memory. In general, WM capacity has been shown to increase from preschool through adolescence (Gathercole, Pickering, Ambridge, & Wearing, 2004).

Changes can also occur in the relation between these three predictors and mathematics achievement. Few data exist about these relations in 5- and 7-year-olds, but some studies present developmental data in other age groups. First, the link between ANS acuity and mathematics achievement is supposed to be stronger before (r = .40) rather than after (r = .17) children begin formal mathematics instruction (Fazio et al., 2014). Secondly, contrasting results have been observed about the relationship between the precision of the mapping between number symbols and magnitude and mathematics achievement. Sasanguie, Göbel, Moll, Smets, and Reynvoet (2013) did not reveal any developmental difference, from first graders to third graders. Conversely, Booth and Siegler (2006) found a correlation that seems larger in second graders, r = -.57, than in fourth graders, r = -.45. Thirdly, only one developmental experiment (Rasmussen & Bisanz, 2005) compared the relation between WM and arithmetic in 5- and 6-year-olds. Significant relationships were observed or not, depending on the specific component of WM involved and on the type of arithmetic problems to solve.

Finally, little is known about the development of the relationship between ANS acuity and the precision of the mapping between number symbols and magnitude representations. Evidence of such relation is mixed in kindergarten children (e.g., Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2010 ; Kolkman, Kroesbergen, & Leseman, 2013 ; Sasanguie, Defever, Maertens, & Reynvoet, 2014) and seems not to exist in elementary school children (e.g., Holloway & Ansari, 2009 ; Mussolin, Nys, Leybaert, & Content, 2012). By comparing two age groups in the same study, Kolkman et al. (2013) found a significant relation between nonsymbolic comparison and number line estimation performance in 5-year-olds but not in 6-year-olds. Finally, no study examined the contribution of ANS acuity, the precision of the mapping between number symbols and magnitude, and WM capacity to mathematics achievement before and after entrance in formal mathematics instruction.

Aims and hypotheses

The present study focused on the relationships between ANS acuity, the precision of the mapping between number symbols and magnitude representations, working memory capacity, and symbolic arithmetic achievement (used as a measure of mathematics achievement), before and after children enter in formal schooling. Two specific aims were pursued : (1) to examine the weight of each supposed predictor on symbolic arithmetic achievement, in 5- and in 7-year-old children ; (2) to investigate whether the precision of the mapping between number symbols and magnitude mediates the relation between ANS acuity and symbolic arithmetic skills at the two ages.

To do so, we examined 5- and 7-year-old children performance in a non-symbolic number comparison task, a number line estimation task, a working memory task, and a symbolic arithmetic achievement test. The non-symbolic number comparison task used was Panamath (Halberda et al., 2008). We chose the number line estimation task to measure the precision of the mapping between number symbols and magnitude representations in order to easily compare our results with Fazio et al.'s one (2014). The working memory task used in this study was computer paced and limited in time because long time period between each processing step has been shown to affect recall performance in young children (Camos & Barrouillet, 2011). Moreover, a vocabulary task was used as a control in order to ensure that each predictor found was not a general predictor of academic achievement, but a specific predictor of arithmetic achievement.

We first hypothesize that ANS acuity, the precision of mapping between number symbols and magnitude, and WM capacity should predict arithmetic achievement, but that only WM should predict vocabulary scores in 5- and in 7-year-olds, because WM generally predicts global school achievement (e.g., Gathercole, Pickering, Knight, & Stegmann, 2004). In addition, the predictive weights of ANS acuity and the precision of the mapping between number symbols and magnitude, on arithmetic achievement, is expected to be stronger in 5- than in 7-year-olds (Fazio et al., 2014 ; Siegler & Booth, 2004). Due to scattered developmental data existing at these ages, we do not have specific developmental prediction on the weight of WM capacity on arithmetic achievement. Secondly, we assume that the precision of the mapping between number symbols and magnitude should mediate the relation between ANS acuity and arithmetic achievement in 5-year-old children, but not in 7-year-old children (Kolkman et al., 2013).

5.1.2 Method

Participants

A total of 148 children (84 girls) participated in the study : 73 kindergartners (age range from 5 years and 2 months to 6 years and 2 months ; mean age : 5 years and 8 months) and 75 second graders (age range from 7 years and 2 months to 8 years and 4 months ; mean age : 7 years and 8 months). They were recruited from four schools in Grenoble and surroundings and were raised in middle or high socio-economic status families.

Tasks and materials

Nonsymbolic number comparison. Using the Panamath software (Halberda et al., 2008), children were simultaneously presented with two arrays of spatially separated blue and yellow dots, on a 15.6-inch screen (resolution = 1024 x 1280 pixels, refresh rate = 40 Hz). The two arrays were presented on a blue (left side) or a yellow (right side) background. Dot arrays ranged from 5 to 15 dots, and five ratio bins were used : 1.2, 1.5, 1.8, 2.2 and 2.8. Arrays were heterogeneous in size, the default radius of the dots was of 36 pixels and could vary in size ± 20 %. On half of the trials (i.e., 30 trials), the cumulative surface area of the two arrays of dots to be compared was equal, and on the other half of the trials, the average size of the individual dots in each array was equal. As a consequence, the size of the dots decreased with increasing numerosity when surface area was controlled, and the total surface area increased with increasing numerosity when the size of the dots was controlled.

Participants sat approximately 40 cm from the screen, and were asked to find the numerically larger array by indicating whether more of the dots were blue or yellow. The side of presentation of the larger array was counterbalanced across trials. The two arrays of dots appeared for 1800 ms, were followed by a visual mask and then by a blank screen that remained until the child gave a verbal response (e.g., "blue"). Studies in preschoolers used display times varying from 1200 ms to 2533 ms (Halberda & Feigenson, 2008 ; Chu, vanMarle, & Geary, 2015). In our experiment, we chose a 1800 ms presentation time, because after a pilot study using a 1200 ms presentation time, young children reported that they did not have enough time to properly see the stimulus arrays on the screen. The experimenter pressed a key on the keyboard to record responses, and triggered the presentation of the next trial after verifying that the child was looking at the screen. After four practice trials with accuracy feedback, using arrays that differed by a 2.8 ratio, 60 test trials were presented (as commonly used in the literature, e.g., Libertus, Feigenson, & Halberda, 2011 ; 2013), with 12 trials for each ratio. Trials were presented in a random fixed order. Accuracy scores were used as a measure.

Number line estimation. Children were presented with 20 sheets of paper, one at a time. On each sheet was a 25-cm-line, with the number 0 printed just below the left end and the number 100 just below the right end. Children were asked to put a single mark on each line to indicate the location of a target number. No feedback was given to participants regarding the location accuracy of their marks. The number to be placed was printed above the middle of the line, read by the experimenter, and different on each sheet. The 20 numbers to be placed were : 4, 6, 8, 12, 17, 21, 25, 29, 33, 39, 43, 48, 52, 57, 61, 72, 79, 84, 90, and 96. The order of the sheets was randomized for each child. One training item with another number was used (i.e., 3) without accuracy feedback. The accuracy of children's number line estimates was measured by calculating the percentage absolute error (PAE) : PAE = [(Estimate – Actual number)/Scale of Estimates] x 100. For example, if a child marked the location of 4 on a 0-100 number line at the position that corresponded to 8, the PAE would be 4% : [(8 – 4) / 100] x 100.

Working memory. The working memory task was adapted from the task proposed by Camos and Barrouillet (2011) for young children. The task consisted of series of images of gradual difficulty, where children were presented with one, two, three, four or five animals to be remembered. Each animal was followed by a processing period consisting in naming the color of two smileys that successively appeared on the screen. Stimuli were presented thanks to the E-Prime application (Schneider, Eschman, & Zuccolotto, 2002). Each picture, animal or colored smiley, was presented for 2 s, with a 1-s-interstimuli-interval. The first type of series involved the presentation of one animal followed by two colored smileys (6.5 cm diameter colored either in yellow, blue, or red) and a question mark. The second series involved the presentation of two animals, each followed by two colored smileys (Figure 5.1), and the question mark. The procedure was the same for the following series : "three animals", "four animals", and "five animals". Each series was composed of four trials (total of trials = 20). For each trial, when the question mark appeared on-screen, children were asked to recall, in any order, the name of the animals they just saw. Animal pictures came from a set of standardized pictures (Cannard et al., 2006), named "Banque de données d'images informatisées" (BD2I), and were chosen to be known by 5-year-old children (see Tables B.1 in Annex section). Oral pronunciation of these pictures consisted from three to five phonemes. The experimental session was preceded by a training period. In training trials, children were familiarized with the color task by naming the color of three series of two smileys and received feedback. Then, they performed two trials with one animal and two trials with two animals. After the training session, the 5-year-olds started with the "one animal series", whereas the 7-year-olds directly started with the "two animals series" (if they could not recall the two animals, the experimenter proposed them the "one animal series"). The working memory task stopped when the child failed in three successive trials of the same length. WM capacity scores consisted of the total number of trials in which children correctly recalled the animals (from 0 to 20).

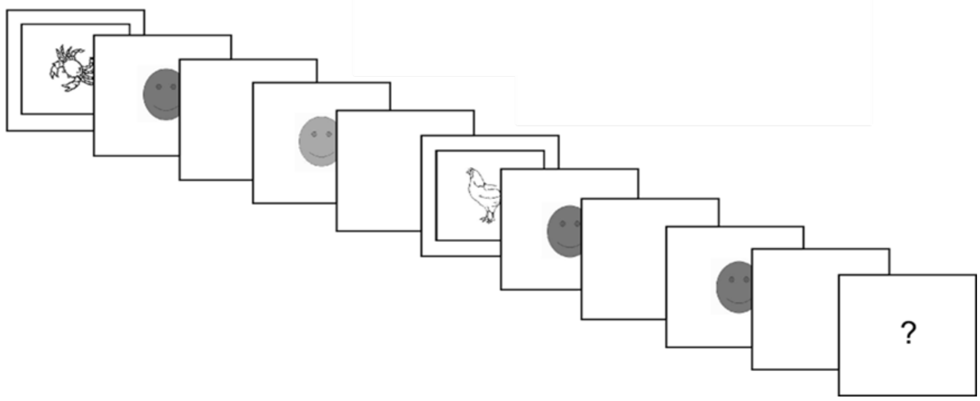


FIGURE 5.1: Illustration of a trial in the « two animals series » in the working memory task

Arithmetic achievement. The arithmetic test involved 34 questions of increasing difficulty (see Tables B.2, B.3, and B.4 in Annex section). This test consisted of three tasks : exact symbolic additions, exact symbolic subtractions, and numerical verbal problems. Five- and 7-year-old children performed exactly the same tasks, and the testing stopped after three successive errors for a task. The first item in each task was advanced for the 7-year-olds to minimize boredom due to the long passation time. If a 7-year-old child failed in her first three trials, then the experimenter proposed the 5-year-olds' first trials. In these tasks, children responded verbally. The mean number of correct responses was computed for each task. In exact symbolic additions, children were asked to solve 12 additions presented on cards and read by the experimenter (2 + 2, 0 + 8, 6 + 3, 3 + 5, 7 + 7, 20 + 30, 32 + 14, 15 + 17, 24 + 18, 37 + 45, 123 + 75, 246 + 150). They were approximately given 15 s to respond, but this information was not revealed to them. When children exceeded time limit, the experimenter proposed to go on with the next trial. Seven-year-old children began at trial five. In exact symbolic subtractions, the procedure was the same as in the exact symbolic additions task, except the children were asked to solve 12 subtractions presented on cards and read by the experimenter (4 - 2, 5 - 3, 6 - 6, 4 - 0, 9 - 5, 16 - 4, 40 - 20, 27 - 6, 36 - 16, 44 - 23, 135 - 23, 320 - 12). In numerical verbal problems, children were asked to solve 10 problems read by the experimenter (e.g., "Denis has 3 marbles. He gets 2 more. How many marbles would he have then ?"). On half of the problems, additions were involved, and on the other half, subtractions were involved. Seven-year-old children began at trial three.

Vocabulary. Receptive vocabulary was assessed through the « Échelle de Vocabulaire en Images Peabody » (EVIP), form B, the French adaptation of the Peabody Picture Vocabulary Test (Dunn, Dunn, & Theriault-Whalen, 1993). Children were asked to choose one of the four pictures that correspond best to the word pronounced by the experimenter. This task ended when the child made six errors on eight successive trials.

Procedure

Children were individually tested in a separate room at school, during two 30-min-sessions. All children first performed the number line estimation task, followed by the working memory task and the vocabulary task, during the first session. During the second session, the first task was the arithmetic test, followed by the nonsymbolic comparison task. Two nonsymbolic comparison tasks were administered during the second session, a visual one and an haptic one (see Gimbert, Gentaz, Camos, & Mazens, 2016 for details on the haptic task). In this study we only described and analyzed the visual nonsymbolic comparison task. Symbolic number knowledge was also assessed at the end of the second session, but data was not reported due to ceiling effect in children performance.

5.1.3 Results

Our results section consists of two distinct sections. In the first section, we focused on the relationships between all the different tasks and the arithmetic achievement score. Secondly, we tested the hypothesis assuming that the precision of the mapping between number symbols and magnitude is a mediator between ANS acuity and arithmetic achievement at each age. In each task, we excluded from the analyses, scores that were less or more than three standard deviations from participants' mean scores. Moreover, data from one child were not available due to a failure to complete the nonsymbolic number comparison task. Overall, 0.4 % of the data (4 scores) were excluded from the 5-year-olds group, and 0.9 % of the data (10 scores) were excluded from the 7-year-olds group. Descriptive results for each measure and final age samples are presented in the Supplementary data section (Section 5.1.5).

Relationships between the three predictors and arithmetic achievement

First, we conducted correlation analyses between nonsymbolic number comparison, number line estimation, working memory performance (i.e., the three potential predictors of arithmetic achievement), age in months and arithmetic achievement scores. Significant correlations were found between each predictor and arithmetic achievement at the two ages. Age in months was related to arithmetic achievement in 5-year-old children but not in 7-year-old children (Table 5.1). Secondly, in order to determine the amount of unique variance explained in arithmetic achievement scores by the three factors, a multiple regression analysis was conducted, with arithmetic achievement scores as a dependent variable, and nonsymbolic number comparison accuracy, PAE in number line estimation, and WM score as predictors. Another multiple regression analysis was conducted with the same predictors and vocabulary scores as a dependent variable, to verify if the predictors were specific to arithmetic achievement (Table 5.2). In 5-year-old children, as age in months was also related to arithmetic achievement, this variable was included in the multiple regression analyses.

Table 5.1: Correlations (Bravais Pearson's r) between performance in the different tasks and age in months in 5- and 7-year-olds

5-year-olds	1	2	3	4	5
1. Age (in months)					
2. Vocabulary	.26*				
3. Nonsymbolic number comparison	.01	.08			
4. Number line estimation	-.08	-.29*	-.24*		
5. Working memory	.11	.27*	.24*	-.32**	
6. Arithmetic achievement	.25*	.34***	.34***	-.62****	.31**

7-year-olds	1	2	3	4	5
1. Age (in months)					
2. Vocabulary	.01				
3. Nonsymbolic number comparison	.07	.05			
4. Number line estimation	-.01	-.13	-.04		
5. Working memory	-.08	.25*	.30**	-.25*	
6. Arithmetic achievement	.10	.38***	.21	-.49****	.52****

$^{*}p < .05$, $^{**}p < .01$, $^{***}p < .005$, $^{****}p < .001$

First, in 5-year-olds, nonsymbolic number comparison accuracy ($\beta = .19$, $p = .046$), and PAE in number line estimation ($\beta = -\ .50$, $p < .001$) appeared to be independent predictors of arithmetic score, whereas WM score does not reach significance ($\beta = .07$, $p = .49$). In 7-year-olds, nonsymbolic number comparison accuracy was not a significant predictor of arithmetic achievement ($\beta = .08$, $p = .38$), but PAE in number line estimation ($\beta = -.39$, $p < .001$) and WM score ($\beta = .43$, $p < .001$) were independent predictors of arithmetic score.

Secondly, the multiple regression model with vocabulary score as a dependent variable presented a very different pattern. Nonsymbolic number comparison accuracy and PAE in number line estimation were not significant predictors of vocabulary scores at any age, even though WM score predicted vocabulary in 7-year-olds, and tended to predict it in 5-year-olds.

Table 5.2: Multiple regression analyses in 5- and 7-year-olds

5-year-olds	Arithmetic achievement				Vocabulary			
Variables	β	SE	t	p	β	SE	t	p
Age (in months)	.22	0.09	2.34	.02	.23	0.11	2.04	.046
Nonsymbolic number comparison	.19	0.10	2.04	.046	-.02	0.12	-0.14	.89
Number line estimation	-.50	0.10	-5.14	$< .001$	-.16	0.12	-1.31	.20
Working memory	.07	0.10	0.70	.49	.22	0.12	1.79	.08
	Adjusted $R^2 = .43$, $p < .001$				Adjusted $R^2 = .12$, $p = .01$			

7-year-olds	Arithmetic achievement				Vocabulary			
Variables	β	SE	t	p	β	SE	t	p
Nonsymbolic number comparison	.08	0.09	0.88	.38	-.02	0.12	-0.20	.84
Number line estimation	-.39	0.09	-4.20	$< .001$	-.07	0.12	-0.59	.55
Working memory	.43	0.10	4.40	$< .001$	.25	0.13	1.98	.05
	Adjusted $R^2 = .42$, $p < .001$				Adjusted $R^2 = .03$, $p = .15$			

The precision of the mapping between number symbols and magnitude as a possible mediator between ANS acuity and arithmetic achievement

As we previously noted, correlation matrices (Table 5.1) indicated that nonsymbolic number comparison accuracy (r = .34) and PAE in number line estimation (r = -.62) were significantly related to arithmetic achievement scores in 5-year-olds. In 7-year-olds, PAE in number line estimation (r = -.49) was significantly related to arithmetic achievement scores, but nonsymbolic number comparison accuracy (r = .21) was not. A significant relation between nonsymbolic number comparison accuracy (i.e., ANS acuity) and PAE in number line estimation (i.e., the precision of the mapping between number symbols and magnitude) was also observed in 5-year-old children (r = -.24), but not in 7-year-old children (r = -.04). Furthermore, the multiple regression results showed that only the precision of the mapping between number symbols and magnitude representations had independent effect on arithmetic achievement in 7-year-olds.

To further examine these complex relationships, and test the potential mediatory role of the precision of the mapping between number symbols and magnitude in the relation between ANS acuity and arithmetic achievement, we conducted mediation analyses on 5-year-old children's performance. Mediation effects were assessed following Baron & Kenny (1986). If the mediation effect is significant and reduces the effect of ANS acuity on arithmetic scores to nonsignificance ($p > .05$), then full mediation is implied, whereas partial mediation occurs if such an effect remains significant. Our results showed that the relationship between ANS acuity and arithmetic achievement was reduced when precision of the mapping between number symbols and magnitude representations was included, but remained significant (before inclusion $\beta = .34$, p

= .004, after inclusion β = .20, p = .04). This mean that the precision of the mapping between number symbols and magnitude emerged as a partial mediator of the ANS acuity effect on arithmetic scores (Figure 5.2).

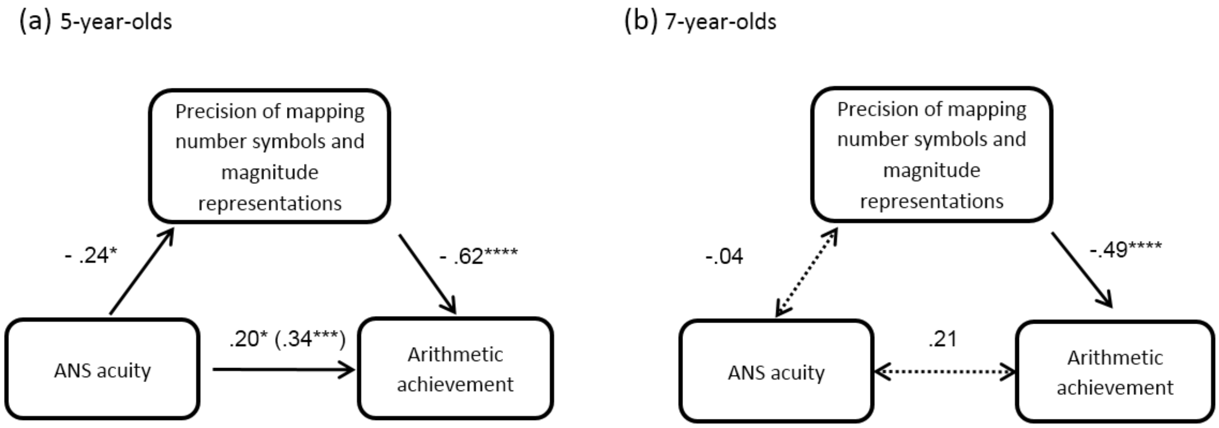


FIGURE 5.2: Relationships between ANS acuity, precision of mapping number symbols and magnitude representations and arithmetic achievement per age group. In 5-year-old children (a), the relationship between ANS acuity and arithmetic achievement is partially mediated (i.e., the correlation is reduced from .34 to .20, but remain significant) by the precision of mapping number symbols and magnitude representations. In 7-year-old children (b), ANS acuity and precision of mapping number symbols and magnitude representations have independent relationship with arithmetic achievement. The correlation between ANS acuity and arithmetic achievement did not reach significance. Negative relationships were observed with precision of mapping number symbols and magnitude representations because percentage absolute error was used as a measure. *p < .05, ***p < .005, ****p < .001

5.1.4 Discussion

In the current study, we examined the involvement of three predictors in arithmetic achievement : ANS acuity, the precision of the mapping between number symbols and magnitude, and WM capacity before and after children enter formal schooling. The original contribution of the study was to examine the weight of these three predictors in arithmetic achievement at two age, at this critical period of development. We also examine the hypothesis that considers the accuracy of mapping between number symbols and magnitude as a potential mediator between ANS acuity and mathematics achievement at the two ages.

Relations between the three predictors and arithmetic achievement

Our results indicated that the predictors' weight in arithmetic achievement changed between 5- and 7-year-olds. Indeed, in 5-year-olds, ANS acuity and the precision of the mapping between number symbols and magnitude representations were independent predictors of arithmetic achievement, whereas WM was not. In 7-year-olds, the precision of the mapping between number symbols and magnitude representations and WM were independent predictors of arithmetic achievement, but ANS acuity was not. Moreover, the relations observed between the three predictors and arithmetic achievement appeared specific to arithmetic since no such relation emerged for these predictors and vocabulary score. The link between ANS acuity and arithmetic achievement also appeared to be stronger in children before they enter in formal mathematics instruction (r = .34 vs r = .40 in Fazio et al. 's meta-analysis, 2014) rather than after (r = .21 vs r = .17 in Fazio et al. 's meta-analysis, 2014). The relation between ANS acuity and arithmetic achievement changes with age (Fazio et al., 2014 ; Schneider et al., 2016). As suggested by Inglis, Attridge, Batchelor, and Gilmore (2011), this relationship could decline as participant gains in mathematical experience. The same authors also suggested that "once children had reached a certain sophistication with numerical concepts, other factors (WM capacity, strategy choice, teaching effectiveness, etc.) may come to dominate individual differences in mathematical performance, leading to a decline in the relationship with ANS acuity" (Inglis et al., 2011, pp. 12-13). Our findings provide empirical evidences to this interpretation. Indeed, the relation between ANS acuity and arithmetic achievement was significant in 5-year-olds but not in 7-year-olds. Secondly, WM appeared as the dominant predictor in 7-year-olds but not in 5-year-olds.

Moreover, the relation between the precision of mapping between number symbols and magnitude and arithmetic achievement seemed to be stronger before entrance in formal mathematics instruction rather than after, showing a decreasing link through development, as suggested by Booth and Siegler (2006). Whereas, in 5- and 7- year-old Chinese children, Laski and Yu (2014) showed that PAE in a 0-100 number line estimation task were related to mental addition scores in 5- (r = .57) but not in 7-year-old children (r = -.06), our results showed that PAE in number line estimation task remains a significant predictor of arithmetic achievement at 7-years of age.

The current study also provided developmental data on the relation between WM capacity and arithmetic achievement. Our results extend previous findings (e.g., Rasmussen & Bisanz, 2005) by showing that the role of WM on arithmetic achievement dramatically changes between 5- and 7-year-olds (simple correlation : r = .31 and r = .52 respectively ; multiple regression : β =. 07 and β = .43 respectively). It is also during this period that an important change in WM functioning occurs. Though younger children will not implement any maintenance strategy to keep information active in WM, maintenance mechanisms, like subvocal rehearsal and attentional refreshing, are used by older children (e.g., Camos & Barrouillet, 2011 ; Hitch, Halliday, Schaafstal, & Heffernan, 1991). Thus, our findings suggest that the role of WM on arithmetic achievement relies on this ability to actively maintain information.

The precision of the mapping between number symbols and magnitude as a potential mediator between ANS acuity and arithmetic

Our findings showed different relationships between ANS acuity, the precision of the mapping between number symbols and magnitude representations, and arithmetic achievement in 5- and 7-year-olds. Indeed, in 5-year-old children, the precision of the mapping between number symbols and magnitude representations was a partial mediator of the ANS acuity effect on arithmetic score, whereas in 7-year-old children, as in Fazio et al.'s (2014) study in 10-year-old children, ANS acuity and the precision of the mapping between number symbols and magnitude representations had independent effect on arithmetic scores. Contrary to the results from Fazio et al. (2014), in our study only the relation between the precision of the mapping between number symbols and magnitude representations and arithmetic scores was significant. Results in 5-year-old children are consistent with recent research on children's early numerical development (Xenidou-Dervou et al., 2013 ; van Marle, Chu, Li, & Geary, 2014), and confirm that the mapping between number symbols and magnitude is key in early numerical development (e.g., De Smedt & Gilmore, 2011 ; Holloway & Ansari, 2009 ; Rousselle & Noël, 2007). They also are in line with the hypothesis assuming that the ANS could sustain the development of mathematical skills (e.g., Dehaene, 2010 ; Feigenson et al., 2004 ; Halberda et al., 2008). Our findings that show a relationship between ANS acuity and the precision of mapping between number symbols and magnitude representations, however contrast with Sasanguie et al. (2014) and Lyons, Ansari and Beilock's view (2012), which assumes that the non-symbolic representation of magnitude and the symbolic one are initially unrelated. In our study, the number line estimation task involved non familiar large numbers : more than half of the numbers are larger than 30, 30 being the greatest number children should acquire by the end of kindergarten. Taking the perspective of Sasanguie et al. (2014), and Lyons, Ansari and Beilock (2012), for these numbers the "exact representation", could not be mastered by children. As they did not dramatically failed in this task, it can be supposed that they used their ANS representation in order to make their estimates.

Two different interpretations of the links observed between ANS acuity, the precision of mapping between number symbols and magnitude representations, and arithmetic achievement in 5-year-olds, could be proposed. A first interpretation is to assume that having a better ANS acuity facilitates the mapping between number symbols and magnitude representations (see however Lyons, Ansari and Beilock, 2012 for another view on symbolic magnitude representations), that becomes more precise as a result. Having a precise mapping between number symbols and magnitude representations can be helpful in arithmetic learning for different reasons. First, to precisely associate symbolic numbers with their quantities can be useful in mental calculation in order to estimate the result and detect potential mistakes. Children with a precise mapping ability could be able to correct themselves more precisely. Second, as suggested by Libertus, Odic, Feigenson and Halberda (2016), to be able to precisely associate symbolic numbers with their quantities and to be aware of this ability, can make children more confident about themselves when engaging in arithmetic tasks. Two recent studies provided evidences that confidence can influence performance in numerical tasks (Odic, Hock, & Halberda, 2014 ; Wang, Odic, Halberda, & Feigenson, 2016).

An alternative interpretation is to suppose that a cognitive factor, involved in each task, could mediate relationships between ANS acuity, the precision of mapping between number symbols and magnitude representations, and arithmetic achievement. Results from some studies have indeed suggested that inhibition control may mediate the relationship between ANS acuity and mathematics achievement (e.g., Fuhs & McNeil, 2013 ; Gilmore et al., 2013). Other studies however did not found evidence of such mediation role (e.g., Keller & Libertus, 2015). To date, no study examined the role of inhibition control in the relationship between the precision of mapping between number symbols and magnitude, and mathematics achievement. More investigations are needed to support this interpretation.

Moreover, since our experiment does not allow concluding about causality links, neither confirms the direction of the relations, we cannot rule out the possibility that school instruction in mathematics could improve the precision of the mapping between number symbols and magnitude, and result in better ANS acuity. The effect of education on ANS acuity was suggested in recent research based on the comparison between populations with or without access to mathematics education (Piazza et al., 2013 ; Nys et al., 2013). Authors nevertheless assumed that bidirectional relations between ANS acuity and mathematics achievement are possible. Even if we cannot favor one interpretation to another, our study brought evidence that both, ANS acuity and the precision of the mapping between number symbols and magnitude, are related to arithmetic achievement. Our result also provided data about another point : the relationship between WM capacity and ANS acuity.

WM involvement in ANS acuity

As highlighted by Xenidou-Dervou et al. (2013), the interrelationship between approximation skills, WM and mathematics achievement had been largely unexplored. Regarding the relationship between ANS acuity and WM, the current findings showed a significant relationship between WM and ANS acuity in both 5-year-olds (r = .24) and 7-year-olds (r = .30). This result is in line with Xenidou-Dervou et al.'s studies (2013 ; 2014) showing the implication of WM in nonsymbolic approximation tasks. The nonsymbolic approximation tasks used in these studies and in our study were however different. Indeed, whereas Xenidou-Dervou et al. used nonsymbolic approximate addition and/or comparison, with a sequential presentation of the set of dots, we used nonsymbolic approximate comparison with a simultaneous presentation of the two sets of dots to be compared. The sequential presentation of the different sets of dots necessarily involved WM capacity because children had to maintain in memory the first numerosity in order to compare it to the second numerosity. In our study, we noticed that WM and ANS acuity were related with arithmetic achievement (for WM : r = .31 in 5-year-olds, r = .52 in 7-year-olds ; for ANS : r = .34 in 5-year-olds, r = .21 in 7-year-olds). Given these observations, spurious relationship between WM and ANS is possible : arithmetic performance could mediate the relationship. Supplementary analyses revealed arithmetic achievement score as a full mediator of the WM effect on ANS acuity in 5- and 7-year-old children (see Supplementary data). According to this result, the relation between WM and ANS acuity is an indirect relation, entirely mediated by arithmetic achievement scores. The simultaneous presentation of two distinct arrays of dots was proposed as "the task of choice when measuring ANS acuity" by Dietrich et al. (2015), as it requires less additional cognitive processes than the sequential version. Our findings, obtained with this considered more pure measure of ANS acuity, suggest that ANS acuity is not directly related to WM.

Conclusions and perspectives

Our findings showed that the contribution of ANS acuity on arithmetic achievement reduces after children enter formal schooling while the influence of WM on arithmetic achievement increases. Moreover, in 5-year-old children, the precision of mapping between number symbols and magnitude representations appeared as a partial mediator of the ANS acuity effect on arithmetic achievement. Finally, results showed that ANS acuity, measured by simultaneous presentation of two sets of dots, was not directly related to WM capacity.

Consequences for educational practices can be hypothesize from this developmental study, especially concerning interventions dedicated to enhance arithmetic achievement through training on ANS tasks (Hyde, Khanum, and Spelke, 2014), or on mapping tasks (e.g., Ramani & Siegler, 2015). In addition, as the ANS acuity-arithmetic achievement and precision of mapping between number symbols and magnitude representations relationships were stronger at 5-years of age than at 7-year of ages, such interventions should be more efficient in children before they enter elementary school rather than after. Finally, as the strongest relationships were found between arithmetic achievement and precision of mapping between number symbols and magnitude representations, training the mapping between number symbols and magnitude representations abilities may be more useful for children than training nonsymbolic approximation abilities. Training studies are necessary to assess these hypotheses.

5.1.5 Supplementary data

We tested whether all tasks showed the effects classically described in the literature : the ratio effect in the nonsymbolic number comparison task, age-related change from a logarithmic to a linear representation in the number line task, and age effect in all the tasks. Descriptive results for all the tasks are presented per age in Table 5.3.

TABLE 5.3: Descriptive and statistic distributions for all measures in 5- and 7-year-olds

5-year-olds	*n*	*M*	*SD*	Min	Max	Th. Max	Skewness	Kurtosis
Nonsymbolic number comparison	71	91	4.7	78.3	98.3	100	-1	0.29
Number line estimation								
PAE	73	21.2	5.9	6.3	34.3	100	-0.35	-0.14
r^2 lin	73	0.51	0.23	0.07	0.93	1	-0.16	-0.89
Working memory	72	6.49	2.34	2	12	20	0.21	-0.02
Arithmetic achievement	73	8.07	4.91	0	22	34	0.68	0.01
Additions	73	2.67	1.82	0	8	12	0.59	0.3
Subtractions	73	2.21	2.03	0	8	12	0.67	-0.18
Verbal problems	73	3.19	2.02	0	9	10	0.82	0.65
Vocabulary	73	68.95	17.26	29	110	160	0.59	0.08

7-year-olds	*n*	*M*	*SD*	Min	Max	Th. Max	Skewness	Kurtosis
Nonsymbolic number comparison	74	94.4	3.1	85	100	100	-1.81	0.66
Number line estimation								
PAE	74	8.7	3	4.3	17.9	100	0.73	0.2
r^2 lin	74	0.9	0.08	0.49	0.98	1	-2.31	7.36
Working memory	75	10.91	3.66	4	19	20	0.34	-0.71
Arithmetic achievement	75	24.49	5.98	9	34	34	-0.4	-0.47
Additions	75	8.43	2.30	5	12	12	0.22	-1.17
Subtractions	75	8.27	2.47	1	12	12	-0.78	0.47
Verbal problems	75	7.8	1.92	3	10	10	-0.76	-0.23
Vocabulary	75	93.53	17.46	56	127	160	-0.19	-0.73

Note : PAE, percentage of absolute error ; Th. max, theoretical maximum score.

In the nonsymbolic number comparison task, to test whether accuracy depended on numbers ratio and age, a 5 (ratio : 1.2, 1.5, 1.8, 2.2, and 2.8) x 2 (age : 5- and 7-year-olds) repeated measures analysis of variance (ANOVA) was conducted. The two main effects were significant. Older children (94%) were more accurate than younger children (91%), $F(1, 143) = 26.25$, $p < .001$, $\eta^2 = .15$. Children were more accurate when the difference between the two quantities to discriminate was larger, $F(4, 572) = 422.25$, $p < .001$, $\eta^2 = .75$. This ratio effect significantly interacted with age, $F(4, 572) = 8.31$, $p < .001$, $\eta^2 = .05$. The two age groups differed on the two smaller ratios (i.e., 1.2, 1.5), $t(143) = 3.68$, $p < .001$, and t (143) = 4.92, $p = .001$ respectively, but not on the three larger ones (i.e., 1.8, 2.2 and 2.8), $t(143) = 3.42$, $p = .36$, $t(143) = 0.62$, $p = 1$, and $t(143) = 1.51$, $p = 1$ respectively (Scheffé post hoc tests). Data from this task have been published for the first time in Gimbert et al. (2016).

In the number line estimation task, an ANOVA on mean percent absolute errors indicated that accuracy increased with age, $F(1, 145) = 261.03$, $p < .001$, $\eta^2 = .64$. Five-year-old-children's mean PAE (21%) was greater than 7-year-old children's mean PAE (9%). This level of accuracy was comparable to that obtained by Siegler and Booth (2006) at these ages : 24% and 10% respectively. To test the existence of an age-related change from a logarithmic to a linear representation on the number line task, we examined if the distribution of the median estimate of each number's magnitude, generated by children at each age, better fit to a linear or a logarithmic function (Figure 5.3). Consistent with previous findings of increasing linearity of estimates on 0 – 100 number lines at this age, the 5-year-old children's median estimates better fit to the logarithmic function than to the linear function (R^2 lin = 0.79 vs R^2 log = 0.98), whereas 7-year-old children's median estimates better fit to the linear function than to the logarithmic function (R^2 lin = 0.99 vs R^2 log = 0.90). We also applied such analyses to individual data (i.e., individuals R^2lin). The linear function accounted in average for 51% of the variance in individual 5-year-olds' estimates, and for 90% in 7-year-olds' estimates, $F(1, 145) = 183.55$, $p < .001$, $\eta^2 = .56$.

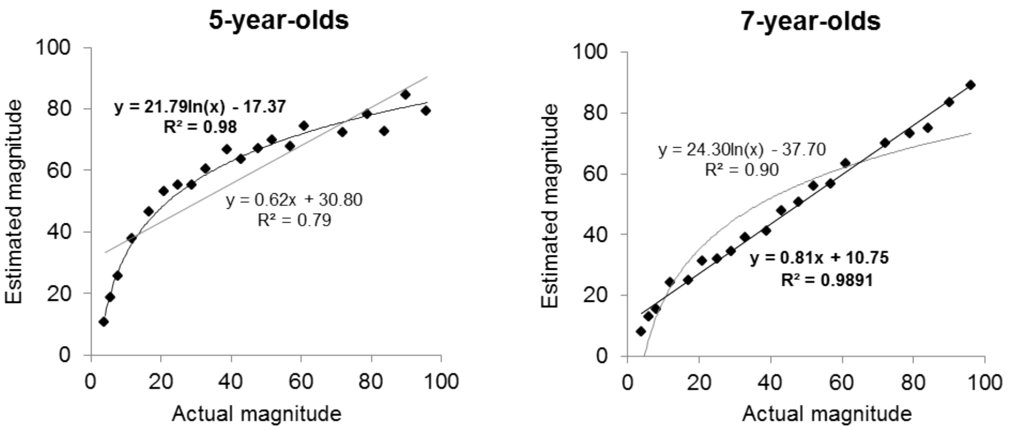


Figure 5.3: Best fitting function that connect the median estimated magnitude to the median actual magnitude by 5- and 7-year-olds. The better fitting function is shown in black : logarithmic in 5-year-olds and linear in 7-year-olds.

In the working memory task, an ANOVA on children's mean scores showed that WM capacity increased with age ($F(1, 145) = 75.30$, $p < .001$, $\eta^2 = .34$).

In the arithmetic achievement task, 7-year-olds performed better than 5-year-olds, $F(1, 146) = 332.40$, $p < .001$, $\eta^2 = .69$. The arithmetic achievement task had high reliability (Cronbach's alpha = .90).

WM relationship with ANS acuity

Correlation matrices (Table 5.1) revealed a significant relation between WM and ANS acuity in 5-year-olds ($r = .24$) and 7-year-olds ($r = .30$). As the two abilities were related with arithmetic achievement ($r = .31$ for WM in 5-year-olds, $r = .52$ in 7-year-olds ; $r = .34$ for ANS in 5-year-olds, $r = .21$ in 7-year-olds), we suspected possible spurious relationship between WM and ANS : arithmetic performance could mediate the relationship. We conducted mediation analyses in order to test this hypothesis. At the two ages, the relationship between WM acuity and ANS acuity reduced when arithmetic performance was included in the regression, and failed to reach significance (in 5-year-olds before inclusion $\beta = .24$, $p = .049$, after inclusion $\beta = .14$, $p = .24$; in 7-year-olds before inclusion $\beta = .30$, $p = .009$, after inclusion $\beta = .26$, $p = .051$). At both ages, arithmetic achievement can then be considered as a full mediator of the WM effect on ANS acuity.

5.2 Conclusion du chapitre

La présente étude a montré que les poids de différents prédicteurs des performances en arithmétique exacte changent entre 5 et 7 ans. A 5 ans, les deux prédicteurs les plus importants sont la précision du SAN et la précision du mapping, tandis qu'à 7 ans il s'agit de la précision du mapping et des capacités de mémoire de travail. A 5 ans, nos résultats révèlent que la relation entre la précision du SAN et les performances en arithmétique exacte est partiellement médiatisée par les capacités de mapping des enfants.

Ces résultats suggèrent que proposer des interventions pour entraîner la précision du SAN dans le but de favoriser les apprentissages numériques exacts serait plus adapté auprès d'enfants âgés de 5 ans qu'auprès d'enfants âgés de 7 ans. Des interventions entraînant les capacités de mapping pourraient cependant être proposées aux deux âges.

Chapitre 6

Les capacités d'approximation des grandes numérosités avec le toucher ou la vision : développement et relation avec les performances en arithmétique exacte

Pour mesurer la précision du système approximatif du nombre (SAN), la tâche la plus couramment utilisée est une tâche de comparaison approximative de deux grandes numérosités (i.e. > 4). Dans cette tâche, le plus souvent visuelle, deux ensembles d'objets sont présentés brièvement au participant, de manière à ce qu'il n'ait pas le temps de les dénombrer, et celui-ci doit désigner l'ensemble représentant la plus grande quantité. Les performances dans ce type de tâche obéissent à la loi de Weber, de telle sorte que la discrimination de deux numérosités distinctes ne dépend pas de leur différence mais de leur rapport. Ainsi par exemple, la comparaison 6 vs 7 sera plus facilement discriminée que 16 vs 17. Cette caractéristique est vue comme la signature du SAN. Dans les tâches de comparaison approximative, différents rapports entre les numérosités à comparer sont utilisés afin de faire varier la difficulté de la tâche. Avec ce type de tâches, il a été montré que la précision du SAN augmentait entre l'âge de 3 ans et l'âge de 6 ans (Halberda & Feigenson, 2008), que cette amélioration se poursuivait entre l'âge de 5 ans et l'âge de 10 ans (Piazza et al., 2010) puis que la précision du SAN s'améliorait encore entre 11 ans et l'âge de 30 ans environ, pour enfin diminuer graduellement, au moins jusqu'à l'âge de 85 ans (Halberda, Ly, Wilmer, Naiman, & Germine, 2012).

Chez le nourrisson, des études ont montré que le SAN ne se limitait pas au traitement des informations visuelles, mais pouvait également traiter des informations auditives (e.g., Izard, Sann, Spelke, & Streri, 2009 ; Lipton & Spelke, 2003). De plus, des enfants de 5 ans sont capables de comparer des ensembles de points vus sur un écran avec des séquences de sons entendues et leurs performances varient en fonction du rapport entre les deux numérosités à comparer, signe que le SAN est impliqué dans ce traitement (Barth, La Mont, Lipton, & Spelke, 2005). Cependant, aucune étude chez l'enfant n'a encore étudié les capacités d'approximation des grandes numérosités avec le toucher. De plus, que ce soit chez le nourrisson, l'enfant ou l'adulte, aucune tâche ne permet actuellement de mesurer uniquement les capacités d'approximation des grandes numérosités avec ce sens.

Deux études vont être présentées dans ce chapitre. Avec l'étude 2, le premier objectif a été de construire une tâche de discrimination de grandes numérosités haptique, c'est-à-dire mettant en jeu le toucher actif, utilisable auprès de jeunes enfants, de manière à déterminer si les réponses données obéissaient à la loi de Weber, preuve de l'implication du SAN. Cette tâche a été testée auprès de deux groupes d'âge, 5 et 7 ans, afin d'observer le développement des capacités d'approximation avec le toucher. Ce deuxième objectif a ensuite été poursuivi dans l'étude 3 auprès de quatre groupes d'âge différents : 5 ans, 10 ans, 14 ans et âge adulte (i.e., entre 18 et 24 ans). De même, dans les études 2 et 3, la progression observée concernant les capacités d'approximation des grandes numérosités avec le toucher a été comparée à la progression de ces capacités mesurées avec la vision. Lorsqu'elle est mesurée avec la vision, la précision du SAN corrèle avec les performances générales en mathématiques (Chen & Li, 2014 ; Fazio, Bailey, Thompson, & Siegler, 2014 ; Schneider et al., 2016). Un troisième objectif, avec l'étude 3, a été de déterminer si la mesure obtenue avec notre tâche haptique corrélait également avec les performances numériques exactes des participants. Enfin, toujours avec l'étude 3, le quatrième objectif, a été d'examiner l'évolution de la relation entre la précision du SAN, mesurée avec la vision ou avec le toucher, et les performances numériques exactes, auprès des quatre groupes d'âges étudiés.

6.1 Etude 2 - Approximation de quantités par le toucher chez l'enfant : caractéristiques et développement

Le but de cette étude était de construire une tâche tactile destinée à examiner les capacités d'approximation des grandes numérosités chez l'enfant. Les choix réalisés concernant cette tâche ont été présentés dans le chapitre 4. Ainsi par exemple, nous avons choisi de mettre en jeu le toucher actif, appelé sens haptique, plutôt que le toucher passif qui nous paraissait moins adapté à une tâche de comparaison de nombres non symboliques. En utilisant cette tâche haptique auprès de deux âges différents, 5 ans et 7 ans, nous avons voulu déterminer si le SAN chez l'enfant pouvait traiter des informations tactiles et si, tout comme il est observé avec la vision, les capacités d'approximation avec le toucher augmentaient avec l'âge.

Encadré 6.1: Résumé de l'étude 2

Le système approximatif du nombre (SAN) est un système ancestral utilisé pour appréhender approximativement les quantités. Il peut traiter des informations visuelles, auditives. Des résultats, issus d'études chez l'adulte, suggèrent qu'il pourrait aussi traiter des informations tactiles. Le but de cette étude est d'examiner si, chez l'enfant, le SAN peut traiter des quantités via le sens haptique (i.e., toucher actif). De plus, afin d'observer si des changements développementaux existent concernant le traitement des quantités avec le sens haptique, deux groupes d'enfants (5 et 7 ans) ont été comparés. Une nouvelle tâche a donc été créée, dans laquelle les enfants devaient comparer simultanément deux ensembles de points en relief en les touchant, sans pouvoir les voir et pendant un temps limité pour empêcher le recours au dénombrement : la main droite explorait l'ensemble de droite et la main gauche l'ensemble de gauche. A l'aide d'une tâche couramment utilisée pour mesurer la précision du SAN visuellement, appelée Panamath (Halberda, Mazzocco, & Feigenson, 2008), nous avons vérifié que notre population manifestait bien les caractéristiques typiques observées dans les tâches d'approximation de quantités : augmenter le ratio entre deux quantités conduit à des réponses plus précises, les performances s'améliorent avec l'âge chez l'enfant. Les résultats montrent que les performances des enfants dans la tâche haptique, à 5 ans et à 7 ans, sont au-dessus du hasard et s'améliorent bien avec l'augmentation du ratio. De plus, à 7 ans, les enfants obtiennent de meilleures performances qu'à 5 ans, comme observé avec Panamath. Ces résultats suggèrent que la discrimination haptique de quantité met en jeu le SAN et que la précision de ce système, qu'elle soit mesurée avec une tâche visuelle ou avec une tâche haptique, s'améliore avec l'âge.

Article

Cette étude a fait l'objet d'un article publié dans la revue Perception.

Gimbert, F., Gentaz, E., Camos, V., Mazens, K. (2016). Children's approximate number system in haptic modality. Perception, 45 (1-2), 32-45.

6.1.1 Introduction

Non-human animals and humans share the ability to discriminate numerical magnitudes (e.g., Brannon & Roitman, 2003). This ability, called "the number sense", relies on the approximate number system (ANS), a primitive system that is thought to be the foundation of symbolic mathematic abilities (e.g., Dehaene, 2001 ; Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004 ; Starr, Libertus, & Brannon, 2013). The ANS is used to estimate quantities and to perform approximate calculation (Dehaene, 2010). A major feature of this system is that it follows Weber's law, such that discriminability of two quantities depends on their ratio rather than on their absolute numerical difference (Moyer & Landauer, 1967). This means that 6 vs 8 items is easier to discriminate than 16 vs 18 items, despite the fact that both pairs differ by 2. Discrimination performance improves gradually from a ratio of 1, where there is no possible correct answer because the two quantities are equal, toward larger ratios. ANS acuity is commonly indexed by mean accuracy, mean response time, or Weber fraction (i.e., factor indexing the precision of the individuals' ANS representations). To determine individual ANS acuity, different tasks are classically used, all presenting dot arrays which have to be compared (see Dietrich, Huber, & Nuerk, 2015, for a review).

The ability to approximate quantities is present very early in life and increases in accuracy over the course of development. Newborn infants are able to discriminate quantities when they differ by a ratio of 1 :3 (Izard et al., 2009). Six-month-old infants can differentiate two quantities in a 1 :2 ratio (e.g., 6 vs. 12 dots), but not in a 2 :3 ratio (e.g., 6 vs. 9 ; Xu & Spelke, 2000 ; Lipton & Spelke, 2003), while 9-month-olds succeed in the latter. Between 3 and 6 years of age, the numerical ratio limit decreases from 2 :3 to 6 :7, and reaches 9 :10 in educated adults (Halberda & Feigenson, 2008 ; Piazza, Pica, Izard, Spelke, & Dehaene, 2013). Thus, ANS acuity improves through development and is also assumed to increase with education (Nys et al., 2013 ; Guillaume, Nys, & Mussolin, 2013) and training (DeWind & Brannon, 2012).

Most studies about the ANS concern the visual modality, although some of them have been conducted in the auditory modality. For example, Lipton and Spelke (2003) tested large numerosity discrimination in infants using sound sequences. The accuracy of numerical discrimination increased between 6 and 9 months of age, and the same minimum discrimination ratio was obtained in both auditory and visual modalities. In adults, however, numerical discrimination of auditory sequences has been found to be more accurate than that of visual sequences (Tokita, Ashitani, & Ishiguchi, 2013). Currently, it is assumed that ANS can process quantities presented both visually and auditorily.

By contrast, little is known about quantity processing in the haptic (tactual-kinesthetic) modality (cf. Heller & Gentaz, 2013). Previous studies, more focused on the processing of small sets of items (subitizing), have provided some evidence that the passive (Riggs et al., 2006 ; Ferrand, Riggs, & Castronovo, 2010 ; Gallace, Tan, & Spence, 2007 ; Gallace, Tan, & Spence, 2008) and the active (Plaisier, Bergmann Tiest, & Kappers, 2009 ; Plaisier & Smeets, 2011) tactile perception of large quantities (i.e., larger than 3 or 4) was inaccurate contrary to the precise perception of small quantities. These studies used numerosity judgement tasks. In these tasks, participants had either to name the number of vibrations perceived by passive touch or the number of spheres perceived by active touch. Results showed that error rates in judgement of numerosity increased while the quantities became larger. Even if ANS could be involved in the judgment of large numerosities, these tasks do not directly measure ANS acuity, but instead measure the ability to map numerosity representations to their corresponding verbal number symbols. Indeed, as showed by Lipton and Spelke (2005), the ability to map number words to nonsymbolic numerosities depends specifically on the knowledge of the counting sequence. To our knowledge, no study has directly examined ANS acuity with a haptic task involving only nonsymbolic number knowledge. Moreover, no study has investigated the development of the haptic approximate number processing.

The present study aimed to fill this gap by examining numerical approximation in children using active touch (i.e., the haptic modality). We designed a haptic task involving the simultaneous presentation of two distinct arrays of items. Children had to compare the two arrays simultaneously by touching them using their two hands, in limited duration, without seeing the arrays. Our first aim was to evaluate whether children can approximately compare two quantities in the haptic dot comparison task. Second, by varying the ratio between stimulus arrays, we examined whether children showed ratio-dependent-performance in their approximations. The ratio effect is a fundamental feature of the ANS, and observing this effect in a haptic task would attest to the involvement of ANS and extend it to another modality. Third, we assessed the development of the haptic approximate number processing by comparing two age groups : 5 years of age (before entrance in formal mathematics instruction) and 7 years of age (after more than one year of mathematics instruction).

Children were also tested with a common visual ANS task, Panamath (Halberda, Mazzocco, & Feigenson, 2008), to ensure that they exhibited the typical pattern of numerical approximation demonstrated with visual arrays : Older children should outperform younger children, and an increased ratio should lead to more accurate responses. The presentation time for the arrays of dots was adapted to each modality. In the haptic task, a 10 s time limit was chosen, and in the visual task, a time limit of 1800 ms was chosen. For both tasks, the time limits were chosen to be long enough to allow the youngest children to perceive both arrays, but short enough to prevent serial counting (see method section for more details).

6.1.2 Method

Participants

A total of 147 children (84 girls) participated in the study : 72 5-year-old children (age range from 5 years 2 months to 6 years 2 months; mean age : 5 years and 8 months) and 75 7-year-old children (age range from 7 years 2 months to 8 years 4 months; mean age : 7 years and 8 months). Children were recruited from four schools in Grenoble (France) and surrounding areas, and came from middle or high socio-economic status families.

Stimuli and procedure

Children were individually tested on both the haptic and visual tasks in a separate room at school, during a unique 20-min session (approximately 10 min for the haptic task and 5 min for the visual task and few minutes for a short break). The order of the haptic dot comparison task and the visual dot comparison task was counterbalanced across subjects. The most common task used to measure ANS acuity is the nonsymbolic large numerosity comparison task ("dot comparison task"). Several versions of this task exist, which mainly differ according to presentation format : (1) simultaneous presentation of two distinct arrays of dots on a screen, (2) intermixed presentation of two arrays of distinguishable colored dots, (3) sequential presentation of two arrays, in which the dots appear on the screen either all at once or, one by one. In this study, we used a visual and a haptic version of the first version of the dot comparison task, presented as "the task of choice when measuring ANS acuity" by Dietrich et al. (2015), as it requires less additional cognitive processes than the other two versions.

Haptic task. In the haptic dot comparison task, children were presented two arrays of raised dots on a 3D stimulus (Figure 6.1.). Stimuli were designed with SolidWorks software (SolidWorks Corp, 1993) and were printed with a fused deposition-modeling machine (3D printing). Each rectangle supporting each set of dots measured 80 by 60 mm, in order to make sure that the total area of the array did not exceed the size of a 5-year-old child's hand. The arrays were heterogeneous in dot size. Three radii of dots were used to construct the arrays : 2.5 mm, 3.5 mm, and 5.0 mm, all with a 2-mm height. As no data on ANS acuity in children with haptic modality is available, we chose a large range of ratios to avoid ceiling and floor effects in accuracy (i.e., 1.2, 1.5, 1.8, 2.2, and 2.8). Similarly to previous studies in the visual modality, the size of each haptic array to be compared ranged from 5 to 15 (e.g., range = 5-16 in Halberda et al. 2008, 4-15 in Libertus, Feigenson, & Halberda, 2011). The five categories of ratio chosen, 1.2, 1.5, 1.8, 2.2 and 2.8, had ratios varying from 1.1 to 1.3, 1.4 to 1.6, 1.7 to 1.9, 2.0 to 2.4 and 2.6 to 3.0 respectively. These five ranges of ratios resulted in 15 different comparisons (i.e., ratio 1.2 : 5 vs.6, 10 vs.11, 10 vs.13 ; ratio 1.5 : 5 vs. 7, 5 vs. 8, 6 vs. 9 ; ratio 1.8 :5 vs. 9, 7 vs. 12, 8 vs. 15 ; ratio 2.2 :5 vs. 11, 5 vs. 12, 6 vs. 12 ; ratio 2.8 :5 vs.13, 5 vs. 14, 5 vs. 15) instead of only 5 possibilities if we used only the strict ratio values. On half of the trials (i.e., 15 trials), the cumulative surface area of the two arrays of dots to be compared was equal, and on the other half of the trials, the average size of the individual dots in each array was equal. As a consequence, the size of the dots decreased with increasing numerosity in the first set, when surface areas were controlled, and the total surface area increased with increasing numerosity in the second set, when the size of the dots was controlled. The side of presentation of the larger array was counterbalanced across trials.

During the task, a stimulus was placed under a cover and children had to compare the two arrays of dots by touching them simultaneously using both hands, one on each side, and were instructed to choose the side with the greater number of dots. Children were not able to visually inspect the arrays, thus constraining numerical judgments to solely rely upon haptic exploration. While the experimenter was giving the instructions, she used a stimulus (i.e., ratio 2.8) and taught the child how to explore both arrays with their whole hand by up-and-down movements (i.e., lateral motion exploration procedure ; Lederman & Klatzky, 1987) and how to give the response. Children were asked to indicate the side with more dots by keeping the corresponding hand on it and were encouraged to respond quickly, with a time limit of 10 seconds. This time limit was fixed at 10 s after a pilot study in adults (n = 23), on 10 haptic comparison stimuli involving the smallest numbers (i.e. 5 to 9). Contrary to the present study, adults were instructed to count each array before giving their answer about the array constituted of more dots. The average response time was 15.9 s (SD = 5.0 s) with a rate of 9.9 correct responses among 10. The average response time in adults minus one SD determined the time limit of 10 s. In the present study, none of the child reached 10 seconds to respond, neither showed any signs of counting (e.g., aloud, lip movements or pointing). After two practice trials, involving arrays differing by a 2.8 ratio with accuracy feedback, 30 test trials were presented. The experimenter noted down children's answer for each trial. The number of trials was chosen to minimize boredom or fatigue due to the lengthy duration of exploration (approximately 10 min). Trials were presented in a random fixed order. All children completed all trials.

Visual control task. Using the Panamath software (Halberda et al., 2008), children were presented with two arrays of spatially separated blue and yellow dots, on a 15.6-inch screen (resolution = 1024 x 1280 pixels, refresh rate = 40 Hz). The two arrays were simultaneously presented on a blue (left side) or a yellow (right side) frame. The same ratios, range of numbers, and controls as in the haptic task were used. On half of the trials (i.e., 30), the yellow dots were more numerous ; on the other half, the blue dots were more numerous. Arrays were heterogeneous in size, the default radius of the dots was of 36 pixels and the maximum variability in size between the dots was ± 20 %. The dots appeared for 1800 ms followed by a visual mask and then by a blank screen that remained until the child gave a verbal response (e.g., "blue"). Studies in preschoolers used display times varying from 1200 ms to 2533 ms (Halberda & Feigenson, 2008 ; Chu, vanMarle, & Geary, 2015). In our experiment, after a pilot test with a display time of 1200 ms, we finally chose to increase the presentation time to 1800 ms because young children reported that they did not have enough time to see the stimulus arrays on screen. In the current study, children sat 40 cm from the screen. They were asked to indicate whether more of the dots were blue or yellow. The experimenter pressed a key on the keyboard to record the answer, and triggered the presentation of the next trial after verifying that the child was looking at the screen. After four practice trials involving arrays that differed by a 2.8 ratio and accuracy feedback, 60 test trials were presented, as commonly used in the literature (Libertus, Feigenson, & Halberda, 2011 ; 2013), with 12 trials for each ratio. Trials were presented in a random fixed order.

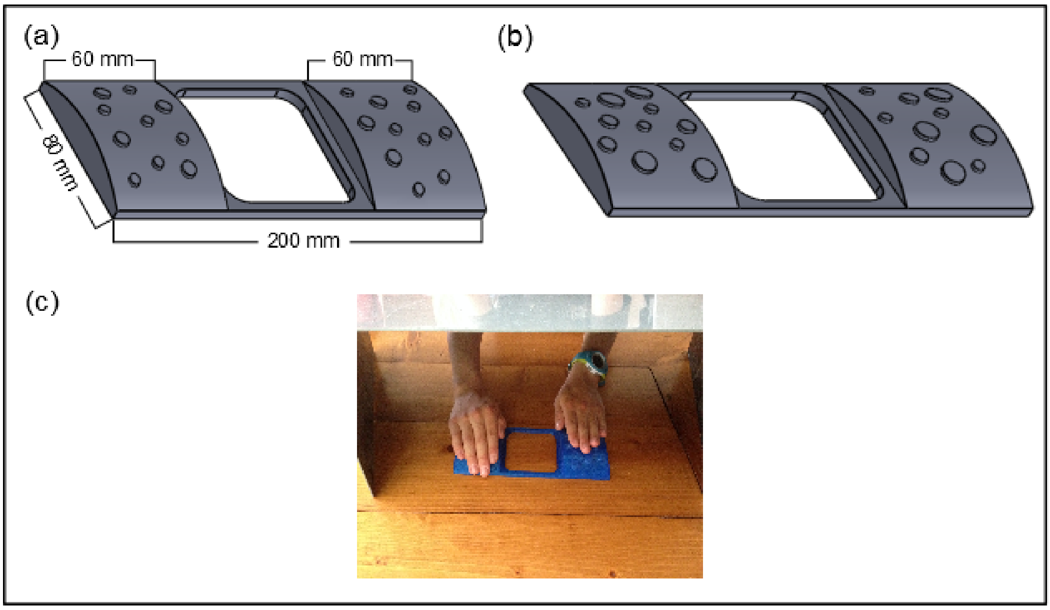


Figure 6.1: (a) Stimulus arrays with ratio 1.1 controlled for cumulative surface area, and (b) stimulus arrays with ratio 1.1 controlled for size of the dots. (c) Picture of the haptic task.

Results

To assess ANS acuity, the mean accuracy per ratio for each participant in the haptic task and in the visual control task was computed. The more precise the ANS representations are, the higher the mean accuracies should be. We used accuracy measures, and not Weber fractions or response times, because of the better reliability of accuracy (Inglis & Gilmore, 2014 ; Dietrich et al., 2015). Because preliminary analyses showed that the order of the tasks, handedness, and the gender of the child had no main effects on children's performance, and did not interact with other factors, these factors were not included in the reported analyses.

For each task, to test whether accuracy depended on the control type and whether this control type interacted with age group, a 2 (control type : surface area or dot size) x 2 (age : 5- and 7-year-olds) repeated measures ANOVA was conducted. In the haptic task, children were more accurate when the size of the dots was controlled (86%) than when cumulative surface area was controlled (84%), $F(1,\ 145) = 5.67$, p =.02, $\eta^2 = .04$. The interaction between control type and age was not significant, $F(1,\ 145) = 0.52$, $p = .47$, $\eta^2 = .004$. In the visual task, the main effect of control type was significant, $F(1,\ 145) = 9.34$, p =.003, $\eta^2 = .06$, and this effect interacted with age, $F(1,\ 145) = 8.78$, p =.004, $\eta^2 = .06$. Seven-year-old children were more accurate in the visual task when the cumulative surface area was controlled (96%) than when the dots size was controlled (93%), $t(145) = 4.30$, $p < .001$, whereas, 5-year-old children's performance did not differ with the control type (surface area : 91%, dots size : 91%), $t(145) = 0.06$, $p = 1$ (Scheffé post hoc tests).

To further investigate these effects, we performed one-sample Student t tests to compare each age group's percentage of correct response on the two types of controls, collapsed across all ratios, to chance (50%). If children based their judgments on perceptive variables rather than on numbers, performance should be at chance for the trials that cannot be correctly answered based on surface area, in the haptic task, and based on the size of the dots, in the visual task. For the two age groups, performance was above chance (see Table 6.1) in both control types for both tasks. Therefore, children based their responses on number, and not on area or on the size of the dots.

Table 6.1: Mean accuracies (percentage) and standard deviations (SD) per age group for each control type in the haptic and visual tasks ; t, and η^2 values from the comparison with chance. All ps are $< .001$.

		Haptic task			Visual task		
Age group	Control type	Mean accuracy (SD)	t	η^2	Mean accuracy (SD)	t	η^2
5 years olds	Cumulated surface area	83 (11)	25.42	.90	91(6)	55.67	.98
	Mean size of the dots	84 (10)	28.02	.92	91(6)	57.32	.98
7 years olds	Cumulated surface area	85 (10)	31.41	.93	96(4)	91.6	.99
	Mean size of the dots	88 (9)	36.41	.95	93(4)	86.25	.99

Haptic task A first analysis showed that children performed significantly above chance in the haptic dot comparison task (i.e., all mean accuracies significantly differed from 50%), for all of the five ratios (Table 6.2). Children in both age groups were able to compare two quantities in the haptic modality.

TABLE 6.2: Mean accuracies (percentage) and standard deviations (SD) per age for each ratio in the haptic dot comparison task ; t, and η^2 values from the comparison to chance. All ps are $< .001$.

	5-year-olds, n = 72			7-year-olds, n = 75		
Ratio	Mean accuracy (SD)	t	η^2	Mean accuracy (SD)	t	η^2
1.2	64 (19)	6.14	.35	69 (19)	8.43	.49
1.5	86 (16)	17.86	.82	86 (14)	22.73	.87
1.8	85 (16)	18.12	.82	88 (14)	23.7	.88
2.2	91 (16)	21.45	.87	94 (10)	38.72	.95
2.8	94 (13)	30.15	.93	96 (9)0	47.22	.97

To test whether accuracy depended on ratio and age, a 5 (ratio : 1.2, 1.5, 1.8, 2.2, and 2.8) x 2 (age : 5- and 7-year-olds) repeated measures ANOVA was conducted. The two main effects were significant. Older children (87%) were more accurate than younger children (83%), $F(1, 145) = 5.46$, $p = .02$, $\eta^2 = .04$ (Figure 6.2.a). Children were also more accurate with larger ratios than with smaller ones, $F(4, 580) = 97.50$, $p < .001$, $\eta^2 = .40$. The interaction between ratio and age was not significant, $F(4, 580) = 0.22$, $p = .93$, $\eta^2 = .002$.

Visual control task As in the haptic task, a repeated measures ANOVA 5 ratios $\times$ 2 ages was conducted on mean accuracy scores. The two main effects were significant. Older children (94%) were more accurate than younger children (91%),$F(1, 145) = 23.56$, $p < .001$, $\eta^2 = .14$. Children were more accurate when the difference between the two quantities to be discriminated was larger, $F(4, 580) = 423.36$, $p < .001$, $\eta^2 = .74$ (Figure 6.2.b). This ratio effect significantly interacted with age, $F(4, 580) = 8.16$, $p < .001$, $\eta^2 = .05$. The two age groups differed on the two smaller ratios (i.e., 1.2, 1.5), $t(145) = 3.76$, $p < .001$, and $t(145) = 4.50$, $p = .003$, respectively, but not on the three larger ones (i.e., 1.8, 2.2 and 2.8), $t(145) = 3.33$, $p = .43$, $t(145) = 0.59$, $p = 1$, and $t(145) = 1.81$, $p = 1$, respectively (Scheffé post hoc tests).

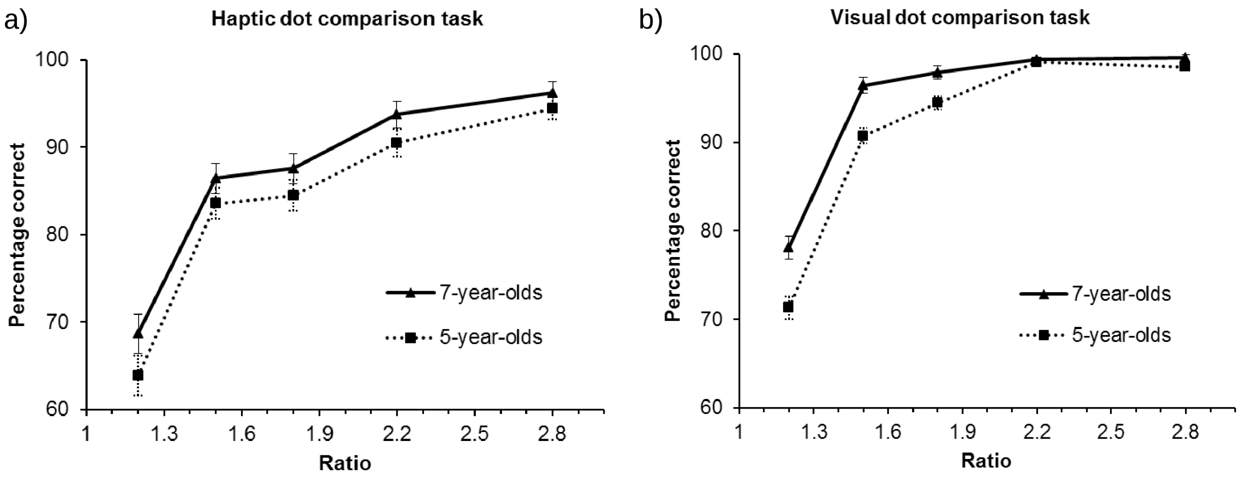


FIGURE 6.2: Mean accuracy (in percentage) as a function of ratio for each age group in the (a) haptic and (b) visual dot comparison tasks. Error bars represent standard errors.

6.1.3 Discussion

This study investigated children's quantity processing in the haptic modality using a haptic dot comparison task. Children from two age groups, 5- and 7-year-olds, were asked to compare two arrays of dots of varying ratios. They were presented with two arrays simultaneously and asked to touch them with both hands, without being able to see them. First, using a common visual ANS task, Panamath (Halberda et al., 2008), we showed that our population exhibited the typical pattern of approximation : Older children outperformed younger children, and an increased ratio led to more accurate responses in both ages. Furthermore, performance in the haptic task revealed that children, in both age groups, were able to compare two quantities in the haptic modality above chance for all of five ratios. Most importantly, our findings revealed the existence of ratio and age effects in the haptic dot comparison task and since the ratio effect is viewed as the signature of the ANS, we can reasonably assume that the haptic task did measure ANS acuity. Moreover, the age effect evidenced that ANS acuity measured with the haptic task improves with age similarly to what has been observed with the visual tasks (e.g., Halberda & Feigenson, 2008). We can also notice, by observing descriptive data (see Table 6.2 and Figure 6.2), that children seemed to be more accurate to compare quantities in the visual domain than in the haptic one. This observation is in line with results from Gallace, Tan, and Spence's study (2007), in numerosity judgments tasks for visual and tactile stimuli. In this study, adults were more performant in the visual than in the tactile condition when they were asked to name the number of lights or vibrations simultaneously presented. An explanation for the superiority of vision over touch may lie in the nature of each sensory modality. The haptic perception is more sequential than the visual perception due to the manual exploration (Heller & Gentaz, 2013).

Our results showed, for the first time, that the ANS in children can process the quantity of arrays of dots in the haptic modality. These findings are in line with previous results in nonsymbolic large number comparisons in the visual modality (Xu & Spelke, 2000 ; Barth, La Mont, Lipton, & Spelke, 2005) and in the auditory modality (Lipton & Spelke, 2004), showing that the accuracy of the comparisons depends on the ratio between the two quantities to be compared. Taken together, these results suggest that the ANS can encode the numerosity of discrete elements from different sensory modalities : visual, auditory, and haptic. In the literature, the processes of extracting numerical information from visual or auditory stimuli have been mainly explained by two different models : the accumulator model (Meck & Church, 1983 ; Cordes, Gelman, Gallistel, & Whalen, 2001) which is used to process sequentially presented stimuli, and the numerosity detector model (Dehaene & Changeux, 1993), which is able to process simultaneously presented stimuli. None of these models especially explained the haptic perception of quantities, which can be simultaneous and sequential, and our experiment cannot clarify how numerical information was extracted from the arrays of raised dots. More studies are needed to better understand how quantity information can be extracted from tactile stimuli and whether this extracting process is modality-specific or not. For example, future studies could investigate the haptic perception of two series of sequentially presented raised dots in order to know whether performance will reveal a ratio effect with the sequential format of presentation of quantities.

Furthermore, this study also found that 7-year-olds performed better in the haptic modality than 5-year-olds. This improvement in ANS acuity with age is a well-known finding in the visual modality (Halberda & Feigenson, 2008 ; Piazza et al., 2013) and is assumed to result from maturation and education (Nys et al., 2013 ; Piazza et al., 2013). Studies in adults have also evidenced that ANS acuity could be improved by intensive training on visual ANS tasks (DeWind & Brannon, 2012 ; Park & Brannon, 2013 ; Park & Brannon, 2014). Moreover, findings by Castronovo and colleagues have shown improved estimation abilities from repetitive sensorial experiences with approximate quantities (Castronovo & Seron, 2007 ; Castronovo & Delvenne, 2013). They compared numerical estimation abilities in blind and sighted subjects and found that blind subjects demonstrated better numerical estimation abilities than sighted subjects, in both proprioception and verbal production of quantities. The authors assumed that blind subjects use estimation processing more frequently in everyday life and in a greater range of situations (e.g., locomotion) than sighted subjects, and this greater experience in processing approximate quantities could lead to their better estimation skills. Using our haptic task, future studies could investigate whether training on haptic ANS tasks could lead to improved haptic approximation of quantities.

Moreover, our results evidenced that ANS acuity was better in older than in younger children in both modalities : haptic and visual. These results raise two different questions on the possible intermodal influences on ANS acuity. First, can the ANS be used to match or compare quantities between two different modalities ? Previous studies have already shown that infants are able to match quantities presented in visual and auditory modalities. Indeed, with large numbers (i.e., larger than 4), newborns are able to associate a visual array of objects with auditory sequences of sounds on the basis of number (Izard et al., 2009). With small numbers, Féron, Gentaz and Streri (2006) have found cross-modal transfer in 5-month-old infants from tactile arrays to visual arrays in the small number range. This ability to match visual and tactile quantities has not yet been tested with large numbers. Future studies could aim at modifying our haptic task into a cross-modal task to test possible vision-touch transfers. To our knowledge, the second question has not yet been tested : Do intermodal influences in the development of ANS acuity exist ? In other words, is an improvement in ANS acuity transferable from one modality to another, or is it specific to each modality ? Further studies following these perspectives might allow a better understanding of how sensorial experience with quantities could enhance ANS acuity in children. For example, it could be possible to train children with visual or haptic ANS tasks and observe whether the improvement in ANS acuity would be modality specific or generalized to all the sensorial modalities (i.e., visual, auditory, haptic).

To conclude, this study provided clear evidence that the ANS is able to process quantities in the haptic modality in 5- and 7-year-old children. Seven-year-old children were more accurate than 5-year-old children in a nonsymbolic comparison tasks both in the haptic modality and the visual modality, addressing the exciting question of possible intermodal influences in the development of the ANS acuity. More research is needed to improve our knowledge about the development of ANS acuity. Further understanding is critical in order to produce effective ANS training in children.

6.1.4 Analyses complémentaires : Etude 2bis

Les études 1 et 2 ont été réalisées la même année avec les mêmes enfants. Nous avons donc rapproché les données des deux études en suivant deux objectifs : (1) étudier la relation entre les performances mesurées avec la tâche de comparaison visuelle non symbolique et celles mesurées avec la tâche de comparaison haptique non symbolique et (2) comparer les relations observées entre les performances mesurées avec la tâche visuelle et les différentes mesures réalisées dans l'étude 1, avec les relations observées entre les performances mesurées avec la tâche haptique et ces mêmes mesures. Pour ce faire, les analyses de corrélations présentées dans le Tableau 6.3 ont été réalisées.

TABLE 6.3: Corrélations entre les performances en comparaison haptique non symbolique, en comparaison visuelle non symbolique et les différentes mesures réalisées dans l'étude 1.

A 5 ans	Comparaison visuelle non symbolique	Comparaison haptique non symbolique
Comparaison visuelle non symbolique	-	-
Comparaison haptique non symbolique	.22	-
Addition symbolique exacte	.23	-.04
Soustraction symbolique exacte	.27*	.07
Problème symbolique exact	.34**	.01
Score total en arithmétique	.34**	.02
Estimation sur ligne numérique	- .25*	-.13
Mémoire de travail	.24*	.16

A 7 ans	Comparaison visuelle non symbolique	Comparaison haptique non symbolique
Comparaison visuelle non symbolique	-	-
Comparaison haptique non symbolique	.08	-
Addition symbolique exacte	.26*	.05
Soustraction symbolique exacte	.14	.09
Problème symbolique exact	.18	.1
Score total en arithmétique	.21	.09
Estimation sur ligne numérique	-.04	.1
Mémoire de travail	.30**	.11

* p <.05, **p <.01, ***p <.005, ****p <.001

L'observation des corrélations révèle que la relation entre les performances obtenues dans les tâches de comparaison visuelle non symboliques visuelle et haptique ne corrèlent pas significativement entre-elles (r = .22 à 5 ans, r = .08 à 7 ans). De plus, aucune des mesures réalisées dans l'étude 1 ne corrèle avec les performances mesurées avec la tâche de comparaison haptique non symbolique. Ces résultats seront discutés dans le Chapitre 9.

6.2 Etude 3 - Développement des capacités d'approximation et relation avec l'arithmétique exacte entre 5 ans et l'âge adulte

L'étude précédente a montré que chez l'enfant, le SAN pouvait traiter des quantités avec le toucher. Il est donc désormais possible d'utiliser cette tâche haptique pour mesurer la précision du SAN. Pour la présente étude, la tâche haptique utilisée a été adaptée. En effet, ses caractéristiques générales restent identiques (i.e., les choix décrits dans le chapitre 4), mais trois aspects ont été modifiés. Le premier concerne les ratios utilisés dans la tâche. Ils ont été choisis pour que la tâche soit sensible à 5 ans, comme à l'âge adulte. Le second est la taille des points utilisés. Nous avons choisi de minimiser la différence entre la taille des pastilles en relief utilisée, de manière à diminuer l'influence des indices perceptifs (i.e., taille des points et surface totale cumulée) dans les réponses tout en assurant les mêmes contrôles. Le troisième est lié à la technique de fabrication utilisée pour cette nouvelle tâche, fournissant un rendu plus lisse et plus net que la technique utilisée pour imprimer les stimuli dans l'étude 2.

Encadré 6.2: Résumé de l'étude 3

La précision du système approximatif des quantités (SAN) est généralement mesurée avec des tâches de comparaison de nombres non symboliques visuelle. Avec ce type de tâches, trois résultats ont été observés : la précision du SAN augmente avec l'âge, et ce jusqu'à l'âge de 30 ans environ, elle corrèle avec les performances générales en mathématiques et cette corrélation est supposée plus forte chez les jeunes enfants que chez les adultes. Dans la présente étude, nous avons voulu déterminer si ces trois résultats sont également observés lorsqu'une tâche de comparaison de nombres non symboliques haptique (i.e., toucher actif) était utilisée pour mesurer la précision du SAN. Pour cela, deux tâches ont été utilisées pour mesurer la précision du SAN, une visuelle et une haptique, et deux tâches mesuraient les compétences en arithmétiques : additions et problèmes. Quatre groupes d'âges ont été comparés : 5, 10, 14 ans et âge adulte. Les résultats montrent que la précision du SAN mesurée avec le sens haptique et avec la vision augmentait avec l'âge, en particulier entre 5 et 10 ans, puis stagnait ensuite jusqu'à l'âge adulte. De plus, la précision du SAN mesurée avec le sens haptique ne corrélait qu'avec les performances en additions à 5 ans et pas aux autres âges. Avec la tâche visuelle, à 5 ans, la précision du SAN et les performances en problèmes sont liées significativement, ce qui n'est pas observé avec la tâche haptique. De plus, à tous les âges, les performances dans les tâches visuelle et haptique ne corrèlent pas. Ces résultats suggèrent que les deux tâches ne mesurent pas exactement la même chose.

6.2.1 Introduction

La présente expérience a examiné les capacités d'approximation des grandes numérosités avec la vision et avec le toucher. Elle poursuivait trois objectifs différents. Le premier consistait à poursuivre l'observation du développement des capacités d'approximation des grandes numérosités avec le toucher auprès de participants plus âgés et de le comparer au développement des capacités d'approximation des grandes numérosités avec la vision. Le second objectif était de déterminer si les mesures obtenues avec la tâche haptique, utilisées pour mesurer autrement la précision du SAN, corrélaient avec les performances en arithmétique exacte des participants, tout comme il est observé avec les tâches visuelles, couramment utilisées pour mesurer la précision du SAN. Enfin, le troisième objectif consistait à examiner le développement de la relation entre la précision du SAN, mesurée avec la vision ou avec le toucher, et les performances numériques exactes en comparant cette relation entre les différents groupes d'âges étudiés. Cette étude comportait quatre groupes d'âges différents : 5 ans, 10 ans, 14 ans et âge adulte (i.e., entre 18 et 24 ans). Les âges de 5 ans, 10 ans et 14 ans ont été choisis car ils correspondent à des moment clés dans la scolarité des enfants et adolescents : la classe de grande section de maternelle, la classe de CM2 et la classe de 3ème (i.e., dernière année de chaque grande étape de la scolarité). La comparaison de ces âges, ainsi que l'ajout d'un groupe adulte, nous permet donc d'avoir une vision développementale large. Les tâches utilisées pour mesurer les performances en arithmétiques ont été choisies pour être des tâches mettant en jeu la manipulation de quantités par le calcul mental. Ainsi, nous avons choisi de proposer une tâche d'additions et une tâche de problèmes, dont les résultats doivent être calculés mentalement (i.e., pas de recours possible aux opérations posées).

6.2.2 Méthode

Participants

Quarante-neuf enfants de Grande Section (GS) de maternelle (entre 5 ans 2 mois et 6 ans 3 mois, âge moyen = 5 ans 9 mois ; 22 filles), 61 enfants de CM2 (entre 9 ans 6 mois et 12 ans, âge moyen = 10 ans 10 mois ; 35 filles), 46 enfants de 3ème (entre 13 ans 9 mois et 16 ans 5 mois, âge moyen = 14 ans 9 mois ; 25 filles) et 56 adultes (entre 18 ans et 24 ans 4 mois, âge moyen = 20 ans 4 mois ; 49 filles) ont été inclus dans cette étude. Trois enfants de GS et un de CM2 ont participé à cette étude mais n'ont pas été inclus dans l'échantillon final pour les raisons suivantes : deux pour des difficultés de compréhension des consignes, deux ayant des troubles des apprentissages reconnus. Tous les enfants sont issus d'écoles ou d'un collège de Grenoble ou de l'agglomération grenobloise et proviennent de familles au milieu socio-économique moyen à élevé. Les adultes sont des étudiants de première ou deuxième année de psychologie de l'Université Grenoble Alpes. Ces derniers étaient rémunérés en points d'expérience pour leur participation aux deux séances de cette étude (i.e., 1.25 points à ajouter à leurs notes obtenues aux examens).

Tâches et matériel

Quatre tâches différentes ont été réalisées. Deux tâches de comparaison approximative de nombres non symboliques ont été utilisés pour mesurer la précision du SAN, l'une mettant en jeu la vision, l'autre le sens haptique. Les points communs et différences entre ces deux tâches sont exposés dans le Tableau 6.4. Une tâche d'arithmétique symbolique, composée de deux sous-tâches, additions et problèmes, constitue la mesure des performances en arithmétique exacte. Les capacités de raisonnement ont été mesurées avec les Matrices colorées ou les Matrices Progressives Standard de Raven, en fonction de l'âge des participants.

TABLE 6.4: Points communs et différences entre les deux tâches mesurant le SAN.

Tâche visuel : Panamath	Tâche haptique
Points communs	
Comparaison simultanée de deux ensembles de points spatialement séparés	
Contrôles des ensembles de points : 2 sets, un égalisé sur la surface total,	
l'autre sur la taille moyenne des points	
Ratio utilisés : 1.1, 1.3, 1.5, 1.7 et 1.9	
Nombres utilisés : entre 9 et 22	
Variabilité entre les tailles de points : ± 20 %.	
Différences	
Perception visuelle, sur un plan vertical	Perception haptique, sur un plan horizontal
Affichage de chaque comparaison pendant 1800 ms	Exploration de chaque comparaison pendant 10 s
Nombre d'essais : 60	Nombre d'essais : 30
Durée : environ 5 min (consignes incluses)	Durée : environ 10 min (consignes incluses)

Comparaison approximative de nombres non symboliques visuelle. Le logiciel Panamath a été utilisé et configuré pour cette tâche (Halberda, Mazzocco, & Feigenson, 2008). Deux ensembles de points, un bleu et un jaune, étaient simultanément présentés à l'écran (15.6 pouces). Les participants devaient désigner l'ensemble contenant le plus de points. Chaque essai débutait par une croix de fixation, suivie de la présentation des points pendant 1800 ms, suivie par un masque de 200 ms et par un écran gris, restant affiché jusqu'à la réponse du participant. Les enfants de GS donnaient leurs réponses oralement, en disant « jaune » ou « bleu » et l'expérimentateur appuyait sur la touche correspondante (i.e., « f » pour bleu et « j » pour jaune) pour enregistrer leurs réponses, tandis que les autres participants donnaient leurs réponses en appuyant eux-mêmes sur les touches du clavier. Les participants étaient assis à environ 40 cm de l'écran. Les points apparaissaient dans deux cadres de la même couleur que les points, un cadre bleu pour le côté gauche et un cadre jaune pour le côté droit. Les ensembles de points variaient entre 9 et 22 points et les comparaisons proposées étaient classées selon cinq ratios : 1.1, 1.3, 1.5, 1.7 et 1.9 (12 essais par ratio). Les ensembles de points étaient constitués de points de taille hétérogène, le rayon de base d'un point était de 36 pixels et le maximum de variabilité entre les points était $\pm$ 20 %. Afin de pouvoir vérifier que les participants répondaient bien à la tâche en se basant sur la quantité de points et non pas uniquement sur des indices perceptifs tels que la taille des points ou la surface colorée recouverte par les points, deux sets contrôlant chacun pour une dimension donnée ont été créés. Dans le premier set, la surface totale cumulée de l'ensemble de points de gauche était identique à celle de l'ensemble de points de droite. Dans le second set, la taille moyenne des points composant l'ensemble de gauche était identique à celle des points de l'ensemble de droite. Par conséquent, la taille des points corrélait négativement avec la quantité dans le premier set, tandis que la surface totale des points corrélait positivement avec la quantité dans le second set. Le côté de présentation du plus grand ensemble de points était contrebalancé entre les essais. Après quatre essais d'entraînement (ratio 1.9) pendant lesquels les participants recevaient un feedback oral de l'expérimentateur, 60 essais tests ont été réalisés, sans feedback. Les essais étaient présentés dans un ordre fixe de difficulté aléatoire.

Comparaison approximative de nombres non symboliques haptique. Chaque stimulus, constitué de deux ensembles de points en relief, était placé à l'intérieur d'une boîte de telle sorte qu'il ne soit pas visible par les enfants, mais le soit par l'expérimentatrice. En passant leurs mains par une ouverture de la boîte, les participants exploraient haptiquement ces deux ensembles de points, en plaçant une main sur chaque ensemble, et devaient désigner celui contenant le plus de points, en tapant doucement dessus avec la main correspondante. La manière d'explorer les ensembles était explicitée et montrée par l'expérimentatrice pendant les instructions : explorer par des mouvements de haut en bas avec chaque main (i.e., procédure d'exploration par frottement latéral ; Lederman & Klatzky, 1987). Les participants étaient encouragés à répondre rapidement, avec une limite de la durée d'exploration fixée à 10 secondes, pour s'assurer qu'aucun participant n'avait recourt au comptage. Chaque ensemble de points était contenu à l'intérieur d'un rectangle de 75 mm par 60 mm. Aucun point ne se situait à moins de 5 mm des bords de ces rectangles (Figure 6.3.). Les stimuli ont été dessinés avec le logiciel SolidWorks (SolidWorks Corp, 1993) puis imprimés en 3D par photopolymérisation (ou StereoLithography Apparatus, SLA). Les ensembles de points variaient entre 9 et 22 points et les comparaisons proposées étaient classées selon cinq ratios : 1.1, 1.3, 1.5, 1.7 et 1.9. Les ensembles de points étaient constitués de points de taille hétérogène. Trois rayons de points différents ont été utilisés : 2.5 mm, 3.0 mm et 3.5 mm, de manière à ce que le maximum de variabilité entre les points soit de ± 20 %. La hauteur de chaque point était de 2 mm. Comme dans la tâche visuelle, deux sets contrôlant chacun pour une dimension donnée ont été créés : un set contrôlant pour la surface totale cumulée des points, un autre pour la taille moyenne des points (voir descriptif tâche visuelle). Le côté de présentation du plus grand ensemble de points était contrebalancé entre les essais. Après deux essais d'entraînement (ratio 1.9) pendant lesquels les participants recevaient un feedback oral de l'expérimentatrice, 30 essais tests étaient réalisés, sans feedback. Les essais étaient présentés dans un ordre fixe de difficulté aléatoire.

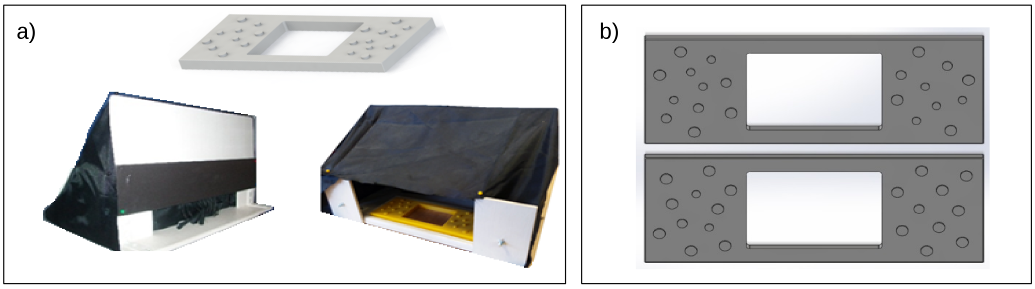


FIGURE 6.3: (a) Dispositif utilisé dans la tâche de comparaison haptique de nombres non symboliques. (b) Comparaison de 10 vs 11, contrôlée pour la taille moyenne des points (haut), contrôlée pour la surface totale cumulée des points (bas).

Arithmétique symbolique exacte. Cette tâche était composée de deux sous-tâches : additions symboliques exactes et problèmes symboliques exacts. Pour obtenir une mesure générale des performances des participants en arithmétique exacte, la moyenne des pourcentages de réussite dans les deux tâches a été calculée.

Dans la tâche d'additions symboliques exactes, les enfants de CM2, 3ème et les adultes devaient résoudre un maximum d'additions en 8 min (voir Tableau C.3 en Annexe). Les additions étaient posées en ligne, présentées sur papier, dans un ordre de difficulté croissant : les 20 premières étaient des additions à deux chiffres sans aucune retenue (i.e., 14 + 23), dans les 20 suivantes, l'addition des unités nécessitait d'ajouter une dizaine (i.e., 38 + 49), dans les 20 suivantes l'addition des dizaines nécessitait d'ajouter une centaine (i.e., 53 + 76), dans les 20 suivantes l'addition des unités et l'addition des dizaines nécessitaient d'ajouter respectivement une dizaine et une centaine (i.e., 28 + 96), et enfin, les 20 dernières avaient les mêmes caractéristiques que les 20 précédentes mais étaient des additions à 3 chiffres (i.e., 125 + 396). Il était demandé aux participants de faire tous les calculs mentalement et de n'écrire que les réponses aux additions sur leur feuille. Ils n'avaient donc pas la possibilité de poser l'opération ou de dessiner.

Les enfants de GS devaient résoudre dix additions présentées sur des cartes et lues par l'expérimentatrice (4 + 1, 5 + 2, 3 + 2, 4 + 3, 2 + 4, 3 + 5, 2 + 8, 6 + 4, 2 + 7, 3 + 9). Avant de commencer, deux essais d'entraînement (i.e., 1 + 1 et 2 + 1) étaient réalisés de manière à s'assurer de la bonne compréhension de la tâche. Il était dit explicitement aux enfants qu'ils pouvaient utiliser leurs doigts s'ils le souhaitaient. Les additions étaient présentées dans un ordre de difficulté croissant (estimé à partir des données issues de l'étude 1, voir Tableau C.1 en Annexe). Ce procédé permettait d'arrêter la tâche après trois échecs consécutifs de l'enfant.

Dans la tâche de problèmes symboliques exacts, les enfants de CM2, 3ème et les adultes devaient résoudre un maximum de problèmes en 8 min (voir Tableau C.4 en Annexe). Les problèmes étaient présentés dans un ordre de difficulté croissant. Il s'agissait des 27 derniers problèmes de l'épreuve « Arithmétique » du WISC IV. Contrairement à la passation de cette épreuve selon le WISC IV, les problèmes étaient présentés sur papier pour être lus par les participants eux-mêmes, à leur rythme. Il était demandé aux participants de faire tous les calculs mentalement et de n'écrire que les réponses aux problèmes sur leur feuille. Ils n'avaient donc pas la possibilité de poser l'opération, d'écrire un résultat intermédiaire ou de dessiner.

Les enfants de GS devaient résoudre dix problèmes. lus par l'expérimentatrice (e.g., « Denis a 2 billes. Il en gagne 2. Combien de billes a-t-il en tout ? »). Dans la moitié des essais il s'agissait d'additionner les nombres donnés, tandis que l'autre moitié nécessitait un processus soustractif. Un essai d'entraînement était proposé (i.e., « Sophie a 1 bille, sa sœur lui donne une bille de plus. Combien de billes a Sophie maintenant ? ») afin de s'assurer de la bonne compréhension de la tâche. Les problèmes étaient présentés dans un ordre de difficulté croissant (estimé à partir des données issues del'étude 1, voir Tableau C.2 en Annexe). Ce procédé permettait d'arrêter la tâche après trois échecs consécutifs de l'enfant.

Matrices de Raven. Les enfants de CM2, 3ème et les adultes ont réalisé les Matrices Progressives Standard de Raven (SPM38), tandis que les enfants de GS ont réalisés les Matrices Colorées Progressives (CPM) car les SPM38 n'étaient pas adaptées pour leur âge. Ces épreuves consistent à trouver parmi diverses propositions, celle qui permet de compléter un dessin. Les SPM38 sont composées de cinq séries de 12 essais, la passation a eu lieu en collectif, les participants avaient chacun un livret et avançaient dans la tâche à leur rythme. Les CPM sont composées de trois séries de 12 essais, la passation (avec les GS) a eu lieu en individuel. Une petite pause était faite entre chaque série.

6.2.3 Procédure

La procédure de passation était identique pour les groupes d'enfants de CM2, 3ème et pour les adultes. Lors d'une première séance d'une durée d'environ 15 minutes, les participants ont rencontré individuellement un expérimentateur dans une salle calme. Pendant cette séance, ils ont réalisé la tâche de comparaison approximative de nombres non symboliques visuelle et la tâche de comparaison approximative de nombres non symbolique haptique. L'ordre de passation de ces deux tâches a été contrebalancé entre les participants de même groupe d'âge. Lors d'une seconde séance, d'une durée d'environ 1h, les participants ont complété l'épreuve d'arithmétique symbolique exacte, composée d'une tâche d'additions symboliques exactes, suivie d'une tâche de problèmes symboliques exacts et les Matrices Progressives de Raven 38. La passation de cette seconde séance a été faite collectivement.

La procédure de passation était différente pour les enfants de GS, de manière à être adaptée à leur jeune âge. Les deux séances de passations ont été réalisées individuellement. Lors d'une première séance d'environ 25 minutes, les enfants de GS réalisaient les tâches de comparaison approximative de nombres non symboliques visuelle et haptique. L'ordre de passation de ces deux tâches a été contrebalancé entre les enfants. Ensuite, l'épreuve d'arithmétique symbolique exacte adaptée à leur âge était réalisée. Elle était composée de la tâche d'additions suivie de la tâche de problèmes symboliques exacts. La seconde séance d'une durée d'environ 20 minutes était réservée à la passation des Matrices Colorées de Raven.

6.2.4 Résultats

Dans chaque tâche, les scores déviants de plus ou moins trois écart-types de la moyenne du groupe ont été exclus des analyses. De plus, dans les deux tâches de comparaison de nombres non symboliques qui sont des tâches à choix binaire, les scores moyens inférieurs au hasard (i.e., 50%) ont été exclus. Il en résulte que trois scores dans la tâche de comparaison haptique (1.4 % des données), un score dans la tâche de comparaison visuelle (0.5 % des données) et un score en arithmétique exacte (0.5 % des données) n'ont pas été inclus dans les analyses. Les mesures de huit participants (un enfant de CM2, quatre de 3ème et trois adultes) pour les tâches d'addition, de problèmes symboliques exacts et les matrices de Raven sont manquantes pour cause d'absence lors de la deuxième séance. Les effectifs finaux et les résultats descriptifs pour chaque mesure sont présentés dans le Tableau 6.5.

Analyses préliminaires

Pour les deux tâches de comparaison de nombres non symboliques, la tâche visuelle et la tâche haptique, une ANOVA à mesures répétées 2 (type de contrôle : surface totale cumulée ou taille moyenne des points) x 4 (groupe d'âge : GS, CM2, 3ème, adulte) a été réalisée, afin de déterminer si la précision des réponses dépendait du type de contrôle utilisé et si ce type de contrôle interagissait significativement avec l'âge. Dans la tâche de comparaison haptique, les participants étaient plus précis lorsque la taille des points était contrôlée (81%) que lorsque la surface totale cumulée était contrôlée (75%), $F(1, 208) = 32.55$, $p < .001$, $\eta^2 = .14$. L'interaction entre le type de contrôle et l'âge n'est pas significative, $F(3, 208) = 2.10$, $p = .10$, $\eta^2 = .03$. Dans la tâche de comparaison visuelle, la direction de l'effet du type de contrôle est inversée : les participants étaient plus précis lorsque le contrôle était sur la surface (93%) que lorsqu'il était sur la taille des points (92%), $F(1, 208) = 4.75$, $p = .03$, $\eta^2 = .02$. L'interaction entre le type de contrôle et l'âge n'est pas non plus significative dans cette tâche, $F(3, 208) = 1.71$, $p = .17$, $\eta^2 = .02$. Même si les performances des participants étaient différentes en fonction du type de contrôle utilisé, elles différaient toujours du hasard (tous les $t > 12.9$, et $p < .001$), suggérant que les participants répondaient bien aux deux tâches en se basant sur la quantité de points et non pas uniquement sur les indices perceptifs que sont la taille des points ou la surface recouverte par les points.

TABLE 6.5: Effectifs (n), moyennes (M), écart-types (ET), minimum (Min), maximum (Max) et score maximum théorique ($Max.\ Th.$) pour toutes les mesures réalisées, par groupe d'âge.

Mesures par groupe d'âge	n	M	ET	Min	Max	$Max\ Th.$
Grande Section de maternelle	49					
Comparaison visuelle non symbolique	48	86.11	7.21	68.33	98.33	100
Comparaison haptique non symbolique	46	72.1	10.19	53.33	90	100
Additions symboliques exactes (version GS)	49	5.39	2.98	0	10	10
Problèmes symboliques exacts verbaux	49	4.22	2.23	0	9	10
Total arithmétique exacte en % (version GS)	49	48.06	23.89	5	95	100
Matrices de Raven CPM	49	22.39	4.34	12	29	36
CM2	61					
Comparaison visuelle non symbolique	61	93.33	3.6	86.67	100	100
Comparaison haptique non symbolique	61	78.31	11.13	50	96.67	100
Additions symboliques exactes	60	43.92	15.45	6	78	100
Problèmes symboliques exacts	60	15.48	3.56	10	24	27
Total arithmétique exacte en %	60	50.63	11.78	23.37	77.89	100
Matrices de Raven SPM 38	60	40.5	6.38	22	53	60
3ème	46					
Comparaison visuelle non symbolique	46	95.04	2.89	86.67	100	100
Comparaison haptique non symbolique	46	80.36	9.22	56.67	93.33	100
Additions symboliques exactes	42	52.69	15.89	24	84	100
Problèmes symboliques exacts	42	19.5	3.49	12	25	27
Total arithmétique exacte en %	42	62.46	12.81	34.22	87.3	100
Matrices de Raven SPM 38	42	47.9	5	38	56	60
Adulte	56					
Comparaison visuelle non symbolique	56	95.42	2.4	88.33	100	100
Comparaison haptique non symbolique	55	81.64	7.37	66.67	93.33	100
Additions symboliques exactes	52	67.62	12.9	37	98	100
Problèmes symboliques exacts	53	20.47	3.2	11	26	27
Total arithmétique exacte en %	52	72.06	9.87	48.13	95.3	100
Matrices de Raven SPM 38	53	51.58	4.68	40	60	60

Développement des capacités d'approximation visuelle et haptique

Comme les analyses préliminaires ont montré que l'interaction entre les variables « type de contrôle » et « groupe d'âge » n'avait pas d'effet significatif sur les performances dans les tâches de comparaison de nombres non symboliques visuelle et haptique, la variable « type de contrôle » n'a pas été incluse dans les analyses suivantes. Pour déterminer si les performances des participants dans ces deux tâches dépendaient du ratio entre les deux quantités à comparer et s'amélioraient avec l'âge, deux ANOVA à mesures répétées 5 (ratio : 1.1, 1.3, 1.5, 1.7, 1.9) x

4 (groupe d'âge : GS, CM2, 3ème, adulte) ont été réalisées, une par tâche.

Comparaison visuelle non symbolique

Dans la tâche visuelle, l'effet du groupe d'âge, $F(3, 208) = 43.37$, $p < .001$, $\eta^2 = .39$, était significatif. L'effet de ratio était significatif, $F(4, 832) = 378.26$, $p < .001$, $\eta^2 = .65$, ainsi que l'effet d'interaction entre le groupe d'âge et le ratio, $F\ (12, 832) = 3.69$, $p < .001$, $\eta^2 = .05$. Pour expliciter l'effet du groupe d'âge observé, des contrastes polynomiaux ont été réalisés afin de tester la tendance linéaire des performances des participants (tous ratio confondus) en fonction de leur âge. Le contraste linéaire est significatif $t(208) = 10.21$, $p < .001$, ainsi que le contraste quadratique, $t(208) = -5.45$, $p < .001$, mais pas le contraste cubique $t(208) = 1.59$, $p = .11$. Le fait que le contraste linéaire ne soit pas le seul contraste significatif ne permet pas d'affirmer que les performances des participants sont distribuées linéairement en fonction de l'âge (Figure 6.2.a). L'effet de l'âge a donc été décomposé en réalisant des comparaisons deux à deux. Ces analyses post-hoc (corrections de Scheffé) ont révélé que seule la moyenne des performances des enfants de GS dans la tâche visuelle (tous ratio confondus) était différente de celles des autres groupes d'âge : des CM2, $t(107) = 6.82$, $p < .001$, des 3ème, $t(92) = 7.81$, $p < .001$, et des adultes, $t(102) = 9.09$, $p < .001$. Les moyennes des CM2 ne différaient pas de celles des 3ème et des adultes après correction du seuil de significativité, (respectivement : $t(105) = 2.63$, $p = .40$ vs $p = .01$ avant correction, et $t(115) = 3.65$, $p = .18$ vs $p = .0004$ avant correction). Les moyennes des 3èmes et des adultes ne différaient pas entre-elles ($t(100) = 0.73$, $p = .99$ vs $p = .47$ avant correction).

Pour expliciter l'effet d'interaction observé, des comparaisons deux à deux ont été réalisées. Ces analyses post-hoc (corrections de Scheffé) ont révelé que des différences de performances entre les groupes d'âges ne sont observées qu'avec les trois plus petits ratios (i.e., ratios 1.1, 1.3 et 1.5). De plus, seules les performances des enfants de GS étaient significativement différentes des performances d'autres groupes d'âge. Pour le ratio 1.1, les performances des enfants de GS différaient significativement de celles des enfants de 3ème, $t(208) = 5.11$, $p < .001$, et des adultes, $t(208) = 5.02$, $p < .001$, mais pas de celles des enfants de CM2, $t(208) = 3.27$, $p = .14$. Pour le ratio 1.3 elles étaient significativement différentes de celles des CM2, $t(208) = 7.62$, $p < .001$, des 3èmes, $t(208) = 8.18$, $p < .001$, et des adultes, $t(208) = 9.98$, $p < .001$. Pour le ratio 1.5, elles différaient de celles des adultes, $t(208) = 7.45$, $p = .03$, mais pas de celles des CM2, $t(208) = 7.05$, $p = .06$, et des 3ème $t(208) = 6.74$, $p = .11$. Les comparaisons des performances des différents groupes d'âge pour les deux plus grands ratios (i.e., 1.7 et 1.9) n'ont révélé aucune différence significative (tous les ps $>.55$). Les performances élevées des CM2, 3ème et adultes (i.e., moyennes comprises entre 93.3% et 95.4% de bonnes réponses), ainsi que la faible dispersion des scores dans cette tâche à ces âges (i.e., écart-types compris entre 2.4 et 3.6) révèlent la présence d'un effet plafond. Cet effet est lié à l'utilisation des ratios 1.7 et 1.9, conduisant à des comparaisons trop faciles pour des participants de ces âges (i.e., moyennes comprises entre 98.9% et 100% de bonnes réponses ; écart-types compris entre 0 et 2.8).

Comparaison haptique non symbolique

Dans la tâche haptique, l'effet du groupe d'âge, $F(3,\ 208) = 11.64$, $p < .001$, $\eta^2 = .14$, était significatif. L'effet de ratio, $F(4,\ 832) = 136.35$, $p < .001$, $\eta^2 = .40$, était significatif, mais pas l'effet d'interaction, $F(12,\ 832) = 1.63$, $p = .08$, $\eta^2 = .02$. Pour expliciter l'effet du groupe d'âge observé, des contrastes polynomiaux ont été réalisés afin de tester la tendance linéaire des performances des participants (tous ratio confondus) en fonction de leur âge. Le contraste linéaire est significatif $t(208) = 5.45$, $p < .001$, ainsi que le contraste quadratique, $t(208) =$ -5-2.51, $p = .01$, mais pas le contraste cubique $t(208) = 0.73$, $p = .47$. Le fait que le contraste linéaire ne soit pas le seul contraste significatif ne permet pas d'affirmer que les performances des participants sont distribuées linéairement en fonction de l'âge (Figure 6.4.b). L'effet de l'âge a donc été décomposé en réalisant des comparaisons deux à deux. Ces analyses post-hoc (correction de Scheffé) ont révélé que, tout comme pour la tâche visuelle, seule la moyenne des performances des enfants de GS dans la tâche haptique (tous ratio confondus) était différente de celles des autres groupes d'âge : des CM2, $t(105) = 2.96$, $p = .001$, des 3èmes, $t(90) = 4.08$, $p < .001$, et des adultes, $t(99) = 5.44$, $p < .001$. Les moyennes des CM2 et des 3ème ne différaient pas de celles des adultes ($t(114) = 1.88$, $p = .51$, et $t(99) = .77$, $p = .98$, respectivement), et ne différaient pas entre-elles ($t(105) = 1.02$, $p = .79$).

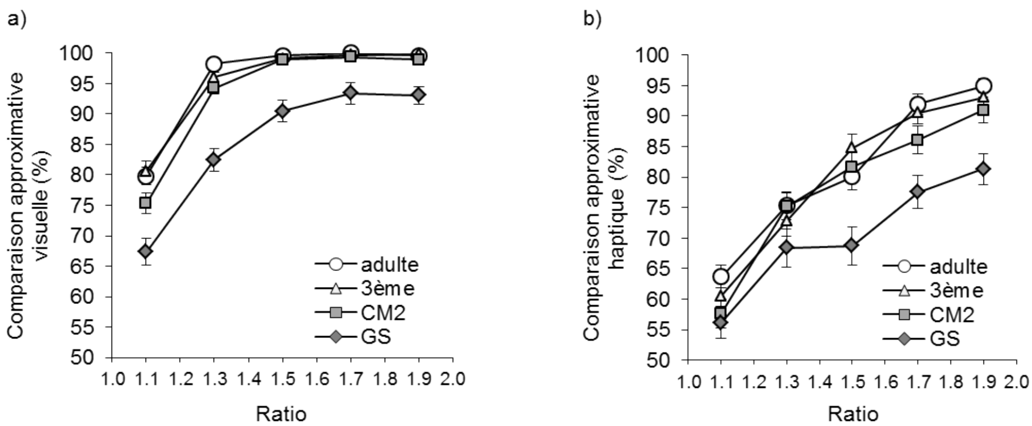


FIGURE 6.4: Pourcentage de réponses correctes par groupe d'âge en fonction du ratio dans la tâche de comparaison visuelle non symbolique (a) et dans la tâche de comparaison haptique non symbolique (b).

Comparaison des capacités d'approximation visuelle et haptique

Pour déterminer l'effet de la modalité sensorielle mise en jeu sur les performances des participants en comparaison approximative de nombres non symbolique et savoir si cet effet interagit avec le niveau d'âge, une ANOVA à mesures répétées 2 (modalité sensorielle : visuelle, haptique) x 4 (groupe d'âge : GS, CM2, 3ème, adulte) a été réalisée. Un effet significatif de la modalité, $F(1, 203) = 388.3$, $p < .001$, $\eta^2 = .65$, et de l'âge , $F(3, 203) = 28.65$, $p < .001$, $\eta^2 = .30$, sont observés, mais pas de l'interaction, $F\ (3, 203) = .22$, $p = .88$, $\eta^2 = .003$. A tous les niveaux d'âge, les performances des participants sont meilleures en comparaison approximative de nombres non symboliques dans la tâche visuelle ($M = 92.5$ %, $ET = 0.30$) que dans la tâche haptique ($M = 78.21\%$, $ET = 0.67$).

Relation entre les tâches de comparaison non symbolique visuelle et haptique

Les résultats précédents ont mis en évidence un effet plafond concernant les performances des CM2, des 3ème et des adultes dans la tâche de comparaison visuelle non symbolique, c'est pourquoi afin d'étudier la relation entre les deux tâches, seules les performances de ces participants pour les ratios 1.1, 1.3 et 1.5 ont été pris en compte. Tout d'abord, le pourcentage de bonnes réponses par participant par tâche pour ces trois ratios a été calculé. Les pourcentages de bonnes réponses inférieurs à la chance, (i.e., 50%) ont été exclus, ainsi que ceux déviants de trois écart-types de la moyenne (1.4% des données). Ces deux nouvelles variables dépendantes, sont appelées « Performance en Approximation Visuelle pour les Petits Ratios » (i.e., PAVPR) et « Performance en Approximation Haptique pour les Petits Ratios » (i.e., PAHPR). Pour les GS, les mesures utilisées prennent en compte les réponses pour tous les ratios. Pour les distinguer de PAVPR et PAHPR, elles seront appelées dorénavant « Performances en Approximation Visuelle pour Tous les Ratio » (i.e., PAVTR) et « Performances en Approximation haptique pour Tous les Ratios » (i.e., PAHTR). Aucune relation significative entre PAVTR et PAHTR n'est observé en GS : $r = -\ .005$, $p = .97$. De même, la relation entre PAVPR et PAHPR n'est pas significative en CM2 : $r = .01$, $p = .92$, en 3ème : $r = .03$, $p = .83$, ni à l'âge adulte : $r = .04$, $p = .80$ (Tableau 6.6).

Développement de la relation entre les capacités d'approximation et l'arithmétique symbolique exacte

Dans le but d'examiner la relation entre les capacités d'approximation et la réussite en arithmétique symbolique exacte en fonction du groupe d'âge, des corrélations simples ont d'abord été calculées par groupe d'âge. La mesure utilisée pour renseigner des performances dans la tâche haptique, avec tous les groupes d'âge, était le pourcentage de réponses correctes, prenant en compte les réponses pour tous les ratios (i.e., PAHTR). De même, la mesure utilisée pour renseigner les performances dans la tâche visuelle, avec les GS était le pourcentage de réponses correctes prenant en compte tous les ratios (i.e., PAVTR). Cependant, pour pallier au manque de variabilité dans les réponses des participants de CM2, de 3ème et adultes dans la tâche de comparaison visuelle, la variable PAVPR a été utilisée dans les analyses concernant cette tâche et ces groupes d'âge (calcul de cette variable décrit dans le paragraphe ci-dessus). Seules les relations significatives ou proches du seuil de significativité seront rapportées (voir Tableau 6.6 pour consulter l'ensemble des relations).

En GS, les PAVTR ont une relation proche du seuil de significativité avec les scores en additions, r = .28, p = .058, une relation significative avec les score en problèmes, r = .35, p = .01, ainsi qu'avec le scores totaux en arithmétique, r = .34, p = .02. La relation entre les PAHTR et les scores en additions est significative r = .38, p = .009, ainsi qu'avec les scores totaux en arithmétique : r = .32, p = .03, mais pas avec les scores en problèmes (Tableau 6.6). Pour s'assurer que ces relations observées ne soient pas médiatisées par les compétences générales de raisonnement, deux analyses de régression multiple ont été réalisées : une avec comme facteur prédicteur les PAVTR et l'autre avec comme facteur prédicteur les PAHTR. Dans ces analyses de régression, la variable prédite était toujours le pourcentage de réponse en arithmétique exacte, et le score en raisonnement était inclus en second prédicteur. Ces analyses ont révélé que la relation entre les PAVTR et les scores en problèmes passait sous le seuil de significativité lorsque l'effet des capacités de raisonnement était contrôlé, rp = .26, p = .07, de même que pour la relation entre les PAVTR et les score totaux en arithmétique, rp = .25, p = .096. La même observation a été faite concernant la relation entre les PAHTR et les scores totaux en arithmétiques, rp = .26, p = .06, mais pas concernant la relation entre les PAHTR et les scores en addition, rp = .33, p = .02. Les effets non significatifs obtenus peuvent être qualifiés de « tendanciels ». En utilisant la variable PAVPR pour examiner la relation entre les performances dans la tâche d'approximation visuelle et les scores totaux en arithmétiques, le lien n'apparaît plus significatif, r = .22, p = .15.

En CM2, 3ème et à l'âge adulte, la relation entre les PAVPR et les performances en arithmétique était non significative. Il est à noter que chez l'adulte, la corrélation simple entre les PAVTR et les scores en additions est significative, r = .27, p = .050, mais que cette relation passe sous le seuil de significativité lorsque les capacités de raisonnement son contrôlées, rp = .18, p = .18. Pour les trois groupes d'âge, la relation entre les PAHTR et les performances en arithmétique n'était pas significative (Tableau 6.6).

TABLE 6.6: Matrices des corrélations (r de Bravais Pearson) entre toutes les mesures, par groupe d'âge.

GS	Comparaison visuelle		Comparaison haptique		Arithmétique symbolique exacte		
	1	2	3	4	5	6	7
Comparaison visuelle non symbolique							
1. PAVTR							
2. PAVPR	.91****						
Comparaison haptique non symbolique							
3. PAHTR	-.01	.01					
4. PAHPR	-.01	.01	.82**				
Arithmétique symbolique exacte							
5. Additions GS	.28	.15	.38**	.26			
6. Problèmes GS	.35*	.26	.18	.05	.67****		
7. Score total arithmétique GS	.34*	.22	.32*	.18	.94****	.89****	
Raisonnement							
8. Matrices de Raven CPM	.32*	.13	.16	.05	.36*	.40**	.41**
CM2	Comparaison visuelle		Comparaison haptique		Arithmétique symbolique exacte		
	1	2	3	4	5	6	7
Comparaison visuelle non symbolique							
1. PAVTR							
2. PAVPR	.97****						
Comparaison haptique non symbolique							
3. PAHTR	-.06	-.01					
4. PAHPR	-.03	.01	.86****				
Arithmétique symbolique exacte							
5. Additions	.07	.04	.21	.13			
6. Problèmes	.07	.01	.04	-.04	.35**		
7. Score total arithmétique	.08	.03	.16	.06	.85****	.79****	
Raisonnement							
8. Matrices de Raven SPM 38	.09	.05	-.04	-.19	.36**	.58****	.56****
3ème	Comparaison visuelle		Comparaison haptique		Arithmétique symbolique exacte		
	1	2	3	4	5	6	7
Comparaison visuelle non symbolique							
1. PAVTR							
2. PAVPR	.98****						
Comparaison haptique non symbolique							
3. PAHTR	.24	.16					
4. PAHPR	.17	.03	.96****				
Arithmétique symbolique exacte							
5. Additions	.15	.18	.18	.12			
6. Problèmes	.04	.19	.19	.02	.58****		
7. Score total arithmétique	.11	.21	.21	.08	.91****	.86****	
Raisonnement							
8. Matrices de Raven SPM 38	.01	.11	.11	-.07	.38*	.57****	.52****
Adultes	Comparaison visuelle		Comparaison haptique		Arithmétique symbolique exacte		
	1	2	3	4	5	6	7
Comparaison visuelle non symbolique							
1. PAVTR							
2. PAVPR	.99****						
Comparaison haptique non symbolique							
3. PAHTR	.14	.08					
4. PAHPR	.07	.04	.92****				
Arithmétique symbolique exacte							
5. Additions	.27*	.24	.13	.16			
6. Problèmes	-.07	-.05	-.22	-.18	.38**		
7. Score total arithmétique	.18	.17	-.07	-.02	.86****	.80****	
Raisonnement							
8. Matrices de Raven SPM 38	.2	.21	-.14	-.12	.37**	.57****	.51****

Note. PAVTR : Performance en Approximation Visuelle pour Tous les Ratio ; PAVPR : Performance en Approximation Visuelle pour les Petits Ratio ; PAHTR : Performance en approximation Haptique pour Tous les Ratio ; PAHPR : Performance en approximation Haptique pour les Petits Ratio. * $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .005$, **** $p < .001$

6.2.5 Discussion

Dans la présente étude, la précision du SAN mesurée à l'aide d'une tâche visuelle et d'une tâche haptique (toucher actif) a été examinée auprès de quatre groupes d'âges différents : 5, 10, 14 ans et l'âge adulte. Les objectifs de cette étude étaient de comparer le développement de cette précision dans les deux modalités sensorielles et d'observer si les deux mesures du SAN corrélaient avec les performances en arithmétiques (i.e., additions et problèmes) des participants, auprès des quatre groupes d'âge différents. Les résultats ont montré que la précision du SAN mesurée avec le sens haptique ou avec la vision augmentait avec l'âge, en particulier entre 5 et 10 ans, puis évoluait très peu ensuite jusqu'à l'âge adulte. Il a également été observé que la précision du SAN, mesurée avec le toucher ne corrélait qu'avec les performances en additions à 5 ans (même lorsque les capacités de raisonnement étaient contrôlées). Aucune relation significative n'a été observée entre la mesure du SAN haptique et les performances en problèmes à 5 ans, et aucune relation significative n'a été observée entre la mesure du SAN haptique et les deux mesures des performances en arithmétique aux autres âges. La précision du SAN mesurée avec la vision corrélait avec les performances en problèmes à 5 ans et avec les performances en additions à l'âge adulte. Cependant, lorsque les capacités de raisonnement étaient contrôlées, l'importance de ces relations passait sous le seuil de significativité. De plus, pour tous les niveaux d'âge, les performances dans les tâches visuelle et haptique ne corrèlaient pas entre-elles. Enfin, un résultat plus secondaire était que pour les mêmes ratios utilisés dans les deux tâches, les performances des participants étaient meilleures dans la tâche visuelle que dans la tâche haptique, à tous les niveaux d'âge.

Concernant le développement de la précision du SAN, les résultats ont montré que l'évolution entre 5 ans et l'âge adulte (entre 18 et 24 ans) était similaire lorsque la mesure était visuelle que lorsqu'elle était haptique. Cette évolution est cependant quelque peu différente de celle observée dans l'étude de Halberda et al. (2012). Dans leur étude, Halberda et al. ont observé que l'amélioration de la précision du SAN, mesurée visuellement était encore importante entre l'âge de 11 ans et l'âge de 20 ans. Concernant la mesure visuelle, cette différence peut s'expliquer par une différence de sensibilité entre la tâche utilisée par Halberda et al. (2012) et la tâche visuelle utilisée dans notre étude. En effet, contrairement à l'étude d'Halberda et al. (2012) étudiant la précision du SAN auprès d'un public entre 11 ans et 85 ans, la présente étude incluait un groupe de jeunes enfants de 5 ans. Les ratios choisis pour la tâche visuelle ont donc été choisis pour être adaptés au niveau des enfants les plus jeunes, ce qui peut expliquer le manque de sensibilité de notre tâche visuelle auprès des groupes plus âgés. Ce manque de sensibilité a d'ailleurs conduit à un effet plafond pour les groupes de 10 ans, 14 ans et adulte. En revanche, la mesure haptique ne présente pas d'effet plafond et conforte l'idée d'une amélioration de la précision du SAN, essentiellement entre l'âge de 5 ans et l'âge de 10 ans. Il est donc possible que cette amélioration des performances dans la tâche haptique reflète une amélioration de la précision du SAN, c'est-à-dire une meilleure précision des représentations des grandeurs. On pourrait supposer que l'observation d'une amélioration importante entre 5 et 10 ans serait liée au fait que cette période, entre la fin de l'école maternelle et la fin de l'école élémentaire, correspond à une période importante dans le développement des apprentissages numériques exacts. L'éducation, comme suggéré par certaines études (Nys et al., 2013 ; M. Piazza et al., 2013), pourrait donc jouer un rôle dans l'affinement de la précision du SAN. Cependant, les résultats de notre étude ne permettent pas d'attester que cette interprétation est la plus probable. Il est également possible que l'observation d'une amélioration entre l'âge de 5 ans et l'âge de 10 ans ne soit pas liée à un affinement de la précision du SAN, mais à de meilleures capacités d'exploration tactile.

L'observation d'une corrélation significative entre la précision du SAN mesurée avec le toucher et les performances en additions à 5 ans, alors même que les capacités de raisonnement sont contrôlées, est un résultat nouveau et intéressant. Il constitue une donnée supplémentaire montrant que la précision du SAN est liée aux performances numériques exactes et appuie donc l'hypothèse selon laquelle le SAN constituerait le fondement des apprentissages symboliques. Le fait que cette relation ne soit observée qu'à l'âge de 5 ans et pas dans les groupes plus âgés peut être interprété de différentes manières. Tout d'abord, nous ne pouvons pas exclure que cette différence soit liée à l'utilisation de tâches distinctes pour mesurer les performances en arithmétique à l'âge de 5 ans et aux autres âges. En effet, pour que les épreuves soient adaptées aux différents niveaux d'âge, il n'était pas possible de proposer la même tâche aux enfants de 5 ans et aux adultes. Contrairement aux tâches utilisées auprès des groupes de 10 ans, 14 ans et adultes, celles utilisées avec les enfants de 5 ans étaient passées individuellement et non limitées dans le temps. Ensuite, les résultats de Fazio et al. (2014) et ceux de notre étude 1, suggèrent une autre interprétation : la relation entre la précision du SAN et les performances numériques exactes seraient plus forte chez les jeunes enfants âgés de moins de 6 ans. Selon ce point de vue, la précision du SAN serait plus influente aux débuts des apprentissages numériques que par la suite. Observer les corrélations obtenues entre les scores en addition et la précision du SAN mesurée avec le toucher étaye cette interprétation : à 5 ans $r = .38$, à 10 ans $r = .21$, à 14 ans $r = .18$ et à l'âge adulte $r = .13$. La relation semble diminuer graduellement avec l'âge.

Mesurée avec le sens haptique ou avec la vision, la précision du SAN ne corrèle pas de la même manière avec les mêmes épreuves. La différence la plus marquée est observée dans le groupe de 5 ans. Lorsque la mesure de la précision du SAN est haptique, une relation significative est observée avec les scores en additions, tandis que lorsqu'elle est visuelle, elle est reliée aux scores en problèmes et aux scores de raisonnement (matrices colorées de Raven). De plus, toujours à 5 ans, lorsque le score de raisonnement est contrôlé, la relation entre la précision du SAN mesurée avec la vision et les scores en problèmes n'est plus significative. Un résultat similaire est observé chez l'adulte : la relation significative initialement observée (sur le seuil $p = .05$) entre la précision du SAN mesurée avec la vision et les scores en addition ne l'est plus lorsque le score de raisonnement est contrôlé. Ces observations suggèrent que la tâche visuelle utilisée, Panamath, pourrait mettre plus en jeu les capacités de raisonnement que la tâche haptique. Les tâches visuelle et haptique ne mesureraient donc pas exactement « la même chose ». Cette interprétation est appuyée par le fait que les performances dans les deux tâches ne sont pas reliées significativement et ce pour tous les groupes d'âge. Les caractéristiques liées à chaque modalité sensorielle semblent donc être importantes et dominer la mesure réalisée. On peut penser que la « part mesurant la précision du SAN », censée être commune aux deux tâches, serait ici trop faible pour être observée.

Pour conclure, cette étude a montré que la précision du SAN, mesurée avec une tâche haptique et avec une tâche visuelle, s'améliore au cours du développement, en particulier entre 5 et 10 ans et que sa relation avec les performances en arithmétique dépend de la modalité sensorielle utilisée pour mesurer le SAN et de la tâche d'arithmétique mise en jeu. Ces résultats suggèrent que la mesure de la précision du SAN dépend de la modalité sensorielle utilisée. Les capacités d'approximation des quantités sont nécessairement influencées par les caractéristiques de chaque sens concernant la prise d'informations sensorielle. Dans cette étude, ces différentes caractéristiques semblent dominantes dans la mesure du SAN obtenue par le sens haptique et le sens visuel. Ces résultats questionnent la pertinence d'utiliser la modalité visuelle plutôt qu'une autre modalité pour mesurer la précision du SAN.

6.3 Conclusion du chapitre

Ces deux études ont montré que le SAN chez l'enfant et chez l'adulte pouvait traiter des quantités via la modalité tactile, plus précisément avec le sens haptique. En comparant le développement de la précision du SAN mesurée avec la vision ou avec le toucher, les résultats de l'étude 2 ont suggéré qu'une amélioration est observée entre 5 et 7 ans. Les résultats de l'étude 3 ont ensuite complété cette exploration développementale, en comparant quatre groupes d'âges différents : 5, 10, 14 ans et adulte. De nouveau, la précision du SAN mesurée avec la vision et avec le toucher présente une évolution similaire, l'amélioration la plus importante étant observée entre l'âge de 5 ans et l'âge de 10 ans. L'étude 3 présente un résultat étayant une des conclusions de l'étude 1 présentée dans le premier chapitre, suggérant que la relation entre la précision du SAN et les performances numériques exactes serait plus importante chez les enfants les plus jeunes, ici à 5 ans, que chez les enfants plus âgés et chez les adultes.

La relation la plus importante entre la précision du SAN et les performances en arithmétique a été observée à l'âge de 5 ans, c'est pourquoi l'étude suivante consistera à tester la causalité de cette relation auprès d'enfants de 5 ans. Il s'agira de leur proposer des entraînements du SAN, destinés à améliorer la précision de ce dernier et ayant pour objectif de potentiellement pouvoir améliorer les performances des enfants en arithmétique. De plus, comme les études de ce chapitre ont montré que le SAN pouvait traiter des quantités avec le toucher, deux types d'entrainements seront proposés : un entraînement visuel du SAN et un entraînement haptique du SAN.

Chapitre 7

Améliorer la précision du système approximatif du nombre

La précision du système approximatif du nombre (SAN) est la précision avec laquelle nous sommes capables de traiter des quantités sans utiliser le langage. Elle est un prédicteur des compétences numériques exactes. Les résultats de notre étude 1 ont d'ailleurs montré qu'à 5 ans, la précision du SAN prédisait, plus que les capacités de mémoire de travail, les performances en arithmétique. C'est pourquoi, chercher à l'améliorer par l'entraînement dans le but de favoriser les apprentissages numériques exacts apparaît pertinent. Une étude chez l'enfant a ainsi montré que des entraînements du SAN, consistant à comparer ou bien à additionner approximativement des quantités, permettaient aux enfants entraînés d'avoir de meilleures performances à un test d'arithmétique réalisé juste après l'entraînement, que les enfants d'un groupe Contrôle (Hyde, Khanum, & Spelke, 2014). L'explication de ce résultat n'est pas encore claire. Les auteurs de cette étude ont évoqué l'idée qu'un engagement du SAN favoriserait le traitement successif des problèmes arithmétiques présentés, car un «mécanisme commun» serait impliqué. Cependant, l'identification de ce mécanisme reste à découvrir. D'autres auteurs (Lindskog & Winman, 2016) ont suggéré qu'une sorte d'effet d'amorçage durable pourrait expliquer ce résultat. Quoi qu'il en soit, la relation causale entre une tâche exerçant le SAN et une tâche d'arithmétique exacte semble exister, mais ce résultat reste à consolider. Rappelons que dans l'étude de Hyde et al. (2014) les enfants des deux groupes entraînés en approximation non symbolique n'étaient pas plus performants lors du second bloc d'entraînement que lors du premier. De plus, une mesure de la précision du SAN réalisée à la fin des entraînements n'avait pas révélé de différence entre les enfants des groupes entraînés avec une tâche exerçant le SAN et ceux entraînés avec une tâche contrôle. Une conclusion certaine dans cette étude est donc que l'amélioration des performances en arithmétique n'était pas le résultat d'une amélioration de la précision du SAN.

En réalité, aucun résultat n'a encore montré clairement que la précision du SAN pouvait être améliorée par l'entraînement. Les résultats d'une étude chez l'adulte avaient suggéré que le fait de recevoir des retours sur leurs réponses, dans une tâche d'addition approximative de quantités,pouvait améliorer les performances des participants, c'est-à-dire affiner la précision de leur SAN (DeWind & Brannon, 2012). Cette conclusion a cependant été contestée en suggérant que compte tenu de la nature répétitive de la tâche et de sa longueur (i.e., 4 séances d'une heure d'entrainement), les retours donnés aux participants sur leurs réponses auraient permis des réponses plus précises, en comparaison aux réponses données par des participants ne recevant pas de retour, uniquement parce qu'ils permettaient de maintenir l'implication des participants (Lindskog, Winman, & Juslin, 2013). Chez l'enfant, aucune étude n'a montré qu'un entraînement pouvait améliorer la précision du SAN.

Les résultats des études 2 et 3 présentées dans cette thèse ont révélé que le SAN pouvait traiter des quantités avec le toucher. L'utilisation d'une nouvelle modalité sensorielle pour mesurer la précision du SAN soulève de nouvelles questions. Peut-on améliorer la précision du SAN par des entraînements avec la vision, avec le toucher ? La précision du SAN dans une modalité sensorielle est-elle plus malléable que dans une autre ? Entraîner la précision du SAN dans une modalité sensorielle permet-il d'améliorer la précision du SAN dans l'autre modalité sensorielle ? L'étude 4 qui sera présentée dans ce chapitre, a consisté à entraîner la précision du SAN chez des enfants de 5 ans. Il s'agissait de comparer l'effet d'un entraînement visuel, d'un entraînement haptique (i.e., mettant en jeu le toucher actif) et d'un entraînement contrôle, d'une part sur la précision du SAN mesurée avec la vision ou mesurée avec le toucher, et d'autre part sur les performances en arithmétique.

7.1 Etude 4 - Entraîner le système approximatif du nombre avec la vision ou le toucher

Encadré 7.1: Résumé de l'étude 4

Le système approximatif du nombre (SAN) peut traiter des quantités avec la vision, l'audition et le toucher (Barth, La Mont, Lipton, & Spelke, 2005 ; Gimbert, Gentaz, Camos, & Mazens, 2015). La précision du SAN s'améliore au cours du développement et sa relation avec les compétences numériques exactes est actuellement débattue. Très peu d'études ont montré qu'un entraînement de ce SAN pouvait améliorer sa précision ou les compétences en arithmétique exacte (e.g., DeWind & Brannon, 2012 ; Hyde, Khanum, & Spelke, 2014). La présente étude a abordé trois questions : (1) La précision du SAN peut-elle être améliorée par des entraînements visuels ou haptiques (i.e., mettant en jeu le toucher actif) ? (2) Entraîner la précision du SAN avec la vision conduit-il à améliorer la précision du SAN mesurée avec le toucher, et réciproquement ? (3) Améliorer la précision du SAN conduit-il à une amélioration des performances en arithmétique exacte ? Lors des pré- et post-tests, 69 enfants de 5 ans ont réalisé deux tâches mesurant la précision du SAN, une visuelle et une tactile, ainsi que deux tâches d'arithmétique exacte : addition et problème. Ils ont participé à quatre séances d'un des trois entraînements proposés. Deux sont des entraînements du SAN, consistant à réaliser des additions approximatives, avec le toucher ou avec la vision, le troisième est un entraînement contrôle. Les résultats montrent que l'entraînement visuel n'a permis aucune progression, tandis que l'entraînement haptique a été efficace : les enfants de ce groupe ont progressé entre la séance 1 et la séance 4 en additions approximatives. De plus, ceux avec un niveau initial faible ont plus progressé que les enfants du groupe Contrôle, entre le pré-test et le post-test, dans la tâche mesurant la précision du SAN avec le toucher. Aucun transfert entre la précision du SAN entraînée avec la vision et la précision du SAN mesurée avec le toucher n'a été observé et reciproquement. Les entraînements du SAN n'ont pas permis d'améliorer les performances des enfants en arithmétique. Améliorer la précision du SAN semble donc possible, bien que limitée, et aucune relation causale entre la précision du SAN et les performances en arithmétique exacte n'a été montré dans cette étude.

7.1.1 Introduction

La présente étude avait trois objectifs principaux. Tout d'abord, le premier objectif était de déterminer si la précision du SAN pouvait être améliorée par l'entraînement, visuel ou haptique. Ensuite, le second objectif consistait à observer si un transfert d'une modalité sensorielle à l'autre était observé : entraîner la précision du SAN avec la vision permet-il d'améliorer la précision du SAN mesurée avec le toucher, et réciproquement ? Enfin, le troisième objectif était d'examiner si les deux entraînements du SAN permettaient d'améliorer les performances en arithmétique exacte. Pour ce faire, l'effet de trois entraînements a été comparé. Deux étaient centrés sur l'exercice du SAN, un avec le toucher, plus précisément le sens haptique, et l'autre avec la vision. Le troisième, était un entraînement contrôle, de discrimination phonologique. La précision du SAN mesurée avec la vision, celle mesurée avec le toucher et les performances en arithmétiques ont été évaluées une première fois au pré-test, puis une seconde fois au post-test, de manière à déterminer si les différents entraînements permettaient de progresser dans ces tâches. Les performances en arithmétique ont été mesurées avec deux tâches différentes, une tâche d'additions et une tâche de problèmes. Ces tâches ont été choisies pour être des tâches mettant en jeu la manipulation de quantités par le calcul mental. La précision des enfants et leurs temps de réponse ont été utilisées comme mesures dans la tâche d'addition car dans l'étude de Hyde, Khanum et Spelke (2014) l'effet de l'entraînement du SAN était observable sur ces mesures. La tâche de problème a été utilisée car une relation entre la précision du SAN mesurée avec la tâche visuelle et les performances en problèmes avait été observée dans l'étude 2bis. Les épreuves utilisées pour exercer le SAN pendant les séances d'entraînement sont des tâches d'additions approximatives de nombres non symboliques. Nous avons choisi cette tâche pour deux raisons. Tout d'abord, tout comme suggéré par Park et Brannon (2014), cette tâche implique la manipulation mentale de quantités approximatives plus qu'une tâche de comparaison, ce qui peut s'avérer bénéfique pour favoriser l'apprentissage. Ensuite, entraîner les enfants sur une tâche d'addition approximative de nombres non symboliques et observer s'ils progressent entre le pré-test et le post-test dans une tâche de comparaison approximative de nombres non symboliques, évite l'effet d'une familiarisation avec une tâche. En effet, utiliser la même tâche pour les pré-, post-tests et entraînements aurait pu être problématique car les enfants entraînés sur la tâche en question auraient eu l'avantage de mieux connaître la tâche lors du post-test, par rapport aux enfants n'ayant réalisé la tâche qu'une fois au pré-test. Cette étude sera réalisée auprès d'un groupe d'enfants de 5 ans puisque les résultats de l'étude 1 et de l'étude 3 suggèrent qu'à cet âge la relation entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes est significative.

7.1.2 Méthode

Participants

Initialement, 72 enfants de Grande Section de maternelle (30 filles et 42 garçons) ont participé à cette étude. Quatre d'entre eux n'ont pas été inclus dans l'échantillon final (trois pour absence au post-test, un pour des difficultés de compréhension des consignes). Les 68 enfants inclus dans cette étude ont entre 5 ans 2 mois et 6 ans 2 mois et ont été répartis aléatoirement en trois groupes : Visuel (n = 23, âge moyen = 5 ans 8 mois), Haptique (n = 23, âge moyen = 5 ans 8 mois) et Contrôle (n = 22, âge moyen = 5 ans 7 mois). Ils sont issus de deux écoles différentes, une de Grenoble et une de Saint-Martin-d'Hères et proviennent de familles au milieu socio-économique moyen à élevé. Cette étude a été réalisée avec l'accord mutuel des enfants, des enseignants, des parents et des inspecteurs d'académie et de circonscription.

Tâches et matériel

Pré- et post-tests

Comparaison visuelle de nombres non symboliques. Le logiciel Panamath a été utilisé et configuré pour cette tâche (Halberda, Mazzocco, & Feigenson, 2008). Deux ensembles de points, un bleu et un jaune, étaient simultanément présentés à l'écran (15.6 pouces). L'enfant devait désigner l'ensemble contenant le plus de points. Chaque essai débutait par une croix de fixation, suivie de la présentation des points pendant 1800 ms, d'un masque (200 ms) et enfin d'un écran gris, restant affiché jusqu'à la réponse de l'enfant. L'enfant donnait sa réponse oralement, en disant «jaune» ou «bleu» et l'expérimentateur appuyait sur la touche correspondante (i.e., «f» pour bleu et «j» pour jaune) pour enregistrer sa réponse. L'enfant était assis à environ 40 cm de l'écran. Les points apparaissaient dans deux cadres de la même couleur, un cadre bleu pour le côté gauche et un cadre jaune pour le côté droit. Les ensembles de points variaient entre 5 et 25 points et les comparaisons proposées étaient classées selon cinq ratios : 1.1, 1.2, 1.3, 1.5 et 2.0 (12 essais par ratio). Ces différents ratio étaient utilisés de manière à varier la difficulté des essais de telle sorte que le ratio le plus difficile soit réussi par environ 65% des enfants et le ratio le plus facile par 95% des enfants (estimations faites à partir des données issues de l'étude 1). Les ensembles de points étaient constitués de points de taille hétérogène, le rayon de base d'un point était de 36 pixels et le maximum de variabilité entre les points était $\pm$ 20 %. Afin de pouvoir vérifier que les participants répondaient bien à la tâche en se basant sur la quantité de points et non pas uniquement sur des indices perceptifs tels que la taille des points ou la surface colorée recouverte par les points, deux sets contrôlant chacun pour une dimension donnée ont été créés. Dans le premier set, la surface totale cumulée de l'ensemble de points de gauche était identique à celle de l'ensemble de points de droite. Dans le second set, la taille moyenne des points composant l'ensemble de gauche était identique à celle des points de l'ensemble de droite. Par conséquent, la taille des points corrélait négativement avec la quantité dans le premier set, tandis que la surface totale des points corrélait positivement avec la quantité dans le second set. Le côté de présentation du plus grand ensemble de points était contrebalancé entre les essais. Après deux essais d'entraînement (ratio 2.0) pendant lesquels les participants recevaient un feedback oral de l'expérimentateur, 60 essais tests ont été réalisés, sans feedback. Les essais étaient présentés dans un ordre fixe de difficulté aléatoire. Le pourcentage de réponses correctes de chaque enfant a été utilisé comme mesure dans cette tâche.

Comparaison haptique de nombres non symboliques. Chaque stimulus, constitué de deux ensembles de points en relief, était placé à l'intérieur d'une boîte de telle sorte qu'il ne soit pas visible par l'enfant, mais le soit par l'expérimentatrice. En passant ses mains par une ouverture de la boîte, l'enfant explorait haptiquement ces deux ensembles de points, en plaçant une main sur chaque ensemble, et devait désigner celui contenant le plus de points, en tapant doucement dessus avec la main correspondante. La manière d'explorer les ensembles était explicitée et montrée par l'expérimentatrice pendant les instructions : explorer par des mouvements de haut en bas avec chaque main (i.e., procédure d'exploration par frottement latéral ; Lederman & Klatzky, 1987). Les participants étaient encouragés à répondre rapidement, avec une limite de la durée d'exploration fixée à 10 secondes, pour s'assurer qu'aucun participant n'ait recourt au comptage. Chaque ensemble de points était contenu à l'intérieur d'un rectangle de 80 mm par 60 mm. Les stimuli ont été dessinés avec le logiciel SolidWorks (SolidWorks Corp, 1993) puis imprimés en 3D par la technique de dépôt de fil fondu (i.e., Fused Deposition Modeling, FDM). Les ensembles de points variaient entre 5 et 15 points et les comparaisons proposées étaient classées selon cinq ratios : 1.2, 1.5, 1.8, 2.2 et 2.8. Ces différents ratio étaient utilisés de manière à varier la difficulté des essais de telle sorte que le ratio le plus difficile soit réussi par environ 65% des enfants et le ratio le plus facile par 95% des enfants (estimations faites à partir des données issues de l'étude 2). Les ensembles de points étaient constitués de points de taille hétérogène, trois rayons de points différents ont été utilisés : 2.5 mm, 3.5 mm et 5.0 mm. La hauteur de chaque point était de 2 mm. Comme dans la tâche visuelle, deux sets contrôlant chacun pour une dimension donnée ont été créés : un set contrôlant pour la surface totale cumulée des points, un autre pour la taille moyenne des points (voir descriptif tâche visuelle). Le côté de présentation du plus grand ensemble de points était contrebalancé entre les essais. Après deux essais d'entraînement (ratio 2.8) pendant lesquels les participants recevaient un feedback oral de l'expérimentatrice, 30 essais tests ont été réalisés, sans feedback. Les essais étaient présentés dans un ordre fixe de difficulté aléatoire. Le pourcentage de réponses correctes de chaque enfant a été utilisé comme mesure dans cette tâche.

Addition symbolique exacte. Il était demandé aux enfants de trouver le résultat de 12 additions (voir Tableau D.1 en Annexe) présentées visuellement et oralement en simultané grâce au logiciel E-Prime. Les enfants répondaient en énonçant le résultat à voix haute. Le résultat était noté sur papier par l'expérimentatrice. Les temps de réponses étaient enregistrés par le logiciel de la manière suivante : le décompte débutait à la fin de la présentation orale et visuelle de l'addition et s'arrêtait lorsque l'expérimentatrice appuyait sur la touche espace au moment de la prononciation de la réponse par l'enfant. De manière à limiter l'effet test-re-test entre le pré-test et le post-test, deux sets différents de 12 additions ont été créés : la moitié des enfants a fait le set 1 en pré-test et le set 2 en post-test et la deuxième moitié l'inverse. Chaque set était constitué d'additions dont les opérandes étaient tous inférieurs à 10. L'opérande le plus grand était présenté en premier dans la moitié des additions. Les résultats étaient compris entre 5 et 13. L'ordre de présentation des additions était randomisé et différent pour chaque enfant. Le nombre de réponses correctes et le temps de réponse médian de chaque enfant ont été utilisés comme mesures dans cette tâche. Seuls les temps de réponses correspondant aux réponses correctes ont été pris en compte pour déterminer le temps de réponse médian par enfant.

Problème symbolique exact. Il était demandé aux enfants de résoudre 10 problèmes (voir Tableau D.2 en Annexe)lus successivement par l'expérimentatrice. Pour les résoudre, une opération devait être réalisée : une addition (i.e., pour quatre problèmes) ou une soustraction (i.e., pour six problèmes). De manière à limiter l'effet test-re-test entre le pré-test et le post-test, deux sets différents de 10 problèmes ont été créés : la moitié des enfants a fait le set 1 en pré-test et le set 2 en post-test et la deuxième moitié l'inverse. Les problèmes étaient présentés dans un ordre de difficulté croissante (estimations faites à partir des données issues des études 1 et 5) et l'épreuve s'arrêtait lorsque l'enfant faisait trois erreurs successives. Le nombre de réponses correctes a été utilisé comme mesure dans cette tâche.

Entraînements

Trois entraînements différents ont été réalisés : deux entraînements visaient à améliorer les capacités d'approximation non symbolique (i.e., la précision du SAN), l'un mettait en jeu la vision l'autre le sens haptique, le troisième entraînement exerçait la discrimination phonologique, il était utilisé comme contrôle. Les deux types d'entraînements visant à améliorer la précision du SAN ont été créés pour être les plus semblables possible, tout en prenant en compte les caractéristiques de chaque modalité sensorielle impliquée. Les points communs et différences entre ces deux entraînements sont exposés dans le Tableau 7.1.

Table 7.1: Points communs et différences entre les deux entraînements du SAN

Entraînement visuel	Entraînement haptique
Points communs	
15 additions approximatives non symboliques	
Contrôles des ensembles de points : 2 sets, un égalisé sur la surface total,	
l'autre sur la taille moyenne des points	
Retour oral après chaque réponse et vérification pendant environ 5 secondes	
Difficulté : entre 65% et 90% de réussite	
Mise en scène et consignes	
Différences	
Perception visuelle, sur un plan vertical	Perception haptique, sur un plan horizontal
Affichage de chaque ensemble pendant 1800 ms	Exploration de chaque ensemble pendant 5 s
Ratio utilisés : 1.1, 1.25, 1.5	Ratio utilisés : 1.25, 1.5, 2.2
Nombres utilisés : entre 5 et 20	Nombres utilisés : entre 5 et 24

Entraînement visuel du SAN. Quinze additions approximatives de nombres non symboliques étaient réalisées par séance. Cette tâche était présentée aux enfants sur un écran de 15.6 pouces, accompagnée d'une histoire mettant en scène deux personnages, nommés «Orange» et «Violet», des boîtes et des ensembles de points animés. Il était raconté aux enfants que Orange et Violet ont des billes qu'ils rangent chacun dans leur boîte respective et que le but de ce jeu était de trouver qui a le plus de billes dans sa boîte. Les personnages étaient tout d'abord présentés à l'écran : Orange était à gauche et Violet à droite, accompagnés de leurs «boîtes», deux rectangles, orange et violet. Chaque addition se déroulait de la même façon. Après que l'expérimentatrice avait dit à l'enfant «Orange a ça de billes», un ensemble de points apparaissait à côté du personnage, avant de se déplacer et de disparaître derrière le rectangle orange. L'expérimentatrice ajoutait alors : «il les met dans sa boîte». Ensuite, elle disait à l'enfant «on lui donne ça de billes en plus» et un second ensemble de points apparaissait à côté de Orange, avant de disparaître également derrière le rectangle orange, commenté par la phrase «il les met aussi dans sa boîte». Enfin, après que l'expérimentatrice avait dit «Violet a ça de billes», un troisième ensemble de points apparaissait à côté de Violet puis disparaissait derrière le rectangle violet, commenté par «il les met dans sa boîte» (Figure 7.2.). Il était alors demandé à l'enfant de déterminer quel personnage avait le plus de billes dans sa boîte. La réponse à cette question nécessitait d'additionner approximativement les deux premières quantités présentées, pour ensuite comparer ce résultat à la troisième quantité présentée. Après avoir donné sa réponse, l'enfant recevait un retour oral de l'expérimentatrice sur la justesse de sa réponse et les deux rectangles se soulevaient assurant ainsi un retour visuel pendant 5 s, permettant de comparer directement le contenu de chaque boîte. L'expérimentatrice notait sur papier les réponses de l'enfant pour chaque essai. Chaque ensemble de points était présenté 1800 ms. Le ratio entre le résultat de la somme des deux premières quantités et la troisième quantité était manipulé de manière à faire varier la difficulté des essais. Trois ratio différents ont été choisis, 1.1, 1.25, 1.5, de telle sorte que le ratio le plus difficile soit réussi par environ 65% des enfants et le ratio le plus facile par 90% des enfants (estimations faites à partir des données de l'étude 1, issues d'une tâche de comparaison). Les ensembles de points étaient constitués de points de taille hétérogène et variaient entre 5 et 20 points. Comme dans les tâches de comparaison de nombres non symboliques, deux sets contrôlant chacun pour une dimension donnée ont été créés : un set contrôlant pour la surface totale cumulée des points, un autre pour la taille moyenne des points (voir le descriptif de la tâche de comparaison visuelle).

Entraînement haptique du SAN. Quinze additions approximatives de nombres non symboliques étaient réalisées par séance. La même histoire utilisée dans l'entraînement visuel était présentée aux enfants. Les ensembles de points étaient en relief. Ils étaient placés derrière un cache, de telle sorte qu'ils ne soient pas visibles par l'enfant mais le soient par l'expérimentatrice. En passant une main par une des deux ouvertures du cache, l'enfant explorait séquentiellement chaque ensemble de points haptiquement, lorsqu'il y était invité au cours du déroulé de l'histoire (Figure 7.1.). Les personnages Orange et Violet étaient affichés au-dessus de chaque ouverture permettant l'accès aux «deux boîtes». Après avoir donné sa réponse, l'enfant recevait un retour oral de l'expérimentatrice sur la justesse de sa réponse et était invité à toucher simultanément le contenu des deux boîtes, assurant ainsi un retour haptique d'environ 5 s. L'expérimentatrice notait sur papier les réponses de l'enfant pour chaque essai. Chaque ensemble de points présenté au cours de la tâche pouvait être exploré au maximum 5 s de manière à s'assurer que l'enfant ne puisse pas avoir recours au dénombrement. Le ratio entre le résultat de la somme des deux premières quantités et la troisième quantité était manipulé de manière à faire varier la difficulté des essais. Trois ratio différents ont été choisis, 1.25, 1.5, 2.2, de telle sorte que le ratio le plus difficile soit réussi par environ 65% des enfants et le ratio le plus facile par 90% des enfants (estimations faites à partir des données de l'étude 2, issues d'une tâche de comparaison). Les ensembles de points étaient constitués de points de taille hétérogène et variaient entre 5 et 24 points. Comme dans les tâches de comparaison de nombres non symboliques et dans l'entraînement visuel, deux sets contrôlant chacun pour une dimension donnée ont été créés : un set contrôlant pour la surface totale cumulée des points, un autre pour la taille moyenne des points (voir le descriptif de la tâche de comparaison visuelle).

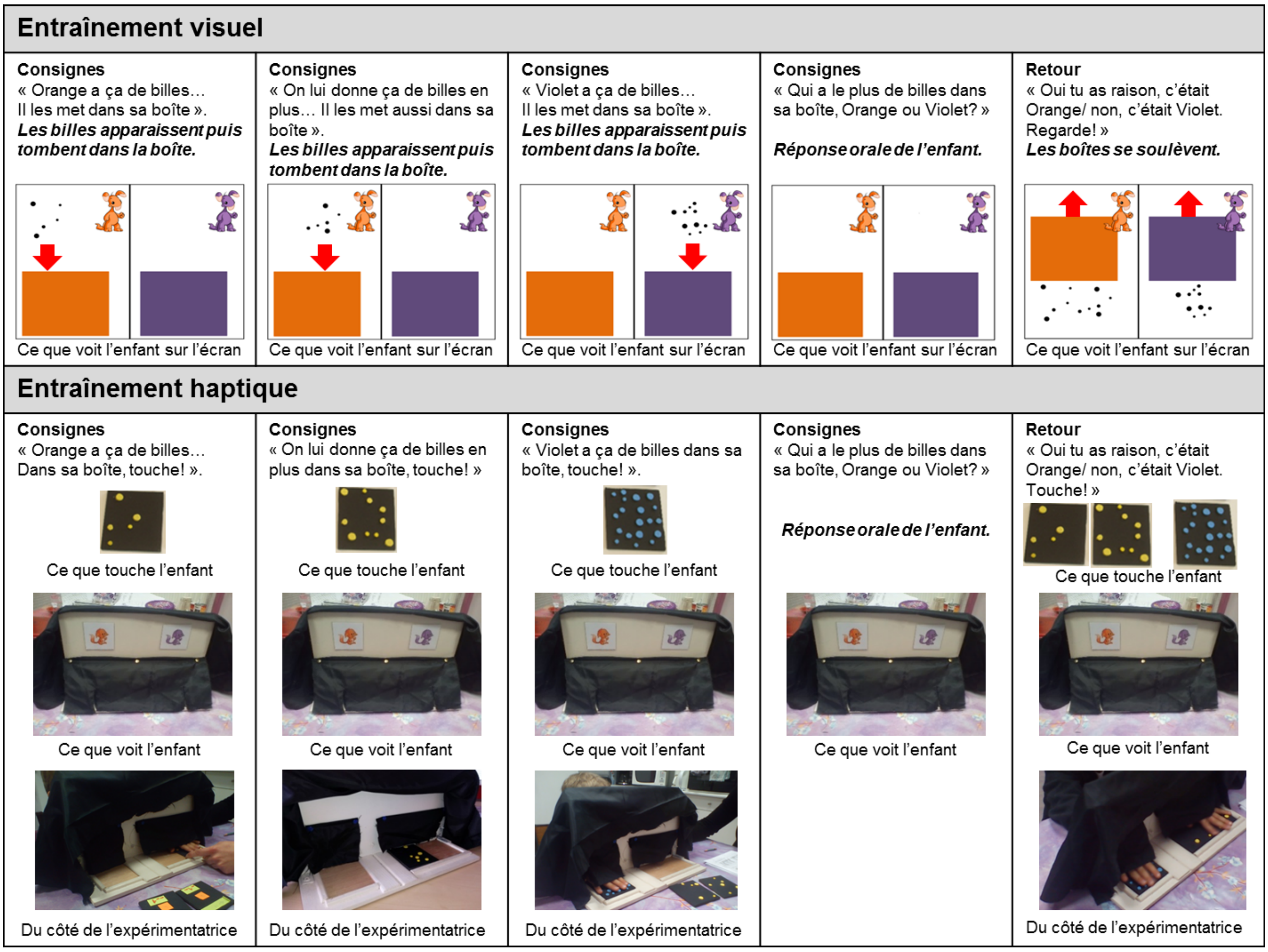


Figure 7.1: Le déroulé chronologique d'un essai (de gauche à droite) dans la tâche d'addition approximative de nombres non symboliques, lors de l'entraînement visuel et lors de l'entraînement haptique.

Entraînement contrôle : discrimination phonologique. Chaque séance a fait l'objet de l'étude d'un son : [a], [i], [m] et [l]. L'enfant était invité à repérer les mots contenant le son étudié dans une comptine dite par l'expérimentatrice puis à identifier les mots, illustrés par des images, se terminant ou commençant par le son étudié.

Procédure

Chaque enfant a rencontré individuellement une expérimentatrice dans une salle calme pendant 6 séances au total, sur une période de deux semaines. Les pré-tests ont eu lieu lors de la première séance et les post-tests lors de la sixième séance. Lors des pré- et post-tests, les enfants étaient évalués, pendant une durée d'environ 30 minutes, à l'aide des quatre épreuves décrites ci-dessus : comparaison visuelle de nombres non symboliques, comparaison haptique de nombres non symbolique, additions symboliques exactes et problèmes symboliques exacts.

Les épreuves d'additions et de problèmes symboliques exacts étaient toujours réalisées l'une après l'autre, dans cet ordre. L'ordre de passation des épreuves de comparaison visuelle, de comparaison haptique et d'arithmétique symbolique était contrebalancé entre les enfants. Les séances 2 à 4 étaient consacrées aux entraînements, d'une durée d'environ 15 min par séance (2 séances par semaine). Les entraînements étaient individuels et se déroulaient dans une salle calme proche de la classe. Lors de chaque séance d'entraînement, les enfants recevaient un coloriage en remerciement de leur participation.

7.1.3 Résultats

Analyses préliminaires

Pour chaque tâche des pré- et post-tests, les scores ou temps de réponses déviants de trois écart-types de la moyenne du groupe ont été exclus des analyses. De plus, dans les deux tâches de comparaison de nombres non symboliques, qui sont des tâches à choix binaire, les scores inférieurs au hasard (i.e., 50%) ont été exclus. Il en résulte que quatre scores dans la tâche de comparaison haptique, un score dans la tâche de comparaison visuelle, deux temps de réponses dans la tâche d'addition symboliques exactes et un score dans la tâche de problèmes symboliques exacts n'ont pas été inclus dans les analyses (2.4% des données). Les effectifs finaux et les résultats descriptifs pour chaque mesure sont présentés dans le Tableau 7.2. Dans l'entraînement visuel et dans l'entraînement haptique, la tâche réalisée est également à choix binaire, c'est pourquoi les scores par séance inférieurs au hasard (i.e., $<$ 8 réponses justes sur 15) ont été exclus. Ainsi, sept scores ont été exclus en haptique et deux en visuel (4.9% des données).

Des comparaisons deux à deux (i.e., test de Student) ont permis de déterminer si les trois groupes présentaient des performances équivalentes dans les quatre épreuves du pré-test, ainsi que de tester si les performances des enfants tous groupes confondus étaient comparables en fonction du set qui leur avait été attribué en pré-test (i.e., set 1 ou 2 dans les tâches d'additions et de problèmes symboliques exacts). Seul le score dans la tâche de comparaison visuelle de nombres non symboliques du groupe Contrôle différait significativement des scores du groupe Visuel (Tableau 7.2.), $t(42) = 2.26$, $p = .03$ et du groupe Haptique, $t(42) = 3.32$, $p = .002$. Un effet du set est observé seulement sur les performances en problèmes symboliques exacts, $t(65) = 2.25$, $p = .03$.

Pour les deux tâches de comparaison de nombres non symboliques, la tâche visuelle et la tâche haptique, afin de déterminer si la précision des réponses dépendait du type de contrôle utilisé (i.e., taille des points ou surface totale cumulée), des comparaisons deux à deux pour échantillons appariés ont été réalisées sur les mesures du pré-test. Dans la tâche de comparaison haptique, les performances lorsque le contrôlé était sur la surface (M = 72%, ET = 13) ne diffèrent pas de celles lorsque le contrôle était sur la taille des points (M = 75%, ET = 14), t(64) = 1.70, p = .09. Dans la tâche de comparaison visuelle, les participants étaient plus précis lorsque le contrôle était sur la taille des points (M = 80%, ET = 9) que lorsqu'il était sur la surface totale cumulée (M = 76%, ET = 9), $t(67) = 3.82$, $p < .001$. Même si les performances des participants étaient différentes en fonction du type de contrôle utilisé dans la tâche de comparaison visuelle, elles différaient bien du hasard (taille : $t(67) = 28.28$, $p < .001$; surface : $t(67) = 22.87$, $p < .001$), suggérant que les participants répondaient bien à cette tâche en se basant sur la quantité de points et non pas uniquement sur les indices perceptifs que sont la taille des points ou la surface recouverte par les points.

TABLE 7.2: Effectifs (n), moyennes (M), écart-types (ET) et score maximum théorique (Score Max. Th.) pour les mesures réalisées en pré-test et en post-test, présentés pour les trois groupes expérimentaux.

	Pré-test			Post-test			Score
Mesures dans chaque groupe	n	M	ET	n	M	ET	Max. Th.
Groupe Visuel							
Comparaison visuelle non symbolique	23	79.28	7.88	23	79.06	8.15	100
Comparaison haptique non symbolique	23	76.09	12.46	23	79.85	12	100
Addition symbolique exacte : score	23	5.17	3.61	23	6.39	3.61	12
Addition symbolique exacte : TR en s	20	11.11	6.6	20	8.57	4.07	-
Problème symbolique exact	22	3.09	1.54	22	3.95	1.89	10
Groupe Haptique							
Comparaison visuelle non symbolique	23	81.01	6.17	23	79.93	8.28	100
Comparaison haptique non symbolique	22	70.61	12.07	22	78.94	10.15	100
Addition symbolique exacte : score	23	5.57	3.87	23	6.57	3.38	12
Addition symbolique exacte : TR en s	20	11.5	4.87	20	9.25	4.59	-
Problème symbolique exact	23	3	1.98	23	4.39	2.39	10
Groupe Contrôle							
Comparaison visuelle non symbolique	21	73.81	8.15	21	75	7.66	100
Comparaison haptique non symbolique	19	74.56	9.31	19	77.89	11.5	100
Addition symbolique exacte : score	22	5.05	3.62	22	5.82	3.35	12
Addition symbolique exacte : TR en s	19	11.42	6.66	19	9.93	4.17	-
Problème symbolique exact	22	3.36	2.52	22	4.64	2.4	10

Note. TR = temps de réponse

Efficacité des entraînements sur les capacités d'approximation

Au cours des séances d'entraînement : additions approximatives non symboliques Une ANOVA à mesures répétées, 2 (groupes : Visuel et Haptique) x 4 (séances : 1, 2, 3 et 4), réalisée sur les scores obtenus par les enfants lors des séances d'entraînement, montre un effet significatif de la séance, $F(3, 108) = 4.88$, $p = .003$, $\eta^2 = .12$, mais pas du groupe $F(3, 36) = 2.92$, $p = .09$, $\eta^2 = .08$. L'effet d'interaction est significatif, $F(3, 108) = 6.29$, $p < .001$, $\eta^2 = .15$. Des comparaisons deux à deux révèlent que le score moyen des enfants du groupe Haptique lors de la séance 1 diffère significativement de celui de la séance 2, $t(15) = -4.06$, $p = .03$ (après correction de Bonferroni) et de celui de la séance 4, $t(15) = -3.52$, $p < .001$ (après correction de Bonferroni). Les scores moyens des enfants du groupe Visuel ne diffèrent pas significativement au cours des quatre séances (Figure 7.2.).

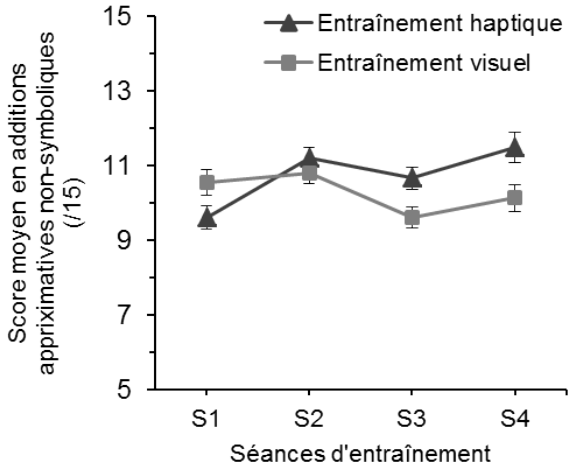


FIGURE 7.2: Performances observées lors des quatre séances d'entraînement dans le groupe Visuel et dans le groupe Haptique.

Entre le pré- et le post-test : comparaisons approximatives non symboliques

Visuel vs Contrôle. De manière à prendre en compte la différence observée au pré-test entre le groupe Visuel et le groupe Contrôle, concernant le pourcentage de réponse correcte dans la tâche de comparaison visuelle non symbolique, une ANCOVA a été réalisée. Le score au pré-test dans la tâche de comparaison visuelle est entré en covariant dans une analyse de variance à un facteur (groupe : Visuel et Contrôle). Le score au post-test dans la tâche de comparaison visuelle est déclaré comme variable dépendante. L'effet du covariant est significatif, $F(1, 41) = 19.09$, $p < .001$, $\eta^2 = .32$, mais aucune différence significative n'est observée entre les groupes visuel et contrôle concernant leurs scores au post-test dans cette tâche, $F < 1$, suggérant que l'entraînement visuel n'a pas permis d'améliorer les performances dans la tâche de comparaison visuelle non symbolique.

Haptique vs Contrôle. Une ANOVA à mesures répétées, 2 (groupes : Haptique et Contrôle) x 2 (période : pré- et post-test), réalisée sur le pourcentage de réponses correctes dans la tâche de comparaison haptique non symbolique, révèle que l'ensemble des enfants a progressé dans cette tâche entre le pré-test et le post-test, $F(1, 39) = 10.46$, $p = .002$, $\eta^2 = .21$ (effet de période). Cependant, l'effet de groupe $F < 1$, et l'effet d'interaction groupe x période, $F(1, 39) = 1.92$, $p = .17$, $\eta^2 = .05$, ne sont pas significatifs.

L'effet d'interaction n'est pas significatif mais il est intéressant de noter que descriptivement les données vont dans le sens attendu par notre hypothèse : les enfants du groupe Haptique semblent avoir plus progressé entre le pré-test et le post-test dans la tâche de comparaison haptique que les enfants du groupe Contrôle (Figure 7.4.a). Il est possible que parmi les enfants entraînés haptiquement, certains aient plus bénéficié de l'entraînement que d'autres. Nous avons émis l'hypothèse que les enfants ayant un niveau initial faible dans la tâche de comparaison haptique auraient plus bénéficié des séances d'entraînement que ceux ayant déjà un niveau initial élevé et donc peu de marge de progression. Pour tester cette hypothèse, des analyses complémentaires ont été conduites, en prenant en compte le niveau initial des enfants dans la tâche de comparaison haptique. Les enfants ont été classés en deux catégories en fonction de leur performance au pré-test dans la tâche haptique : ceux dont la performance était inférieure à la moyenne de l'ensemble des enfants (i.e., $M = 73.75\%$) formaient le groupe «niveau initial faible», ceux avec une performance supérieure à 73.75% formaient le groupe «niveau initial élevé». Une nouvelle ANOVA a été réalisée, avec comme facteurs le niveau initial dans la tâche haptique (faible ou élevé) et le groupe (Haptique ou Contrôle) et comme variable dépendante la progression dans la tâche haptique. L'effet significatif du niveau initial a montré que ce dernier avait bien une influence significative sur la progression observée dans la tâche haptique, $F(1, 37) = 7.68$, $p = .009$, $\eta^2 = .17$, les enfants les moins performants initialement étaient ceux progressant le plus entre le pré-test et le post-test. L'effet du groupe, $F(1, 37) = 1.56$, $p = .22$, $\eta^2 = .04$ et l'effet d'interaction, $F(1, 37) = 1.59$, $p = .21$, $\eta^2 = .04$, n'étaient pas significatifs. La comparaison planifiée, réalisée pour tester la différence de progression entre le groupe Haptique et le groupe contrôle, parmi les enfants ayant un niveau initial faible dans la tâche de comparaison haptique révèle un effet tendanciel du groupe $F(1, 37) = 3.80$, $p = .06$, $\eta^2 = .09$. Les enfants entraînés haptiquement à l'approximation des quantités tendent donc à avoir plus progressé dans la tâche de comparaison haptique que les enfants du groupe Contrôle (Figure 7.3).

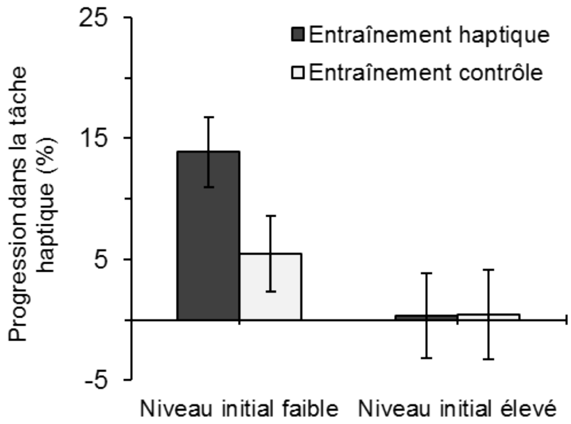


FIGURE 7.3: Progression observée entre le pré-test et le post-test dans la tâche de comparaison approximative non symbolique haptique, pour les groupes Haptique et Contrôle, en fonction du niveau initial (i.e., mesuré en pré-test) dans cette tâche. Les enfants ayant une performance inférieure à la moyenne de l'ensemble des enfants (i.e., M = 73.75%) formaient le groupe «Niveau initial faible», ceux ayant des performances supérieures à cette moyenne formaient le groupe «Niveau initial élevé».

Entre le pré- et le post-test : transfert inter-modal

Visuel vs Contrôle. Une ANOVA à mesures répétées, 2 (groupes : Visuel et Contrôle) x 2 (période : pré- et post-test), réalisée sur le pourcentage de réponses correctes dans la tâche de comparaison haptique non symbolique, révèle un effet significatif de la période, $F(1, 40) = 5.33$, $p = .03$, $\eta^2 = .12$, mais pas du groupe ni de l'interaction période x groupe (Fs < 1). L'entraînement visuel n'a donc pas permis d'améliorer les performances des enfants dans la tâche de comparaison haptique non symbolique (Figure 7.4.a).

Haptique vs Contrôle. Une ANCOVA sur le score au post-test dans la tâche de comparaison visuelle, avec comme covariant le score au pré-test dans cette même tâche et comme facteur le groupe (Haptique et Contrôle) a été réalisée afin de déterminer si l'entraînement haptique a permis d'améliorer les performances des enfants dans la tâche de comparaison visuelle non symbolique. L'effet du covariant est significatif, $F(1, 41) = 22.40$, $p < .001$, $\eta^2 = .35$, mais aucune différence significative n'est observée entre les groupes haptique et contrôle concernant leurs scores au post-test dans cette tâche, $F < 1$ (Figure 7.4.b). L'entraînement haptique n'a donc pas permis d'améliorer les performances des enfants dans la tâche de comparaison visuelle non symbolique.

Efficacité des entraînements sur les compétences numériques exactes

Pour tester la possibilité d'un effet des entraînements sur les compétences numériques exactes, des ANOVA à mesures répétées 2 (période : pré- et post-test) x 3 (groupe : visuel, haptique, contrôle) ont été conduites avec comme variables dépendantes le score (i.e., le nombre de réponses correctes) et le temps de réponse dans la tâche d'additions, ainsi que le score dans la tâche de problèmes.

Addition symbolique exacte. Globalement les enfants étaient plus performants dans cette tâche au post-test qu'au pré-test puisqu'un effet significatif de la période est observé sur les temps de réponses, $F(1, 56) = 9.94$, $p = .003$, $\eta^2 = .15$, et sur les scores, $F(1, 65) = 13.47$, $p < .001$, $\eta^2 = .17$. Cependant, l'effet du groupe et l'effet d'interaction groupe x période ne sont pas significatifs, ni sur les temps de réponses, ni sur les scores (Fs < 1 ; Figure 7.4.c et 7.4d).

Problème symbolique exact. L'effet de la période sur les scores dans cette tâche est significatif ($F(1,64) = 29.57$, $p < .001$, $\eta^2 = .32$), mais pas l'effet du groupe ni l'effet d'interaction groupe x période (Fs < 1, Figure 7.4.e). Comme un effet du set attribué en pré-test a été observé, une ANOVA à mesures répétées 2 (période : pré- et post-test) x 3 (groupe : visuel, haptique, contrôle) x 2 (set : 1 et 2) a été réalisée afin de déterminer si l'effet du set pouvait influencer l'effet d'interaction observé. Les résultats montrent que ce n'est pas le cas car l'effet d'interaction set x période x groupe n'apparaît pas significatif ($F < 1$).

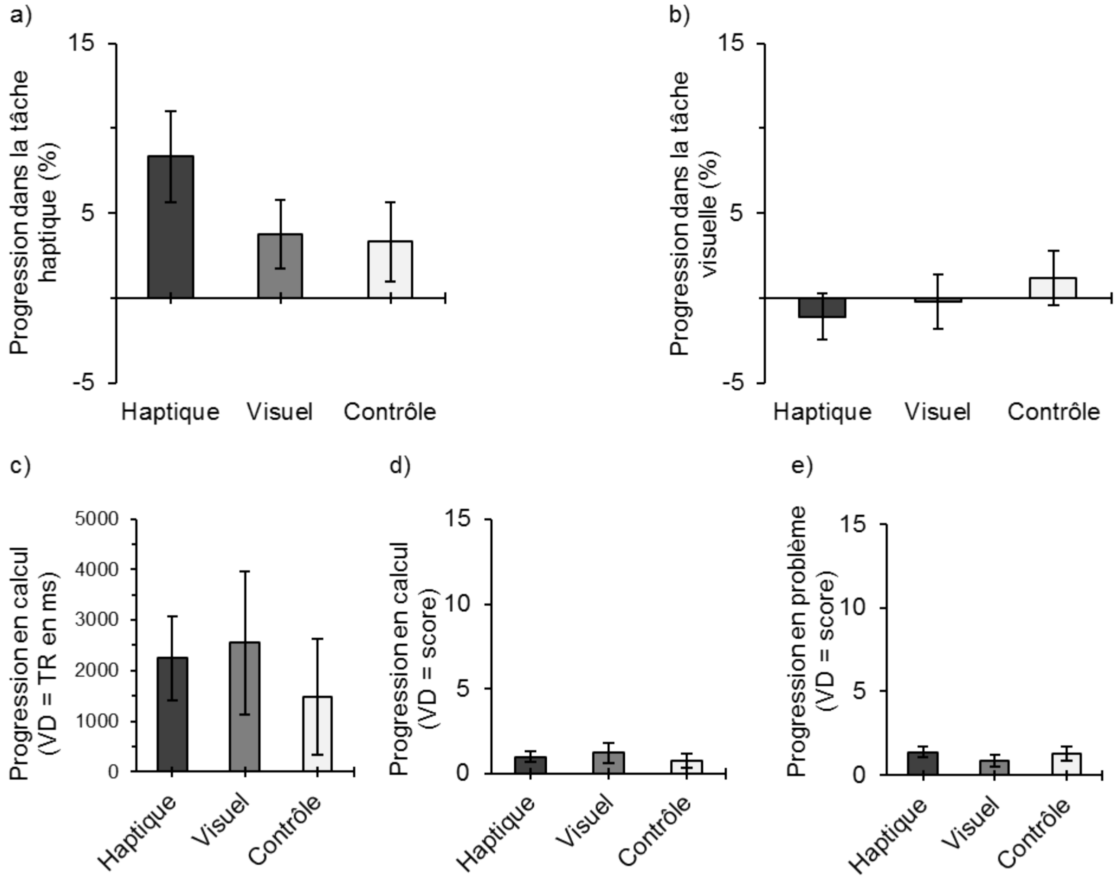


FIGURE 7.4: Progression observée entre le pré-test et le post-test pour les trois groupes expérimentaux (i.e., Haptique, Visuel et Contrôle) dans (a) la tâche de comparaison approximative non symbolique haptique, (b) la tâche de comparaison approximative non symbolique visuelle, (c) et (d) la tâche d'addition (TR et score respectivement), et (e) la tâche de problème. TR = temps de réponse.

7.1.4 Discussion

Dans cette étude, nous avons cherché à améliorer la précision du SAN chez des enfants de 5 ans par l'entraînement. Il s'agissait de comparer l'effet d'un entraînement visuel, d'un entraînement haptique et d'un entraînement contrôle, sur la précision du SAN mesurée avec la vision et mesurée avec le sens haptique, et sur les performances en arithmétique. Les résultats ont montré que seul l'entraînement haptique du SAN a été efficace. Les enfants de ce groupe ont progressé entre la séance 1 et la séance 4 en additions approximatives haptiques. De plus, parmi les enfants qui avaient un niveau faible au pré-test dans la tâche mesurant la précision du SAN avec le sens haptique, ceux qui ont ensuite suivi l'entraînement haptique semblent avoir plus progressé entre le pré-test et le post-test que ceux qui ont suivi l'entraînement contrôle (effet tendanciel). L'entraînement haptique du SAN n'a pas permis d'améliorer la précision du SAN mesurée avec la vision. L'entraînement visuel du SAN n'a permis aucune progression concernant la précision du SAN mesurée avec la vision ou mesurée avec le toucher. Les deux entraînements du SAN, visuel et haptique, n'ont conduit à aucune amélioration des performances en arithmétique exacte.

Une amélioration des performances en additions approximatives a été observée au cours des séances d'entraînement haptique. De plus, chez les enfants les plus faibles au pré-test dans la tâche de comparaison approximative haptique, cette amélioration due à l'entraînement semble avoir permis d'améliorer les performances des enfants dans la tâche de comparaison approximative haptique. Pour interpréter ce résultat, il est nécessaire de définir clairement comment nous concevons le SAN. La définition que De Smedt et ses collègues (2013) ont proposé sera utilisée. Selon, eux, le SAN est «un système qui permet aux individus de représenter et de traiter l'information de grandeur numérique» (De Smedt et al., 2013, p.49). Le SAN est donc défini à la fois comme le système permettant de percevoir une numérosité et le système permettant de représenter cette numérosité. Cette définition laisse supposer que l'amélioration de la précision du SAN pourrait résulter d'une perception plus fine des stimuli présentés ou bien, d'une représentation mentale plus précise des numérosités. Si nous avions observé qu'un entraînement du SAN visuel améliorait la précision du SAN mesurée avec le sens haptique, nous aurions pu rejeter l'hypothèse d'une perception qui s'affine au profit de l'hypothèse d'une représentation qui se précise. Néanmoins, puisqu'aucun transfert entre les différentes modalités sensorielles n'a été observé, cette étude ne permet pas de trancher entre ces deux possibilités. Il n'est donc possible que de proposer des spéculations pour expliquer ce résultat. Une possibilité est que la prise d'informations tactiles dans la tâche d'addition approximative se soit améliorée au cours des entraînements et que par généralisation, la prise d'information ait été meilleure ensuite dans la tâche de comparaison approximative. Comment la prise d'informations aurait-elle pu s'améliorer ? Bien que la manière d'explorer les ensembles de points avec chaque main ait été clairement explicitée, il est probable que la qualité de l'exploration haptique se soit améliorée au cours des séances. Pour une future étude, examiner plus en détails l'évolution des techniques exploratoires des enfants au cours des entraînements pourrait être une manière de déterminer si cette interprétation explique effectivement l'amélioration observée.

Contrairement à l'étude de Hyde et al. (2014), l'entraînement du SAN visuel n'a conduit à aucune amélioration des performances en arithmétique exacte. Les points communs entre la présente étude et celle de Hyde et al. (2014) sont notamment l'utilisation d 'une tâche de comparaison approximative de quantité ainsi que le nombre d'essais réalisés au total au cours des entraînements : 60 essais, répartis en deux blocs dans l'étude de Hyde et al. (2014) et répartis en quatre séances dans notre étude. Une différence importante entre ces deux études est la durée écoulée entre l'entraînement et la mesure des performances en arithmétique. Dans la présente étude, les post-tests, pendant lesquels les performances en arithmétique ont été mesurées, ont été réalisés le lendemain ou le surlendemain de la séance 4 d'entraînement. Dans l'étude de Hyde et al. (2014) les performances en arithmétique ont été mesurées juste après chaque bloc d'entraînement. Bien qu'interpréter une absence de résultat doit être fait avec précautions, l'absence d'un effet de l'entraînement du SAN sur les performances en arithmétique dans notre étude peut être considérée comme allant dans le sens de l'hypothèse d'un engagement du SAN, avancée pour expliquer les résultats observés dans l'étude de Hyde et al. (2014). Selon cette hypothèse, cet engagement du SAN par les entraînements, agirait comme une «amorce» et améliorerait ainsi les performances dans une tâche d'arithmétique réalisée immédiatement après. Selon cette interprétation, un effet de l'entraînement du SAN sur les performances en arithmétique exacte, à court ou moyen terme, serait peu probable, ce qui expliquerait pourquoi notre étude ne permet pas de le mettre en évidence. Une seconde interprétation consiste au contraire à supposer que cet effet pourrait avoir lieu à court terme, mais que les conditions d'entraînement proposées n'étaient pas propices à ce qu'il se réalise. Par exemple, le nombre de séances d'entraînement n'était peut-être pas suffisant, les séances pas assez motivantes pour les enfants, ou bien le niveau de difficulté des séances était peut être mal adapté aux individualités.

Pour conclure, améliorer la précision du SAN semble donc possible par l'entraînement, bien que limitée. Cependant cette étude ne permet pas de déterminer si l'amélioration observée résulte d'une perception plus fine des numérosités ou bien d'une représentation plus précise des quantités. De plus, aucune relation causale entre la précision du SAN et les performances en arithmétique exacte n'a été montrée dans cette étude. Entraîner le SAN dans le but d'améliorer les performances en arithmétique ne semble donc pas être le choix le plus pertinent puisque cela n'apparait pas être efficace à court terme.

7.1.5 Analyses complémentaires

Les corrélations observées entre les différentes mesures réalisées au pré-test ont été calculées et sont présentées dans le Tableau 7.3. Aucune relation significative n'a été observée entre la tâche de comparaison visuelle non symbolique et les autres tâches. En revanche, les performances obtenues dans la tâche de comparaison haptique non symbolique corrèlent significativement avec les scores en problèmes symboliques exacts ($r = .25$, $p = .048$). Ces résultats seront discutés dans le Chapitre 9.

TABLE 7.3: Corrélations (r de Bravais Pearson) observées entre les différentes mesures du pré-test

	1	2	3	4	5
1. Comparaison visuelle non symbolique					
2. Comparaison haptique non symbolique	.13				
3. Addition symbolique exacte : score	.18	0,17			
4. Addition symbolique exacte : TR en s	-.21	.08	- .36**		
5. Problème symbolique exact	-.01	.25*	.64****	- .30*	
6. Score total arithmétique	.11	.22	.95****	- .36**	- .36**

*p <.05, **p <.01, ***p <.005, ****p <.001

7.2 Conclusion du chapitre

Les résultats de l'étude précédente suggèrent qu'entraîner la précision du SAN dans le but d'améliorer les compétences numériques exactes des enfants de 5 ans n'est pas aisé. De plus, des entraînements haptiques à l'aide d'une tâche d'additions approximatives non symboliques du SAN ont conduit à une amélioration des performances des enfants au cours des séances. Ces entraînements ont aussi conduit à une amélioration des performances des enfants dans une tâche de comparaison approximative (entre le pré- et le post-test), mais seulement chez ceux ayant un niveau de performance initial faible dans cette tâche (effet tendanciel). Ces résultats ne permettent pas de déterminer clairement si l'amélioration de la précision du SAN observée résulte d'une amélioration de la précision de la représentation des numérosités, ou bien d'une amélioration de la précision de la perception des stimuli portant la numérosité. Dans le cas d'une amélioration de la précision de la perception des stimuli, il est peu probable qu'elle puisse conduire à une amélioration des performances numériques exactes. En effet, mieux extraire l'information numérique ne signifie pas nécessairement se représenter plus précisément les numérosités. L'effet d'un entraînement du SAN sur les performances numériques exactes ne semble envisageable que dans le cas d'une amélioration de la précision de la représentation des numérosités. En effet, en suivant l'hypothèse selon laquelle les nombres symboliques acquerraient leur signification en étant reliés à cette même représentation des numérosités, si les entraînements du SAN permettaient de préciser la représentation mentale des numérosités, alors ils pourraient probablement permettre d'associer aux nombres symboliques une numérosité plus précise.

Cette dernière réflexion fait écho aux résultats obtenus dans l'étude 1. Rappelons qu'ils montraient qu'à 5 ans, les deux prédicteurs principaux (parmi les trois étudiés) des performances en arithmétiques étaient la précision du SAN et la précision de la capacité de mapping. La capacité de mapping réfère exactement à ce qui vient d'être évoqué. Il s'agit d'être capable d'associer une numérosité à un nombre symbolique. La précision de cette capacité peut dépendre à la fois de la précision de la représentation des numérosités et de «la qualité du lien» entre les représentations symboliques du nombre et cette représentation des numérosités. Plutôt que de chercher à entraîner la précision de la représentation des numérosités, comme nous l'avons fait avec l'étude 4, l'étude 5 cherchera à entraîner la qualité du lien entre les représentations symboliques du nombre et les représentations des numérosités. Replacé dans le cadre du modèle du triple code, il s'agira d'entraîner deux relations : celle entre le code analogique des quantités et le code verbal et celle entre le code analogique et le code arabe des nombres.

Chapitre 8

Améliorer l'association entre les codes symboliques du nombre et le code analogique des quantités

La capacité à associer les nombres symboliques à leur grandeur analogique, appelée capacité de « mapping » est un prédicteur important des compétences numériques exactes (Siegler & Booth, 2004 ; Wong, Ho, & Tang, 2016). A 5 ans, notre étude 1 a montré que la précision du mapping était le prédicteur dominant parmi les trois prédicteurs étudiés (i.e., capacités de mémoire de travail, précision du SAN et précision du mapping). A 7 ans, bien qu'elle ne soit plus que le second prédicteur après les capacités de mémoire de travail, cette capacité reste tout de même importante. C'est pourquoi, déterminer comment améliorer ces capacités de mapping de manière efficace est une piste intéressante pour qui souhaite améliorer les compétences numériques exactes des enfants à ces âges.

Des entraînements, basés sur l'utilisation d'un jeu de plateau linéaire numérique ont déjà été proposés dans cet objectif (Ramani & Siegler, 2008, 2011 ; Ramani, Siegler, & Hitti, 2012 ; Siegler & Ramani, 2009) et se sont révélés efficaces, non seulement pour améliorer les capacités de mapping, mais également pour améliorer certaines compétences numériques comme l'arithmétique et la connaissance de la chaîne numérique verbale. L'objectif de l'étude 5, présentée en première partie dans ce chapitre, était de mieux comprendre dans quelles conditions ce type d'entraînement pouvait être le plus efficace possible. En particulier, cette étude, réalisée auprès d'enfants de 5 ans, s'est intéressée au rôle de l'action motrice dans le jeu de plateau numérique linéaire, afin de déterminer si celle-ci influençait son efficacité.

Une autre manière d'exercer les capacités de mapping est de réaliser des tâches dites d'estimation. Rappelons que les tâches d'estimation consistent à associer un nombre symbolique à une quantité approximative perçue (i.e., estimation par perception) ou bien à associer une quantité approximative à un nombre symbolique vu ou entendu (i.e., estimation par production). Chez l'adulte (Izard & Dehaene, 2008 ; Sullivan & Barner, 2013), et chez l'enfant (Lipton & Spelke, 2005 ; Sullivan & Barner, 2014), des études ont montré que dans une tâche d'estimation par perception, les capacités de mapping pouvaient être modifiées. Le processus, consistant à modifier le mapping, a été appelé la calibration. Ces études n'avaient pas pour but d'améliorer la précision du mapping des participants, mais de déterminer s'il était possible de faire varier ce mapping en fonction de la manipulation faite. Utiliser ce processus de calibration dans le but d'améliorer la précision du mapping chez l'enfant n'a pas encore été réellement exploité. L'objectif de l'étude 6, présentée en seconde partie de ce chapitre, était d'étudier l'efficacité du processus de calibration chez l'enfant de 7 ans, dans les deux directions de mapping différentes, via une tâche d'estimation par production et une tâche d'estimation par perception. Si le processus de calibration s'avère efficace pour améliorer la précision du mapping chez l'enfant, alors il pourra être envisagé dans le but d'améliorer les compétences numériques exactes par la suite.

8.1 Etude 5 - Entraîner l'association entre les codes symboliques du nombre et le code analogique des quantités via le jeu numérique linéaire : un rôle bénéfique de l'action motrice ?

Encadré 8.1: Résumé de l'étude 5

Plusieurs études ont montré qu'un jeu entraînant les enfants à associer les nombres symboliques à leur grandeur analogique permettait, non seulement de les faire progresser dans cette capacité, mais également d'améliorer d'autres compétences numériques par transfert. Ce jeu est appelé « jeu numérique linéaire » et consiste à déplacer un pion sur une ligne numérotée en prononçant à voix haute les nombres rencontrés. Il a été suggéré que les différentes expériences sensorielles vécues pendant le jeu numérique linéaire, en lien avec le concept de nombre, pourraient expliquer en partie son efficacité. Cette question n'a jamais été testée. La présente étude s'est proposée de tester l'effet d'une expérience sensorielle particulière, l'action motrice, en comparant l'efficacité de trois types d'entraînement : « numérique sensori-moteur », « numérique magistral » et « non numérique ». Les deux premiers différaient par la présence ou non d'une composante motrice dans le jeu, tandis que le troisième était un entraînement contrôle. Différentes compétences numériques (i.e., connaissance de la chaîne numérique verbale, estimation sur ligne numérique, additions et problèmes symboliques exacts) ont été évaluées, avant et après cinq séances d'entraînement avec l'un des trois jeux. Les résultats ont montré que les deux entraînements numériques permettaient aux enfants de progresser sur leur connaissance de la chaîne numérique verbale plus que l'entraînement non numérique. Aucune autre différence n'a été observée concernant les autres compétences numériques mesurées. De plus, l'apport de l'action motrice dans ce jeu n'a pas été montré.

8.1.1 Introduction

De nombreux professionnels de l'éducation militent depuis des années pour plus d'action de la part des élèves dans les apprentissages scolaires, notamment dans les matières scientifiques, avec par exemple, le célèbre programme « La main à la pâte » de Charpak (1996). L'efficacité supposée de l'action dans les apprentissages, scientifiques ou non, s'appuie tout d'abord sur les théories générales du développement cognitif. Ainsi, par exemple, Piaget concevait le développement des connaissances comme résultant de l'interaction sensori-motrice entre l'enfant et son environnement physique (e.g., Piaget & Inhelder, 1966), et Bruner (1983) considérait que l'enfant apprend, « comme un chercheur », à repérer des régularités dans ce qu'il vit, par l'action et la manipulation. Une approche plus récente de la cognition apporte un autre soutien à cette idée. En effet, les théories de la cognition incarnée suggèrent que les représentations mentales des concepts soient ancrées dans nos expériences sensori-motrices antérieures et donc étroitement reliées aux systèmes perceptifs et moteurs (Barsalou, 2008). D'après cette vision, les expériences perceptives et motrices vécues pendant le traitement d'un concept donné sont liées à ce concept pendant l'encodage et peuvent être « simulées » pendant son rappel. Les « simulations » sont une sorte de réactivation des expériences vécues et apprises antérieurement et peuvent faciliter le traitement d'un concept (e.g., Kalénine, Bonthoux, & Borghi, 2009). Cette approche fournit un cadre explicatif concernant l'efficacité de l'action dans les apprentissages.

Plusieurs études ont aussi fourni des résultats empiriques montrant qu'être actif peut être bénéfique dans les apprentissages numériques. Notamment, il a été montré que des gestes réalisés pendant la résolution de problèmes aidaient les enfants de 9-10 ans à mieux comprendre comment obtenir la réponse cherchée (Goldin-Meadow, Cook, & Mitchell, 2009 ; Novack, Congdon, Hemani-Lopez, & Goldin-Meadow, 2014). De plus, des interventions, inspirées des travaux de Siegler et de ses collègues (e.g., Siegler & Booth, 2004) ont montré que des jeux de déplacement corporels dans l'espace peuvent améliorer les capacités d'enfants de 7 ans à associer un nombre symbolique à une position sur une ligne numérique bornée de 0 à 100 (Fischer, Moeller, Huber, Cress, & Nuerk, 2015). Ces résultats suggèrent que les mouvements corporels influencent le développement des connaissances, c'est-à-dire que l'action influence la cognition numérique (Lindemann & Fischer, 2015).

La présente recherche se propose d'examiner le rôle de l'action dans un entraînement destiné à améliorer l'association entre les codes symboliques du nombre (i.e., verbal et arabe) et le code analogique des quantités. Il s'agit de tester l'efficacité de jeux numériques linéaires, proches du jeu de Siegler et Ramani (2008). Ce type de jeu consiste à déplacer un pion sur un plateau de jeu linéaire et numéroté en disant à voix haute, au fur et à mesure que le pion avance, le nom des nombres rencontrés. Il met en relation diverses expériences en lien avec le concept de nombre : la distance parcourue par le personnage, le nombre de mouvements discrets que l'enfant a fait pour déplacer le pion, le nombre de noms de nombres que l'enfant a prononcé et entendu, la quantité de temps écoulée depuis que le jeu a commencé (Siegler & Booth, 2004), et la vue des nombres symboliques ordonnés. Dans l'étude de Siegler et Ramani (2008), les enfants du groupe contrôle déplaçaient un pion sur un plateau linéaire dont les cases étaient colorées et non numérotées. Les résultats ont montré que seuls les enfants du groupe « jeu numérique linéaire » avaient progressé suite à l'intervention dans une tâche d'estimation de la position d'un nombre sur ligne bornée (i.e., association entre les nombres symboliques et leur grandeur analogique : mapping). D'autres études ont par la suite montré que ce jeu pouvait également améliorer les capacités des enfants en arithmétique à 5 ans (Siegler & Ramani, 2009) et leur connaissance de la chaîne numérique verbale à 6 ans (Ramani et al., 2012).

L'efficacité spécifique du jeu numérique linéaire sur l'amélioration de ces différentes capacités n'est pas clairement explicitée. Il a été supposé que la proximité entre le matériel physique utilisé dans le cadre de la situation d'apprentissage et la forme de la représentation mentale interne des quantités (i.e., la ligne numérique mentale) expliquerait pourquoi ce jeu favoriserait l'apprentissage de l'association entre les nombres symboliques et leur grandeur analogique (Laski & Siegler, 2014). Les différentes expériences sensorielles liées au concept de nombre, vécues pendant le jeu numérique peuvent aussi expliquer en partie son efficacité. Ainsi, contrairement à l'enfant du groupe jeu numérique linéaire, l'enfant du groupe contrôle n'a pas vécu ces expériences sensorielles en relation avec le concept de nombre, puisque le jeu était non-numérique et que le déplacement du pion ne se faisait pas en lien avec une quantité. Cependant, la différence entre le groupe expérimental et le groupe contrôle dans l'étude de Siegler et Ramani (2008) ne réside pas sur les expériences sensorielles en elles-mêmes vécues dans le cadre du jeu, mais sur la présence ou non de nombres ordonnés, écrits en chiffres arabes sur les cases du plateau de jeu. Cette étude ne permet donc pas de déterminer si les expériences sensorielles influencent l'efficacité du jeu.

L'expérience réalisée dans la présente étude consistait à examiner uniquement l'effet d'une expérience sensorielle particulière, l'action motrice, en comparant l'effet de trois types d'entraînement sur les performances numériques d'enfants de 5 ans. Un entraînement, appelé « numérique sensori-moteur », mettait en jeu les modalités visuelle, auditive, motrice et haptique. La modalité haptique, ayant une dimension motrice, a été ajoutée afin de contraster au maximum les deux conditions numériques. Un entraînement appelé « numérique magistral » différait du premier par l'absence des modalités motrice et haptique, et le dernier entraînement dit « non numérique » proposait des séances de reconnaissance de formes géométriques. Avant et après les entraînements, différentes performances numériques des enfants ont été évaluées : estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée connaissance de la chaîne numérique verbale, additions symboliques exactes et problèmes symboliques exacts. Les capacités de mémoire à court terme et de raisonnement ont été contrôlées.

Ainsi, comparer les progressions du groupe ayant reçu l'entraînement numérique sensori-moteur et du groupe ayant reçu l'entraînement numérique magistral permet de déterminer l'effet de l'action motrice sur les compétences numériques. La comparaison des progressions des deux groupes numériques pris ensembles versus la progression de groupe Non numérique permet de vérifier que les progressions observées sont bien dues aux entraînements numériques, et non pas à autre chose, comme par exemple l'enseignement donné par les professeurs, ou le développement normal de l'enfant pendant la période d'étude. Toutes les séances d'entraînement ont été réalisées sous forme d'ateliers de cinq enfants, afin de rendre les conditions d'apprentissages plus écologiques que dans les situations d'entraînement en individuel (i.e., plus proche du contexte d'une classe de maternelle).

8.1.2 Méthode

Participants

Cinquante-sept enfants ont participé à cette étude. Trois d'entre eux n'ont pas été inclus dans l'échantillon final (un pour absence au post-test et deux présentant des troubles des apprentissages). Les 53 enfants (25 filles et 28 garçons) inclus dans cette étude ont entre 5 ans 2 mois et 6 ans et ont été répartis selon les critères, capacité de raisonnement, capacité de mémoire à court terme (mesurées lors du pré-test), dans les trois groupes expérimentaux pour les rendre équivalents : Numérique sensori-moteur (n = 17, âge moyen = 5 ans 7 mois), groupe Numérique magistral (n = 18, âge moyen = 5 ans 6 mois), Non-numérique (n = 18, âge moyen = 5 ans 7 mois). Ils sont issus de deux classes différentes de grande section du centre-ville de Grenoble et d'un milieu socio-culturel moyen ou élevé. Cette étude a été réalisée avec l'accord mutuel des enfants, des enseignants, des parents et des inspecteurs d'académie et de circonscription.

Pré-test et post-test

Connaissance de la chaîne numérique verbale. L'enfant était invité à compter à voix haute « le plus loin possible ». Un second essai était réalisé si le nombre le plus grand atteint était inférieur à 30. Le score retenu était le dernier nombre correct prononcé, le score maximal étant fixé à 100.

Estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée. Quinze lignes horizontales de 25 cm sont présentées sur des pages séparées du livret de passation. Chacune est située au milieu d'une page format A4 orientée en mode paysage et est bornée à gauche par un trait indiquant la position du 0 et à droite celle du 30. Un nombre cible était présenté sous chaque ligne, centré en bas de page dans une case, dans l'ordre suivant : 4, 23, 27, 15, 6, 16, 20, 2, 26, 5, 9, 10, 28, 19, 1 ; le premier était un essai d'entraînement pour vérifier la bonne compréhension des consignes par les enfants et n'a pas été comptabilisé dans le score final. Les enfants devaient indiquer sur la ligne, par un trait vertical, la position estimée du nombre présenté en bas de page (d'après Siegler & Opfer, 2003). Aucun retour n'était donné.

Additions symboliques exactes. L'enfant doit donner oralement le résultat de six calculs additifs : 1 + 1 (exemple), 1 + 2, 3 + 2, 1 + 3, 3 + 3, 1 + 4 (d'après Booth & Siegler, 2008). Un point est accordé par réponse juste (score sur 5).

Problèmes symboliques exacts. Cette épreuve est issue du test diagnostique des compétences de base en mathématiques, Tedi-Math (Van Nieuwenhoven, Grégoire, & Noël, 2001). Huit opérations, avec énoncé verbal du type « Denis a 2 billes. Il en gagne 2. Combien de billes a-t-il en tout ? », constituent cette épreuve. Un point est accordé par bonne réponse et l'épreuve s'arrête si l'enfant échoue à cinq essais. Un score total en arithmétique a été calculé en additionnant le score obtenu dans la tâche d'additions symboliques exactes et celui dans la tâche de problèmes symboliques exacts.

Mesures contrôles

Ces deux épreuves n'ont été réalisées que lors du pré-test. Elles ont permis de former des groupes expérimentaux équivalents sur les capacités de mémoire à court terme et les capacités de raisonnement. Elles ont ensuite été entrées en covariant dans les analyses statistiques.

Mémoire à court terme. Cette épreuve est la tâche « Suite de mots » du KABC. L'enfant voit une série de cinq images sur une carte et doit pointer chacune d'entre-elles, pour vérifier qu'il les a bien identifiées (e.g., « Montre le feu »). Ensuite, les images sont cachées et l'expérimentatrice énonce l'une d'entre-elle. Puis elle découvre les images, et l'enfant doit lui montrer l'image énoncée. Ce processus est répété en augmentant le nombre d'images que l'enfant doit rappeler. La réponse est notée comme correcte si toutes les images énoncées par l'expérimentatrice sont pointées par l'enfant. L'épreuve s'arrête lorsque l'enfant échoue pendant trois essais consécutifs (score maximum $M = 19$).

Raisonnement. Cette épreuve est la tâche « Séquences logiques » du Kaufman Assessment Battery for Children (KABC, Kaufman, 2004). L'enfant doit trouver, parmi un ensemble d'images, celle devant compléter une suite logique. Un point est accordé par bonne réponse. L'épreuve s'arrête lorsque l'enfant échoue quatre essais parmi cinq essais consécutifs (score maximum $M = 25$).

Entraînements

Les entraînements ont été créés pour évoluer au cours des séances, de manière à maintenir l'intérêt de l'enfant pendant les cinq séances.

Entraînement numérique sensori-moteur. Deux plateaux de jeu différents ont été utilisés durant les cinq séances. De la séance 1 à la séance 3, le plateau était numéroté de 1 à 30 (18 x 110 cm), puis dans les séances 4 et 5, il était numéroté de 1 à 60 (18 x 180 cm). Les cases du jeu étaient des carrés de feutrines, tous espacés de la même distance. Un dé numéroté de 1 à 2 (séances 1 et 3), ou de 3 à 4 (séances 2, 4 et 5), était utilisé. D'une séance à l'autre, le jeu était progressif. Ainsi dans la séance 1, le déplacement se faisait du départ jusqu'à 15, dans la séance 2, du départ jusqu'à 30. Lors des séances 3 et 4, les enfants devaient tout d'abord « montrer le chemin à un géant » qui portait chaque pion jusqu'à la case 15, puis ils jouaient normalement, avec le dé, depuis le 15 jusqu'au 30 (séance 3) ou 45 (séance 4). Dans la dernière séance, ils devaient tout d'abord guider le géant jusqu'au 30, puis jouer normalement, depuis le 30 jusqu'au 60. Chaque enfant jouait chacun son tour, en lançant le dé, afin de savoir de combien de cases faire avancer son pion. Avant de faire avancer le pion, il leur était demandé de « vérifier le chemin », en passant son index sur chaque case et en nommant le nombre symbolique associé. Lorsque la suite des nombres était correcte, l'enfant pouvait alors déplacer le pion. L'expérimentatrice ou les autres enfants apportaient leur aide lorsqu'un enfant ne connaissait pas un nombre.

Entraînement numérique « magistral ». Le matériel utilisé dans chaque séance est le même que pour le jeu numérique sensori-moteur. Cependant, le plateau de jeu n'était pas placé sur la table, comme dans le jeu sensori-moteur mais accroché au mur et séparé des enfants par une table. Chacun son tour, les enfants lançaient le dé et devaient indiquer à l'expérimentatrice sur quelles cases elle devait faire avancer le personnage, en les nommant une par une.

Entraînement non numérique. Pendant les trois premières séances, les enfants découvraient les propriétés du triangle, du rectangle et du carré avec des figures géométriques en relief comme support, permettant une exploration visuo-haptique de chaque forme (pour plus de détails sur ces séances, voir Kalénine, Pinet, & Gentaz, 2011). Pendant les deux dernières séances, les enfants manipulaient des jeux de tangram pour construire des triangles, des rectangles, des carrés, ou encore reproduire des modèles divers composés des différentes formes, et ce, avec une difficulté graduelle.

Procédure

Cette étude se compose d'une séance de pré-test, de cinq séances d'entraînement et d'une séance de post-test. Après les pré-tests, des petits groupes de quatre à cinq enfants équivalents (en terme de compétences numériques, de capacités mnésiques et de raisonnement) ont été formé. Ensuite, chaque groupe a participé pendant cinq séances à l'entraînement qui lui avait été attribué : numérique sensori-moteur, numérique magistral, ou non numérique, à raison d'une séance par semaine par enfant. Dans les deux entraînements numériques, deux ou trois enfants jouaient, au jeu numérique qui leur avait été attribué, encadrés par une expérimentatrice, pendant 15 minutes. Pendant les 15 minutes restantes, ils réalisaient un exercice autonome d'écriture de chiffres (performances non analysées), tandis que les autres enfants du groupe jouaient à leur tour au jeu numérique encadrés par l'expérimentatrice. Cette organisation en deux ateliers permutants permettait d'avoir seulement 2 ou 3 enfants jouant en même temps au jeu numérique, pour favoriser l'implication et l'attention de chacun pendant l'apprentissage. Dans l'entraînement contrôle, le groupe restait complet pendant toute la séance d'une durée de 30 minutes. Enfin, les performances numériques des enfants ont de nouveau été évaluées en post-test avec les mêmes épreuves qu'au pré-test.

8.1.3 Résultats

Analyses préliminaires

Pour chaque tâche des pré- et post-tests, les scores ou temps de réponses déviants de trois écart-types de la moyenne du groupe ont été exclus des analyses. Il en résulte que deux scores dans la tâche d'estimation sur ligne numérique bornée n'ont pas été inclus dans les analyses (0.1% des données). Les effectifs finaux et les résultats descriptifs pour chaque mesure sont présentés dans le Tableau 8.1. Des comparaisons deux à deux (i.e., test de Student) ont permis de déterminer si les trois groupes présentaient des performances équivalentes dans les quatre épreuves numériques du pré-test. Aucune différence significative entre les trois groupes expérimentaux n'a été observée.

TABLE 8.1: Effectifs (n), moyennes (M), écart-types (ET) et score maximum théorique (Score Max. Th.) pour les mesures réalisées en pré-test et en post-test, présentés pour les trois groupes expérimentaux.

	Pré-test			Post-test			Score
Mesures dans chaque groupe	n	M	ET	n	M	ET	Max. Th.
Groupe Numérique sensori-moteur	17			17			
Chaîne numérique verbale	17	35.41	17.87	17	52	24.03	100
Estimation sur ligne numérique	16	0.12	0.05	16	0.11	0.05	-
Additions symboliques exactes	17	3.41	1.87	17	4	1.17	5
Problèmes symboliques exacts	17	2.35	1.73	17	3.65	2.11	8
Score total en arithmétique	17	5.76	3.09	17	7.65	2.76	13
Mémoire à court terme	17	13.47	1.74	-	-	-	19
Raisonnement	17	7.06	4.19	-	-	-	25
Groupe Numérique magistral	18			18			
Chaîne numérique verbale	18	36.94	24.35	18	51.72	28.29	100
Estimation sur ligne numérique	17	0.17	0.09	17	0.12	0.06	-
Additions symboliques exactes	18	3.22	1.73	18	3.4	1.65	5
Problèmes symboliques exacts	18	1.56	2.04	18	2.83	1.76	8
Score total en arithmétique	18	4.78	2.98	18	6.22	2.98	13
Mémoire à court terme	18	12.78	1.63	18	-	-	19
Raisonnement	18	6.11	3.77	18	-	-	25
Groupe Non numérique							
Chaîne numérique verbale	18	41.22	24.26	18	43.94	19.52	100
Estimation sur ligne numérique	18	0.16	0.08	18	0.13	0.04	-
Additions symboliques exactes	18	3.33	1.46	18	3.17	1.82	5
Problèmes symboliques exacts	18	1.67	1.78	18	2.44	2.04	8
Score total en arithmétique	18	5	2.72	18	5.61	3.47	13
Mémoire à court terme	18	13.11	2.42	18	-	-	19
Raisonnement	18	6.22	3.84	18	-	-	25

Efficacité des entraînements

Pour évaluer l'efficacité des deux entraînements numériques, des analyses de covariance (ANCOVA) 3 (groupe : Numérique sensori-moteur, Numérique magistral, Non numérique) x 2 (période : pré-test et post-test) ont été réalisées, avec comme covariants les performances obtenues au pré-test en mémoire à court terme et en raisonnement et comme variable dépendante les différentes mesures issues des tâches numériques réalisées : connaissance de la chaîne numérique verbale, estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée, additions et problèmes symboliques exactes et score total en arithmétique. Deux contrastes orthogonaux ont été utilisés pour tester spécifiquement les deux hypothèses de cette étude. Pour déterminer

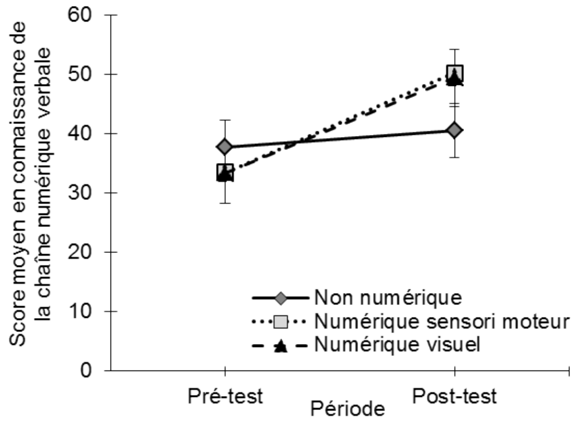


FIGURE 8.1: Score moyen par groupe (Numérique sensori-moteur, Numérique visuel, Non numérique) dans l'épreuve de connaissance de la chaîne numérique verbale au pré-test et au post-test. Les barres d'erreur représentent l'erreur standard. L'interaction est significative à $p < .05$.

si le jeu numérique linéaire permettait d'améliorer les performances numériques des enfants, le premier contraste (a) a comparé l'évolution des scores aux différentes épreuves numériques entre le pré-test et le post-test, des deux groupes numériques pris ensembles (i.e., Numérique sensori-moteur et Numérique magistral), avec celle du groupe Non numérique. Pour déterminer si la présence de la composante motrice dans le jeu permettait aux enfants de progresser plus qu'en son absence, le second contraste (b) a comparé l'évolution des scores dans les différentes épreuves numériques entre le pré-test et le post-test des groupes Numérique sensori-moteur et Numérique magistral.

Connaissance de la chaîne numérique verbale. Les effets principaux de la période, $F(1, 48) = 0.73$, $p = .40$, $\eta^2 = .02$ et du groupe, $F(2, 48) = 0.10$, $p = .91$, $\eta^2 = .004$ ne sont pas significatifs. L'effet d'interaction entre groupe et période est au seuil de significativité, $F(2, 48) = 3.12$, $p = .05$, $\eta^2 = .12$ (Figure 8.1.). Le contraste (a) permet de préciser cette interaction, en révélant que la progression des deux groupes numériques pris ensembles est significativement supérieure à celle du groupe Non numérique, $F(1, 48) = 6.24$, $p = .02$. Le jeu numérique linéaire a donc permis d'améliorer la connaissance de la chaîne numérique verbale des enfants. Cependant, le contraste (b) révèle que l'évolution des scores dans la tâche de connaissance de la chaîne numérique verbale du groupe Numérique sensori-moteur n'est pas significativement différente de celle du groupe Numérique magistral, $F(43) = 0.0003$, $p = .99$. La composante motrice du jeu numérique sensori-moteur n'a pas amélioré significativement la progression des enfants dans cette tâche.

Estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée. Un pourcentage d'erreur absolu pour chaque réponse donnée par l'enfant, a été calculé de la manière suivante : (valeur estimé – valeur nombre cible)/30*100, la valeur estimée s'obtient en divisant la distance mesurée entre

0 et le trait fait par l'enfant par la longueur réelle de la ligne (25 cm) et en multipliant par 30 (borne supérieure de la ligne). Par exemple, si un enfant place le 3 à 4 cm du 0, le pourcentage d'erreur qu'il commet est [(4/25*30)-3]/30*100 = 6%. Le pourcentage d'erreur absolu moyen a ensuite été calculé pour chaque enfant. L'effet principal de la période est significatif, $F(1, 46) = 11.87$, $p < .001$, $\eta^2 = .21$, révélant que l'ensemble des enfants a progressé dans cette tâche entre le pré-test et le post –test. L'effet principal du groupe n'est pas significatif, $F(2, 46) = 1.01$, $p = .37$, $\eta^2 = .04$. L'interaction entre groupe et période n'est pas significative, $F(2, 46) = 0.67$, $p = .51$, $\eta^2 = .03$. La progression observée est donc similaire pour les trois groupes. Les deux contrastes orthogonaux ne sont pas significatifs, (a) $F(1, 46) = 0.02$, $p = .89$, et (b) $F(1, 46) = 1.34$, $p = .25$. Les entraînements numériques n'ont donc pas permis une amélioration significative des performances, entre le pré-test et le post-test, dans cette tâche, en comparaison avec l'entraînement non numérique. L'ajout de la composante motrice dans le jeu numérique linéaire n'a pas eu d'effet sur les performances obtenues dans cette tâche.

Additions symboliques exactes. L'effet principal de la période, $F(1, 48) = 0.01$, $p = .92$, $\eta^2 = .0002$, et l'effet principal du groupe, $F(2, 48) = 0.23$, $p = .80$, $\eta^2 = .01$, ne sont pas significatifs. L'interaction entre groupe et période n'est pas significative, $F(2, 48) = 0.88$, $p = .42$, $\eta^2 = .04$. Les contrastes orthogonaux ne sont pas significatifs, (a) $F(1, 48) = 1.26$, $p = .27$; (b) $F(1, 48) = 0.53$, $p = 0.47$.

Problèmes symboliques exacts. L'effet principal de la période, $F(1, 48) = 0.06$, $p = .80$, $\eta^2 = .001$, l'effet principal du groupe, $F(2, 48) = 1.18$, $p = .32$, $\eta^2 = .05$, et l'effet d'interaction entre groupe et période, $F(2, 48) = 0.48$, $p = .62$, $\eta^2 = .02$, sont non significatifs. Les contrastes orthogonaux ne sont pas non plus significatifs : (a) $F(1, 48) = 0.97$, $p = .33$; (b) $F(1, 48) = 0.0001$, $p = .99$.

Score total en arithmétique. L'effet principal de la période, $F(1, 48) = 0.01$, $p = .91$, $\eta^2 = .0002$, l'effet principal du groupe, $F(2, 48) = 0.91$, $p = .41$, $\eta^2 = .04$, et l'effet d'interaction entre groupe et période, $F(2, 48) = 1.11$, $p = .33$, $\eta^2 = .04$, sont non significatifs. Les contrastes orthogonaux ne sont pas non plus significatifs : (a) $F(1, 48) = 2.02$, $p = .16$; (b) $F(1, 48) = 0.21$, $p = .65$.

Les entraînements numériques n'ont donc pas permis une amélioration significative des performances, entre le pré-test et le post-test, en additions symboliques, ni en problèmes symboliques, en comparaison avec l'entraînement non numérique. L'ajout de la composante motrice dans le jeu numérique linéaire n'a pas eu d'effet sur les performances obtenues dans cette tâche. Il en est de même lorsque le score total en arithmétique est utilisé comme variable dépendante.

Relations entre les capacités d'association entre les nombres symboliques et leur grandeur analogique et les autres mesures du pré-test

L'analyse de la matrice de corrélations (Tableau 8.2) révèle que les performances obtenues en estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée corrèlent significativement avec les scores en additions symboliques exactes, r = - .29, les scores en problèmes symboliques exacts, et les scores totaux en arithmétiques r = - .39, mais pas avec les scores obtenus en connaissance de la chaîne numérique verbale, r = - .16. Les capacités d'association entre les nombres symboliques et leur grandeur analogique sont donc reliés aux compétences numériques exactes.

Les performances en estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée et les capacités de mémoire à court terme sont fortement corrélées, r = - .57 Les enfants ayant de bonnes capacités d'association entre les nombres symboliques et leur grandeur analogique ont généralement de bonnes capacités de mémoire à court terme. De même, les capacités d'association entre les nombres symboliques et leur grandeur analogique sont liées aux capacités de raisonnement, r = .28.

TABLE 8.2: Corrélations (r de Bravais Pearson) observées entre les différentes mesures du prétest.

	1	2	3	4	5	6
1. Chaîne numérique verbale						
2. Estimation sur ligne numérique	-.16					
3. Addition symbolique exacte	.25	- .29*				
4. Problème symbolique exact	.38**	- .35*	.37**			
5. Score total arithmétique	.39***	- .39***	.80****	.85****		
6. Raisonnement	.19	-.28*	.35*	.48****	.50****	
7. Mémoire à court terme	.13	- .57****	.31*	.34*	.40***	.41***

*p <.05, **p <.01, ***p <.005, ****p <.001

8.1.4 Discussion

Cette étude s'intéressait au rôle de l'action motrice dans un jeu entraînant l'association nombres symboliques-grandeurs analogiques, chez des enfants de 5 ans. L'efficacité de trois entraînements différents a été comparée : deux entraînements étaient numériques mais différaient par la présence ou non d'une composante motrice, le troisième était un entraînement contrôle, non numérique. Les résultats ont montré que les enfants des groupes Numérique sensori-moteur et Numérique magistral présentaient une amélioration significativement supérieure, en connaissance de la chaîne numérique verbale, par rapport aux enfants du groupe Non numérique. Une progression due au jeu numérique linéaire n'a été observée qu'avec l'épreuve de connaissance de la chaîne numérique verbale. De plus, les résultats n'ont pas montré l'apport de l'action motrice dans ce jeu.

Qu'il mette en jeu l'action de la part de l'enfant ou non, le jeu numérique linéaire a permis d'améliorer la connaissance de la chaîne numérique des enfants de manière indifférenciée. Cette observation n'est pas étonnante car la chaîne numérique verbale peut être apprise sans avoir besoin d'associer une grandeur aux nombres symboliques. Le fait que les enfants des groupes numériques aient amélioré leurs performances entre le pré-test et le post-test en connaissance de la chaîne numérique plus que les enfants du groupe Non numérique pourrait également s'expliquer par des attentes différentes des enfants provoquées par les différents entraînements. Il est possible que jouer à un jeu, avec des nombres plutôt qu'avec des formes géométriques aient créé une attention particulière des enfants vers les nombres résultant en une meilleure implication lors du post-test.

L'objectif principal du jeu numérique linéaire n'était pas d'améliorer la chaîne numérique verbale mais les capacités d'association entre nombres-symboliques et grandeurs analogiques. En effet, c'est cette association qui était réalisée via les différentes expériences sensorielles : nombre écrit en chiffres arabes/distance parcourue depuis le point de départ, mot-nombre prononcé/nombre de cases déjà traversées, mot-nombre entendu/nombre de carrés de feutrines touchés depuis le début de la partie, etc. La suite des nombres, quant à elle, n'était par définition présentée que sous les formes visuelle, verbale et auditive dans les deux jeux numériques. Cela peut expliquer pourquoi les deux groupes numériques ont tous deux progressé de la même manière en connaissance de la chaîne numérique verbale. Avoir amélioré la connaissance de la chaîne numérique verbale sans avoir renforcé l'association entre les mot-nombres et leur grandeur analogique a un intérêt limité.

Dans la présente étude, le jeu numérique linéaire n'a permis d'améliorer qu'une seule compétence numérique qui est la connaissance de la chaîne numérique verbale, alors que les résultats de Siegler et Ramani, montraient qu'ils pouvaient être efficace pour améliorer également les capacités des enfants à estimer la position d'un nombre sur une ligne et en arithmétique (Ramani & Siegler, 2008 ; Siegler & Ramani, 2009 ; Ramani et al., 2012). Il se peut que des raisons socio-culturelles puissent expliquer cette différence. En effet, Ramani et Siegler ont observé que les enfants issus d'un milieu social défavorisé avaient moins d'expérience avec les jeux de société dans leur foyer (Ramani & Siegler, 2008) et bénéficiaient plus de l'entraînement (Ramani & Siegler, 2011) que les enfants d'un milieu social moyen ou élevé. De même, l'expérience des enfants avec les jeux de déplacements sur plateau, du type « Serpents et échelles » ou « Jeu de l'oie », corrélait positivement avec leurs compétences numériques exactes (Ramani & Siegler, 2008). Dans les études de Siegler et Ramani, les enfants provenaient de classes faisant partie du programme Head Start, un programme aux États-Unis qui propose un enseignement et des aides sociales aux enfants provenant de familles à faibles revenus (Ramani et al., 2012). Contrairement aux études de Siegler et Ramani, les enfants de la présente étude sont généralement issus d'un milieu socio-culturel moyen ou élevé. Leur expérience avec ce type de jeux était peut-être déjà importante, les séances de jeux proposées dans notre étude n'auraient donc pas apporté beaucoup de nouveauté, expliquant que l'apprentissage via ce jeu ait été faible. Il est également possible que le nombre de séances d'entraînement n'ait pas été suffisant pour permettre d'observer une progression significative des enfants.

Tout comme Booth et Siegler (2008) l'ont observé, les scores dans toutes les épreuves numériques de cette étude corrèlent significativement avec les scores d'estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée. Les enfants estimant le mieux la position d'un nombre sur une ligne bornée sont aussi généralement ceux ayant les meilleurs scores en addition et en problèmes symboliques exacts, et connaissant le mieux la chaîne numérique verbale.

Les résultats de cette étude ont montré que le jeu numérique linéaire, sous sa forme visuelle ou sensori motrice, peut être utilisé auprès d'enfants de 5 ans, dans des ateliers de 2-3 enfants, dans le but d'améliorer leur connaissance de la chaîne numérique verbale. Pour de futures recherches, il serait intéressant d'utiliser une mesure des capacités d'association entre les codes symboliques du nombre et le code analogique des quantités pendant l'entraînement, pour pouvoir rendre compte de la progression des enfants au cours des séances. Ainsi, observer une progression au cours des séances permettrait d'attester que le jeu numérique linéaire entraîne bien cette capacité.

8.2 Etude 6 - Peut-on facilement améliorer l'association nombre symbolique et quantité approximative chez les enfants par « calibration » visuelle ?

Rappelons que l'association nombre symbolique et quantité, appelée le mapping, est fondamentale dans les apprentissages numériques. En particulier, la précision du mapping est reconnue comme étant un prédicteur important des performances numériques exactes (e.g., notre Etude 1 ; Siegler & Booth, 2004 ; Wong et al., 2016). Les résultats de l'étude précédente (Etude 5) ont révélé que, bien qu'il se soit montré efficace pour améliorer la connaissance de la chaîne numérique verbale, le jeu numérique linéaire n'a pas permis d'améliorer la précision de mapping des enfants. Cette absence d'amélioration a été interprétée en supposant que les enfants français d'un milieu social moyen avaient déjà une expérience trop importante des jeux de plateaux. Avec l'étude 6, nous proposons de tester une nouvelle manière d'améliorer la précision des capacités de mapping des enfants : la calibration.

Encadré 8.2: Résumé de l'étude 6

Associer aux nombres symboliques la quantité leur correspondant (i.e., le mapping) de manière précise est un prédicteur important de la réussite en mathématiques. Chez l'adulte, des études ont mis en évidence la possibilité de « calibrer » ce mapping en présentant des associations repères aux participants, comme par exemple le mot-nombre « trente » associé à la présentation de 30 points. Ce phénomène de calibration n'a jamais été testé chez l'enfant dans le but d'améliorer sa précision de mapping. Cette étude a examiné l'efficacité du processus de calibration, auprès d'adultes et d'enfants de 7 ans, dans deux tâches de mapping différentes : estimation par perception (i.e., associer un nombre symbolique à une quantité), et estimation par production (i.e., associer une quantité à un nombre symbolique). Chacune de ces tâches était réalisée avec ou sans présentation d'un repère (4 groupes en intersujet). Les résultats ont montré qu'en estimation par perception, les enfants de la condition avec calibration fournissaient des réponses plus proches de la réponse correcte que les enfants de la condition sans calibration. La même observation a été faite avec les adultes. En revanche, en estimation par production, les réponses des enfants n'étaient pas différentes dans les conditions avec et sans calibration. Chez les adultes, même si les réponses étaient différentes dans les conditions avec et sans calibration, elles n'étaient pas plus précises après calibration. Utiliser des associations repères pour améliorer la précision de mapping des enfants semble donc efficace dans l'immédiat, mais uniquement dans une direction : lorsqu'il s'agit d'associer un nombre symbolique à une quantité. De nouvelles études sont nécessaires pour déterminer si cette amélioration de la précision du mapping se maintient à long terme et si elle a des répercussions sur les compétences numériques exactes.

8.2.1 Introduction

La présente étude s'est intéressée aux capacités de mapping en utilisant des tâches d'estimation. Dans une tâche d'estimation, il s'agit d'associer une quantité approximative et un nombre symbolique (i.e., mot-nombre et/ou nombre écrit en chiffres arabes). Les deux directions différentes de mapping peuvent être examinées : donner un nombre symbolique correspondant à une quantité, appelée l'estimation par perception, et produire une quantité approximative à partir d'un nombre symbolique, appelée l'estimation par production (e.g., Crollen, Castronovo, & Seron, 2011). Chez l'adulte, des études ont montré qu'il était possible de « calibrer » ce mapping (e.g., Izard & Dehaene, 2008 ; Sullivan & Barner, 2013), autrement dit de le modifier. Cette calibration était réalisée soit en fournissant des retours aux participants sur leurs réponses données, soit en présentant des associations repères aux participants : par exemple, un ensemble de points présenté comme représentant la quantité 30 (Izard & Dehaene, 2008). Des études chez l'enfant suggèrent qu'il est aussi possible de modifier leurs capacités de mapping (Lipton & Spelke, 2005 ; Sullivan & Barner, 2014). Notamment, il a été montré que leurs réponses pouvaient être calibrées en leur fournissant des informations erronées sur le nombre correspondant à la plus grande quantité présentée dans la tâche (i.e., 25, 75 ou 750 ; Sullivan & Barner, 2014). Toutes ces études étaient réalisées avec des tâches d'estimation par perception et aucune n'avait pour objectif particulier d'améliorer la précision du mapping chez l'enfant. Utiliser le processus de calibration dans un but d'apprentissage chez l'enfant n'a donc pas été réellement exploité (voir Cañizares & Crespo, 2011 pour une proposition).

Le premier objectif de l'étude 6 consistait à déterminer si le processus de calibration pouvait être utilisé chez l'enfant afin d'améliorer ses capacités de mapping. Un second objectif était d'observer si la calibration était efficace avec des tâches d'estimation par production, c'est-à-dire dans l'autre direction de mapping que celle précédemment étudiée dans les études citées ci-dessus. Pour ce faire, deux groupes d'âges différents ont participé à des tâches d'estimation : un groupe d'adulte et un groupe d'enfants de 7 ans. L'âge de 7 ans a été choisi pour s'assurer de la connaissance par les enfants des nombres symboliques présentés (i.e., de 13 à 90), et parce qu'à cet âge, notre étude 1 a montré que la précision du mapping est un bon prédicteur des performances numériques exactes. Le groupe d'adultes a servi de référence. Chaque groupe d'âge a ensuite été réparti dans quatre conditions expérimentales : « Estimation par perception », « Estimation par perception avec calibration », « Estimation par production », et « Estimation par production avec calibration ». La calibration utilisée consistait à présenter des associations repères au participant en début et milieu de tâche. Si l'effet de cette calibration se révèle efficace, les enfants et les adultes devraient donner des réponses plus proches des réponses correctes dans les conditions Estimation par perception avec calibration et Estimation par production avec calibration que, respectivement, dans la condition Estimation par perception et Estimation par production.

8.2.2 Méthode

Participants

Cinquante-quatre enfants de CE1 (26 filles) entre 7 ans et 1 mois et 9 ans et 5 mois (moyenne d'âge = 7 ans et 9 mois), et 46 adultes (44 filles) entre 18 ans et 3 mois et 24 ans et 7 mois (moyenne d'âge = 20 ans et 9 mois) ont été inclus dans cette étude. Deux adultes supplémentaires ont participé mais n'ont pas été inclus dans l'échantillon final dû à une erreur dans le protocole de passation. Tous les enfants sont issus de deux écoles, une de Grenoble et une de Saint-Martin-d'Hères et proviennent de familles au milieu socio-économique moyen à élevé. Cette étude a été réalisée avec l'accord mutuel des enfants, des enseignants, des parents et des inspecteurs d'académie et de circonscription. Les adultes sont des étudiants de première, deuxième, troisième ou quatrième année de psychologie de l'Université de Grenoble Alpes. Ces derniers étaient rémunérés en point d'expérience (i.e., 0.5 points à ajouter à une note obtenue aux examens), pour leur participation à cette étude.

Tâches et matériel

Les épreuves utilisées étaient identiques pour les enfants et pour les adultes. Les participants, enfants et adultes, ont été répartis aléatoirement dans une des quatre conditions expérimentales : Estimation par perception, Estimation par production, Estimation par perception avec calibration et Estimation par production avec calibration. Dans la condition Estimation par perception, les participants voyaient des ensembles de points de couleur noire, présentés sur un fond gris, trop brièvement pour avoir le temps de les compter (i.e., 1000 ms). Ils devaient estimer chaque quantité présentée, sans chercher à compter les points (Figure 8.2.a). Les participants devaient prononcer leur réponse à voix haute, puis afficher à l'écran le nombre écrit en chiffres arabes correspondant. Dans la condition estimation par production, les participants voyaient des nombres écrits en chiffres arabes, écrits en noir sur un fond gris, présentés pendant 1000 ms également. Ils devaient lire le nombre présenté à voix haute, puis afficher à l'écran la quantité qu'ils estimaient lui correspondre (Figure 8.2.b). Dans les conditions Estimation par perception avec calibration et Estimation par production avec calibration, les participants devaient réaliser leurs estimations comme dans les conditions décrites ci-dessus, cependant quatre associations référentes leur étaient montrées en début et en milieu de tâche (i.e., avant chaque bloc de 12 estimations). Ces associations repères étaient constituées d'un nombre en chiffres arabes écrit au-dessus d'un ensemble de points correspondant à la quantité représentée par ce nombre (Figure 8.2.c). Avant de leur présenter ces repères, il était dit aux participants, qu'ils allaient voir des exemples de deux quantités de points, 30 et 73, avec le nombre écrit qui leur correspond. Il était précisé que ces repères leur étaient montrés pour qu'ils aient « une idée des quantités ». Avant l'affichage de chaque repère, l'expérimentatrice disait « voici un exemple avec X points », les participants étaient invités à observer attentivement chaque association repère qui restait affichée chacune 5 s à l'écran, résultant en un « temps total de calibration » de 20 s.

Dans les quatre conditions expérimentales, les participants devaient estimer 12 grandeurs cibles (i.e., 13 ; 20 ; 27 ; 34 ; 41 ; 48 ; 55 ; 62 ; 69 ; 76 ; 83 et 90), présentées, sous la forme d'un ensemble de points, dans les conditions d'estimation par perception, ou sous la forme d'un nombre écrit en chiffres arabes (police Arial, taille 60, centré), dans les conditions d'estimation par production. Chaque grandeur cible était présentée deux fois : une fois dans un premier bloc et une fois dans un second bloc, pour un total de 24 estimations. Les 12 grandeurs cibles étaient présentées dans un ordre aléatoire à l'intérieur de chaque bloc. Entre les deux blocs, une courte pause était réalisée. Dans les deux conditions avec calibration, deux exemplaires de l'association référente 30 et « 30 points » et deux exemplaires de l'association référente 73 et « 73 points » (Figure 8.1.c) ont été présentés séquentiellement avant chaque bloc. Le nombre 30 a été choisi car il correspond à la moyenne des 6 plus petites grandeurs cibles (i.e., 13 ; 20 ; 27 ; 34 ; 41 ; 48) et 73 car il correspond à la moyenne des 6 plus grandes grandeurs cibles (i.e., 55 ; 62 ; 69 ; 76 ; 83 ; 90).

Les ensembles de points affichés en tant que grandeurs cibles, dans les conditions d'estimation par perception, ou affichés en tant que réponses possibles, dans les conditions d'estimation par production, ont été construits de manière à éviter que les participants utilisent une stratégie de réponse basée essentiellement sur des indices perceptifs, tels que la taille des points ou la surface colorée recouverte par les points. Ainsi, deux sets contrôlant chacun pour une dimension donnée ont été créés. Dans le premier set, la surface totale cumulée de tous les ensembles de points était identique. Dans le second set, la taille moyenne des points constituant tous les ensembles de points était identique. Par conséquent, la taille des points corrélait négativement avec la quantité dans le premier set, tandis que la surface totale des points corrélait positivement avec la quantité dans le second set. Concernant les associations repères, un exemplaire de chaque association, (i.e. 30 et 73) provenait du set contrôlé selon la taille moyenne des points, tandis que l'autre exemplaire provenait du set contrôlé selon la surface totale cumulée des points.

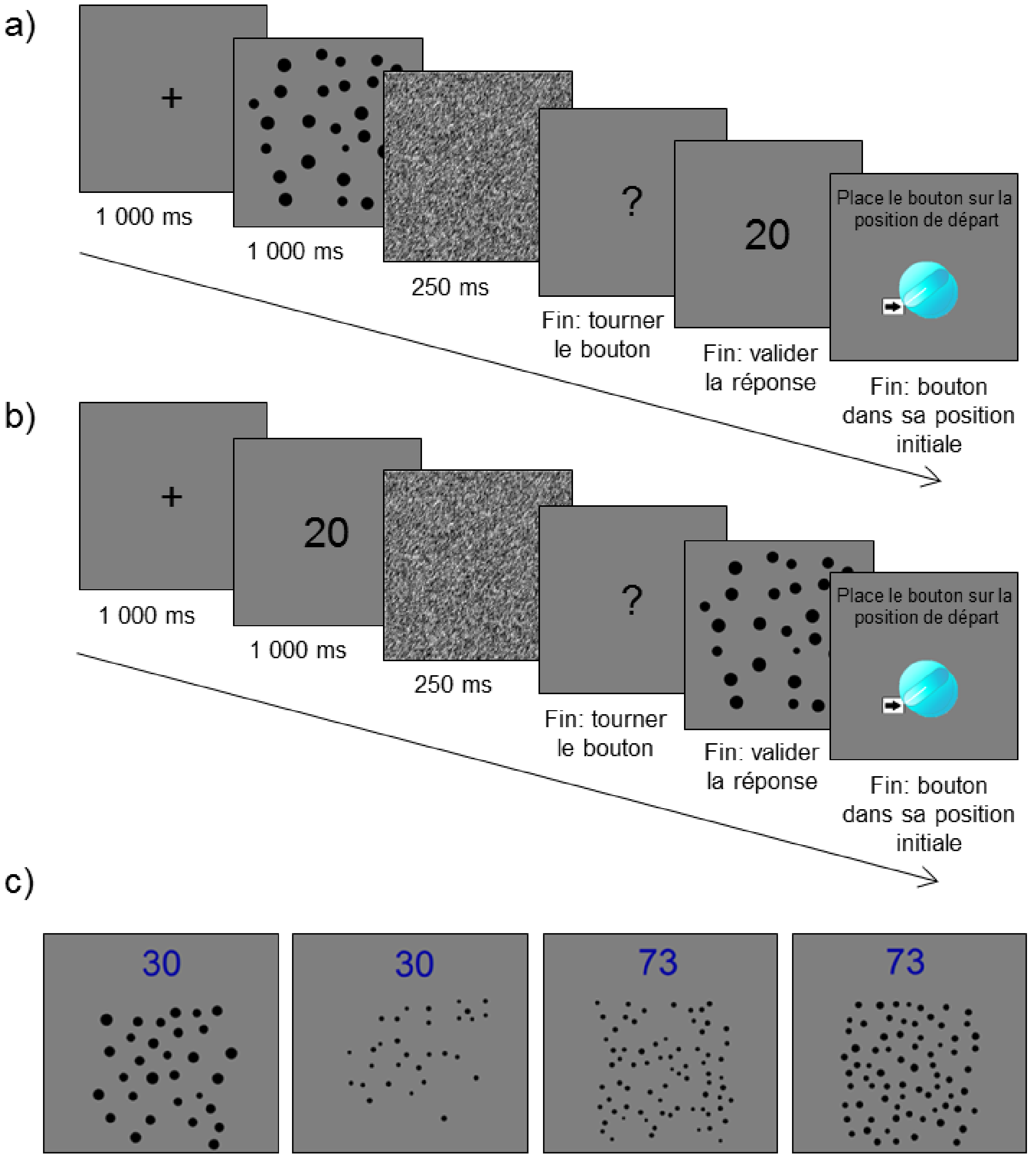


FIGURE 8.2: Déroulement d'un essai dans les tâches d'estimation (a) par perception, (b) par production. (c) Associations repères utilisées dans les conditions d'Estimation par perception avec calibration et d'Estimation par production avec calibration.

Procédure

Les quatre tâches ont été réalisées sur un ordinateur portable (écran de 15 pouces) via le logiciel E-Prime (Schneider, Eschmann, & Zuccolotto, 2002) et en utilisant un dispositif de réponse appelé « potentiomètre », prêté par Sandrine Mejias (voir Meijias et al., 2012). Dans toutes les conditions expérimentales, chaque essai débutait par l'apparition d'une croix de fixation noire sur un fond gris, présentée pendant 1000 ms, puis la grandeur à estimer était affichée pendant 1000 ms (i.e., ensemble de points ou nombre écrit en chiffres arabes), suivie d'un masque (250 ms), puis d'un écran gris avec au centre un point d'interrogation. A la vue du point d'interrogation, le participant était invité à tourner le bouton du potentiomètre pour afficher sa réponse à l'écran. Le potentiomètre était un boîtier de 10 cm par 5 cm, comportant un bouton de réponse circulaire pouvant tourner à 360° et un bouton poussoir (voir Figure 8.3.). Tourner le bouton circulaire dans le sens des aiguilles d'une montre faisait défiler à l'écran les grandeurs (i.e., ensembles de points ou nombres écrits en chiffres arabes en fonction de la tâche mise en jeu), comprises entre 6 et 200, dans un ordre croissant avec un incrément de un. Lorsqu'elles défilaient, les grandeurs étaient flashées à l'écran rapidement de telle sorte qu'il était impossible de compter les pas réalisés par le bouton circulaire. Lorsque les participants adultes étaient satisfaits de leur réponse affichée à l'écran, ils appuyaient sur le bouton poussoir pour la valider. Avec les enfants, cette validation était réalisée par l'expérimentatrice qui demandait, après chaque réponse de l'enfant donnée avec le bouton circulaire, si la grandeur affichée à l'écran lui convenait bien. Tourner le bouton dans le sens inverse des aiguilles d'une montre pouvait permettre de revenir en arrière, sur des grandeurs plus petites si le participant jugeait cela nécessaire. Après chaque essai, un écran rappelait que le bouton circulaire devait être remis dans sa position initiale pour pouvoir déclencher l'essai suivant. Les participants adultes réalisaient seuls cette étape, tandis qu'elle était réalisée par l'expérimentatrice avec les participants enfants, de manière à contrôler que l'enfant fixait bien l'écran au moment opportun. Avant de commencer, les participants répondaient à deux essais, guidés par l'expérimentateur (i.e., grandeurs 16 et 58), afin de se familiariser avec le potentiomètre, puis ils réalisaient seuls deux essais d'entraînement dans les conditions expérimentales (avec les grandeurs 16 et 58 à nouveau). Aucun retour n'était donné aux participants concernant la justesse de leurs réponses.

FIGURE 8.3: Le potentiomètre : dispositif de réponse utilisé dans les quatre conditions expérimentales. Le bouton circulaire noir est sur sa position de départ. En le tournant dans le sens des aiguilles d'une montre, le participant fait défiler rapidement les grandeurs de 6 à 200 à l'écran, dans un ordre croissant avec un pas de un. Pour valider sa réponse, il appuie sur le bouton poussoir gris.

8.2.3 Résultats

Analyses préliminaires

Dans chaque tâche, les réponses déviant de trois écart-types de la moyenne du groupe ont été exclues des analyses. Parmi les réponses données par les enfants, une réponse dans la tâche d'estimation par perception, quatre réponses dans la tâche d'estimation par production, deux réponses dans la tâche d'estimation par perception avec calibration et une réponse dans la tâche d'estimation par production avec calibration (0.6 % des réponses des enfants) n'ont pas été incluses dans les analyses. Lorsque la réponse d'un participant pour une cible donnée était exclue, la seconde réponse concernant la même cible n'était pas conservée pour le calcul de la réponse moyenne du participant pour cette cible. Aucune réponse déviante n'a été exclue parmi les réponses des adultes. Dans les conditions d'estimation par perception, toutes les réponses orales non comprises dans le rang 6-200, c'est-à-dire ne pouvant pas être affichées à l'écran à l'aide du bouton de réponse, n'ont pas été conservées de manière à maintenir l'équivalence entre toutes les conditions expérimentales (enfants : 0.5% des réponses, adultes : aucune réponse de la sorte). De plus, les données manquantes dues à une mauvaise manipulation du potentiomètre représentent 2.2% des réponses chez les enfants et 0.5% des réponses chez les adultes.

La signature du système approximatif du nombre

Pour déterminer si les performances des participants obéissaient à la loi de Weber, signature du système approximatif du nombre, des analyses ont été réalisées sur les réponses moyennes des participants par grandeur cible, leurs écart-types et sur les coefficients de variation (i.e., CV = écart-type/moyenne). Selon la loi de Weber, les réponses moyennes des participants et leurs écarts-types augmentent avec la grandeur de la cible, tandis que les CVs restent constants. Pour ces analyses, des modèles linéaires mixtes (MLM) ont été réalisés à l'aide du logiciel R, en utilisant le « package lme4 » (Bates & Sarkar, 2007). Les degrés de liberté des F renseignés sont des approximations de Satterthwaite. Dans la présente étude, les participants donnaient des réponses pour 12 grandeurs cibles. Les réponses d'un même participant sont donc liées entre-elles (e.g., un participant peut avoir une forte tendance à sous-estimer les grandeurs cibles). L'intérêt d'utiliser des MLM est que, contrairement aux modèles linéaires généraux, les conditions d'application ne requièrent pas que les observations soient indépendantes. En effet, les MLM permettent de prendre en compte non seulement les effets dus aux variables indépendantes de l'étude, effets dits fixes, mais aussi les effets dits aléatoires, liés aux participants. Pour chacune des conditions expérimentales et pour chaque groupe d'âge, trois MLM avec comme effets fixes la grandeur de la cible et comme effet aléatoire la pente des participants, ont été réalisés, chacun prédisant une mesure différente : les réponses moyennes des participants par grandeur cible, leurs écart-types ou les CV. Les résultats rapportés ci-dessous renseignent sur la significativité de la pente de la droite, modélisant la relation entre chaque mesure (i.e., réponses moyennes, écarte-types, CV) et la grandeur de la cible (i.e., 13 ; 20 ; 27 ; 34 ; 41 ; 48 ; 55 ; 62 ; 69 ; 76 ; 83 et 90).

Estimation par perception. Chez les adultes, les résultats montrent que les réponses moyennes augmentaient avec la grandeur de la cible, $F(11, 843) = 38.15$, $p < .001$, de même que l'écart-type de ces réponses, $F(25, 865) = 15.25$, $p < .001$, mais pas leur CV, $F(47, 833) = 2.29$, $p = .14$. Chez les enfants, les réponses moyennes augmentaient avec la grandeur de la cible, $F(15, 758) = 36.64$, $p < .001$, ainsi que l'écart-type de ces réponses, $F(33, 715) = 8.38$, $p = .007$, mais pas leur CV, $F(57, 271) = 0.08$, $p = .78$. Les trois caractéristiques de la loi de Weber testées ont été vérifiées pour cette tâche, pour les deux groupes d'âge.

Estimation par production. Chez les adultes, les résultats montrent que les réponses moyennes augmentaient avec la grandeur de la cible, $F(12, 572) = 46.56$, $p < .001$, de même que l'écart-type de ces réponses, $F(45, 984) = 11.92$, $p = .001$, et leur CV, $F(89, 787) = 5.42$, $p = .02$. Chez les enfants, les réponses moyennes augmentaient avec la grandeur de la cible, $F(13, 107) = 12.24$, $p = .004$, ainsi que leur CV, $F(86, 114) = 8.66$, $p = .004$, mais pas l'écart-type de ces réponses, $F(40, 015) = 3.76$, $p = .06$. Les trois caractéristiques de la loi de Weber testées n'ont pas été vérifiées pour cette tâche, chez les adultes, ni chez les enfants.

Estimation par perception avec calibration. Chez les adultes, les résultats montrent que les réponses moyennes augmentaient avec la grandeur de la cible, $F(13, 815) = 211.24$, $p < .001$, de même que l'écart-type de ces réponses, $F(13, 815) = 211.24$, $p < .001$, mais pas leur CV, $F(49, 277) = 0.008$, $p = .93$. Chez les enfants, les réponses moyennes augmentaient avec la grandeur de la cible, $F(18, 557) = 56.16$, $p < .001$, ainsi que l'écart-type de ces réponses, $F(25, 143) = 6.52$, $p = .02$, mais pas leur CV, $F(63, 756) = 0.21$, $p = .65$. Les trois caractéristiques de la loi de Weber testées ont été vérifiées pour cette tâche, pour les deux groupes d'âge.

Estimation par production avec calibration. Chez les adultes, les résultats montrent que les réponses moyennes augmentaient avec la grandeur de la cible, $F(11, 761) = 110.47$, $p < .001$, de même que l'écart-type de ces réponses, $F(17, 73) = 15.26$, $p = .001$, mais pas leur CV, $F(17, 332) = 2.34$, $p = .14$. Chez les enfants, les réponses moyennes augmentaient avec la grandeur de la cible, $F(15, 625) = 32.48$, $p < .001$, ainsi que leur CV, $F(70, 17) = 3.99$, $p = .0496$, mais pas l'écart-type de ces réponses, $F(24, 969) = 1.89$, $p = .18$. Les trois caractéristiques de la loi de Weber testées ont été vérifiées pour cette tâche, chez les adultes, mais pas chez les enfants.

Ces analyses ont montré que dans toutes les conditions, et pour chaque groupe d'âge, les réponses données par les participants augmentaient proportionnellement avec la grandeur de la cible. En revanche, le CV n'était pas stable dans la tâche d'estimation par production ni chez les adultes, ni chez les enfants, ainsi que dans la tâche d'estimation par production avec calibration chez les enfants. Ce résultat, déjà observé pour la tâche de production dans l'étude de Ebersbach et Erz (2014), suggère que la perception et la production de quantités approximative ne fonctionnent pas parfaitement comme « deux traitements en miroir ».

En moyenne, les participants sous-estiment ou surestiment-ils dans les différentes conditions ?

Afin de déterminer la tendance des participants à sous-estimer ou surestimer dans une condition expérimentale donnée, deux nouvelles variables dépendantes ont été calculées à partir des réponses moyennes des participants pour chaque cible. Les taux d'erreur ou « Error Rate », ER = (estimation réalisée – grandeur cible) / grandeur cible), permettent d'indiquer la tendance générale à sous-estimer ou surestimer dans une tâche donnée. Les taux d'erreur absolus ou « Absolute Error Rates », AER = |(estimation réalisée – grandeur cible) / grandeur cible)|, permettent d'avoir une mesure générale de la précision d'estimation dans une tâche, indépendamment de la tendance à surestimer ou sous-estimer. Les ERs et AERs moyennes pour toutes les grandeurs cibles, ont été calculées pour chaque participant. Ensuite, pour chaque condition expérimentale, les moyennes des ERs et AERs moyennes par participants ont été calculées (Tableau 8.3).

Des comparaisons à un standard (i.e., 0) révèlent que la moyenne des ERs moyennes pour toutes les conditions diffère significativement de 0 (tous les ps $<$ .05) et ce pour les deux âges, excepté pour la condition d'estimation par perception avec calibration chez les adultes et pour la condition d'estimation par production chez les enfants. Ce dernier résultat s'explique par le fait que dans ces deux conditions, les réponses moyennes estimées sont parfois inférieures et parfois supérieures à la réponse correcte en fonction de la grandeur cible mise en jeu. Moyenner à travers toutes les grandeurs cibles a donc occulté les différences de précision par l'annulation réciproque des valeurs des moyennes estimées positives et négatives. Comparer les moyennes des AERs moyennes à 0 confirme cette explication et révèle que pour toutes les conditions d'estimation et pour les deux âges, les moyennes des AERs moyennes diffèrent toutes significativement de 0 (tous les $p < .006$). Pour chaque groupe d'âge, on observe donc une tendance générale à sous-estimer dans la tâche de perception (CE1 : M_{ER} = - 0.26 ; adulte : M_{ER} = - 0.26) et une tendance générale à surestimer dans la tâche de production (CE1 : $M_{ER} = 0.17$; adulte : M_{ER} = 0.36). De plus, ces résultats indiquent que pour chaque groupe d'âge, la calibration n'élimine pas toutes les erreurs d'estimation faites dans la condition d'Estimation par perception (CE1 :

$M_{AER} = 0.31$; adulte : $M_{AER} = 0.18$) ou dans la condition d'Estimation par production (CE1 : $M_{AER} = 0.66$; adulte : $M_{AER} = 0.22$).

Table 8.3: Effectifs (n), moyennes (et écart-types) des taux d'erreurs (ER) et des taux d'erreur absolus (AER) par condition et par groupe d'âge.

Groupe d'âge	Estimation par perception		Estimation par production	
Mesure	Sans calibration	Avec calibration	Sans calibration	Avec calibration
CE1	n = 14	n = 14	n = 13	n = 13
ER	-0.26 (0.28)	-0.16 (0.25)	0.17 (0.66)	0.58 (0.58)
AER	0.38 (0.13)	0.31 (0.15)	0.48 (0.51)	0.66 (0.50)
Adulte	n = 12	n = 11	n = 13	n = 10
ER	-0.26 (0.28)	-0.06 (0.17)	0.36 (0.53)	-0.16 (0.14)
AER	0.36 (0.14)	0.18 (0.09)	0.49 (0.40)	0.22 (0.09)

La présentation d'associations repères influence-t-elle les réponses des participants ?

Pour chaque type d'estimation (i.e., estimation par perception ou estimation par production), nous avons cherché à déterminer si la présentation d'associations repères avait influencé les réponses des participants. Pour ce faire, deux ANOVA à mesures répétées, 2 (condition : sans calibration, avec calibration) x 12 (cible : 13 ; 20 ; 27 ; 34 ; 41 ; 48 ; 55 ; 62 ; 69 ; 76 ; 83 et 90), ont été réalisées, une par groupe d'âge, avec comme variable dépendante les réponses moyennes estimées (Figure 8.4).

Estimation par perception. Chez les adultes, l'effet de la grandeur de la cible est significatif, $F(11, 198) = 99.70$, $p < .001$, $\eta^2 = .85$, les réponses moyennes augmentaient avec la taille de la cible. L'effet de la condition n'est pas significatif, $F(1, 18) = 3.15$, $p = .09$, $\eta^2 = .15$. L'interaction grandeur de la cible x condition est significative, $F(11, 198) = 3.58$, $p < .001$, $\eta^2 = .17$. Les réponses des adultes augmentaient plus lentement dans la condition Estimation par perception que dans la condition Estimation par perception avec calibration. Afin d'expliquer cet effet d'interaction, les réponses moyennes pour les 6 plus petites cibles ont été calculées (Mp), ainsi que celles pour les 6 plus grandes cibles (Mg) pour les deux conditions. Le contraste a posteriori, comparant les réponses données par les adultes dans les deux conditions en fonction de la taille de la cible (i.e., Mp ou Mg) est significatif, $F(1, 18) = 6.88$, $p = .02$. La différence entre les conditions Estimation par perception et Estimation par perception avec calibration est plus marquée entre les Mg ($Mg = 52$ vs $Mg = 69$, respectivement) qu'entre les Mp ($Mp = 23$ vs $Mp = 28$, respectivement).

Chez les enfants, l'effet de la grandeur de la cible est significatif, $F(11, 132) = 41.04$, $p < .001$, $\eta^2 = .77$, les réponses moyennes augmentaient avec la taille de la cible. L'effet de la condition est significatif, $F(1, 12) = 7.23$, $p = .02$, $\eta^2 = .38$. L'interaction grandeur de la cible x condition est significative, $F(11, 132) = 3.64$, $p < .001$, $\eta^2 = .23$. Les réponses des enfants augmentaient plus lentement dans la condition Estimation par perception que dans la condition Estimation par perception avec calibration. Afin d'expliquer cet effet d'interaction, les réponses moyennes pour les 6 plus petites cibles ont été calculées *(Mp)*, ainsi que celles pour les 6 plus grandes cibles *(Mg)* pour les deux conditions. Le contraste a posteriori, comparant les réponses données par les enfants dans les deux conditions en fonction de la taille de la cible (i.e., *Mp* ou (*Mg*), est significatif, $F(1, 12) = 7.50$, $p = .02$. La différence entre les conditions Estimation par perception et Estimation par perception avec calibration est plus marquée entre les *Mg* (*Mg* = 51 vs *Mg* = 60, respectivement) qu'entre les *Mp* (*Mp* = 23 vs *Mp* = 25, respectivement).

Estimation par production. Chez les adultes, l'effet de la grandeur de la cible est significatif, $F(11, 220) = 63.38$, $p < .001$, $\eta^2 = .76$, les réponses moyennes augmentaient avec la taille de la cible. L'effet de la condition est significatif, $F(1, 20) = 7.50$, $p = .01$, $\eta^2 = .27$. L'interaction grandeur de la cible x condition est significative, $F(11, 220) = 3.79$, $p < .001$, $\eta^2 = .16$, les réponses des adultes augmentaient plus rapidement dans la condition production que dans la condition production avec calibration. Afin d'expliquer cet effet d'interaction, les réponses moyennes pour les 6 plus petites cibles ont été calculées (*Mp*), ainsi que celles pour les 6 plus grandes cibles (*Mg*) pour les deux conditions. Le contraste a posteriori, comparant les réponses données par les adultes dans les deux conditions en fonction de la taille de la cible (i.e., (*Mp* ou (*Mg*), est significatif, $F(1, 20) = 4.75$, $p = .04$. La différence entre les conditions Estimation par production et Estimation par production avec calibration est plus marquée entre les *Mg* (*Mg* = 98 vs *Mg* = 60) qu'entre les *Mp* (*Mp* = 42 vs *Mp* = 25).

Chez les enfants, l'effet de la grandeur de la cible est significatif, $F(11, 198) = 23.46$, $p < .001$, $\eta^2 = .57$, les réponses moyennes augmentent avec la taille de la cible. L'effet de la condition n'est pas significatif, $F(1, 18) = 3.73$, $p = .07$, $\eta^2 = .17$. L'interaction grandeur de la cible x condition n'est pas significative, $F(11, 198) = 0.73$, $p = .71$, $\eta^2 = .04$.

Au vu de ces résultats, la présentation d'associations repères a influencé les réponses des adultes pour les deux types d'estimation : par perception et par production. L'influence était plus marquée pour les grands nombres (i.e., moyenne des six plus grandes grandeurs cibles) que pour les petits nombres (i.e., moyenne des six plus petites grandeurs cibles). Chez les enfants, des résultats similaires ont été observés pour l'estimation par perception. Cependant, pour l'estimation par production, la présentation d'associations repères n'a pas influencé significativement leurs réponses.

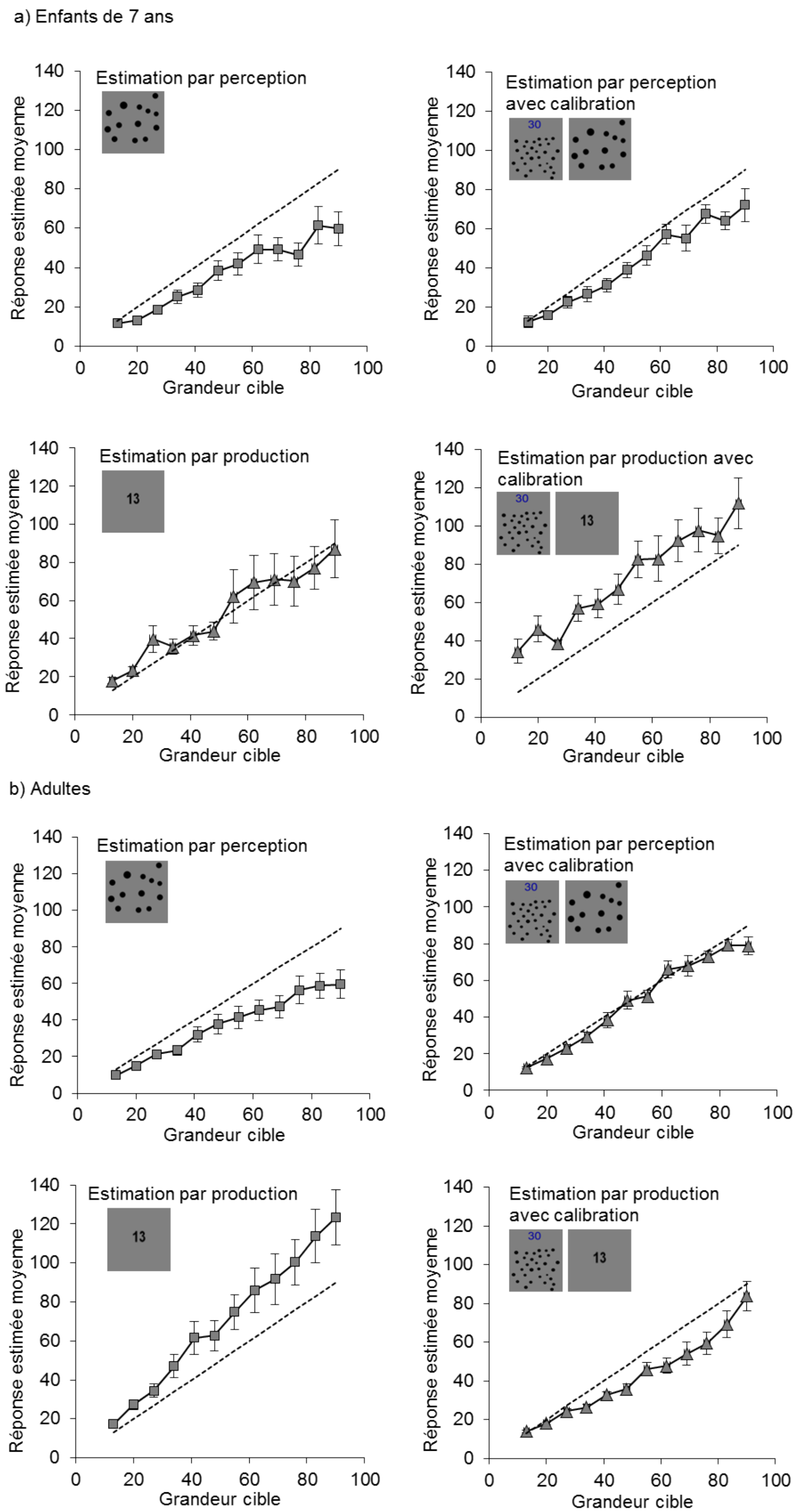


FIGURE 8.4: Réponses moyennes estimées par les participants en fonction de la grandeur cible présentée, dans les quatre conditions expérimentales : (a) à l'âge de 7 ans et (b) à l'âge adulte.

La présentation d'associations repères permet-elle aux participants de répondre plus précisément ?

Pour chaque type d'estimation (i.e., estimation par perception ou estimation par production), afin de tester l'effet de la calibration sur la précision des participants, deux ANOVA à mesures répétées, 2 (condition : sans calibration, avec calibration) x 12 (cible : 13 ; 20 ; 27 ; 34 ; 41 ; 48 ; 55 ; 62 ; 69 ; 76 ; 83 et 90), une par groupe d'âge, ont été réalisées, avec comme variable dépendante les AERs.

Estimation par perception. Chez les adultes, l'effet de la grandeur de la cible est significatif, $F(11,\ 198) = 2.20$, $p = .02$, $\eta^2 = .11$, les AER augmentent avec la taille de la cible. L'effet de la condition est significatif, $F(1,\ 18) = 10.29$, $p = .005$, $\eta^2 = .36$. Les adultes font moins d'erreurs d'estimation dans la condition avec calibration ($M = 0.18$) que dans la condition sans calibration ($M = 0.36$). L'interaction grandeur de la cible x condition n'est pas significative, $F(11,\ 198) = 0.63$, $p = .80$, $\eta^2 = .03$.

Chez les enfants, l'effet de la grandeur de la cible n'est pas significatif, $F(11,\ 132) = 0.72$, $p = .72$, $\eta^2 = .06$, les AER n'augmentent pas avec la taille de la cible. L'effet de la condition est significatif, $F(1,\ 12) = 9.01$, $p = .01$, $\eta^2 = .43$. Les enfants font moins d'erreurs d'estimation dans la condition avec calibration ($M = 0.31$) que dans la condition sans calibration ($M = 0.38$). L'interaction grandeur de la cible x condition n'est pas significative, $F(11,\ 132) = 1.63$, $p = .10$, $\eta^2 = .12$.

Estimation par production. Chez les adultes, l'effet de la grandeur de la cible est significatif, $F(11,\ 220) = 2.10$, $p = .02$, $\eta^2 = .09$, les AER augmentent avec la taille de la cible. L'effet de la condition n'est pas significatif mais tendanciel, $F(1,\ 20) = 4.03$, $p = .06$, $\eta^2 = .17$. Bien que l'effet de la calibration soit important, les adultes ne sont pas plus précis avec calibration que sans car ils surestiment sans calibration et sous-estiment avec calibration. L'interaction grandeur de la cible x condition n'est pas significative, $F(11,\ 220) = 0.56$, $p = .86$, $\eta^2 = .02$.

Chez les enfants, comme la présentation d'associations repères n'a pas influencé significativement leurs réponses dans cette condition, l'analyse de l'effet de la calibration sur la précision des réponses n'a pas été réalisée.

8.2.4 Discussion

Cette étude poursuivait deux objectifs : déterminer si le processus de calibration pouvait être utilisé chez l'enfant afin d'améliorer ses capacités de mapping et observer si la calibration était efficace dans des tâches d'estimation par production. Un groupe d'adultes et un groupe d'enfants de 7 ans ont été chacun répartis dans quatre conditions expérimentales : Estimation par perception, Estimation par perception avec calibration, estimation par production, Estimation par production avec calibration. Les résultats ont montré que dans les tâches d'estimation par perception, les réponses des enfants dans la condition avec calibration étaient plus proches des réponses correctes que celles des enfants dans la condition sans calibration. Le même résultat a été observé avec les adultes. Dans les tâches d'estimation par production, les réponses des enfants ne différaient pas en fonction de la présence ou non d'une calibration. En revanche, chez les adultes, la calibration a bien eu un effet sur les réponses données puisqu'elles étaient différentes dans les conditions avec et sans calibration. Cependant, les réponses dans la condition production avec calibration n'étaient pas plus proches des réponses correctes que celles données dans la condition production.

Montrer des associations repères avant une tâche d'estimation par perception à des adultes, comme à des enfants leur a permis d'associer plus précisément un nombre symbolique à une quantité perçue brièvement. Au vu des résultats, il peut être suggéré que les adultes et les enfants avaient des performances similaires en estimation par perception. Des analyses complémentaires ont confirmé cette suggestion en montrant que les taux d'erreurs absolus des adultes ne différaient pas significativement de ceux des enfants dans la tâche de perception. Il peut donc être supposé que les nombreuses « situations de calibration» que les adultes ont pu expérimenter dans leur quotidien ou dans leur cursus scolaire n'auraient pas permis de conduire à une précision de mapping plus fine. Cette interprétation suggère que la calibration ne serait efficace que dans l'immédiat, ou bien dans un contexte précis et non généralisable. Une autre interprétation est aussi envisageable. La tâche de perception utilisée dans cette étude n'était peut-être pas assez fine pour discriminer les performances des adultes et des enfants. De plus, une influence de l'implication dans la tâche peut également être évoquée puisque, de manière générale, les enfants sont très motivés pour participer aux études, notamment parce que c'est une expérience nouvelle pour eux, tandis que cette motivation est moindre chez les étudiants de psychologie qui ont l'habitude de participer régulièrement à différentes expériences. Il se peut donc que cette différence de motivation puisse expliquer pourquoi les adultes et les enfants semblent avoir des performances similaires dans toutes les tâches, sauf celle de production avec calibration.

Dans les tâches d'estimation par production avec calibration, le groupe d'adultes et le groupe d'enfants ne semblent pas avoir utilisé les associations repères de la même manière. Chez les enfants, la calibration a conduit à des surestimations de la réponse correcte plus importantes qu'en son absence. Chez les adultes, la calibration a produit des sous-estimations de la réponse correcte, alors qu'en son absence des surestimations sont observées. Comment expliquer cette différence ? Tout se passe comme si l'adulte était capable à la fois de calibrer ses réponses en les «

décalant vers des réponses plus grandes » dans la condition de perception avec calibration, mais aussi de calibrer ses réponses en les « décalant vers des réponses plus petites » dans la condition de production avec calibration, tandis que l'enfant ne pourrait calibrer ses réponses qu'en les « décalant vers des réponses plus grandes ». Selon cette vision, l'enfant aurait l'impression de sous-estimer tout le temps et réadapterait donc ses réponses en les « décalant vers des réponses plus grandes ». Cette interprétation suppose que l'enfant ait une mauvaise connaissance de ses capacités d'estimation (i.e., mapping). Il peut donc être suggéré qu'une prise de conscience de ses capacités d'estimation lui permettrait de plus bénéficier des effets de la calibration. Ce point nécessite une investigation plus approfondie par de futures études. Il est important de remarquer également qu'une limite de cette étude est qu'il n'est pas possible de généraliser les observations faites auprès de notre échantillon d'adulte à l'ensemble de la population adulte car tous étaient des étudiants de psychologie et seulement deux étaient des garçons.

Une poursuite possible de cette étude serait de déterminer le type de calibration le plus efficace. Dans cette étude, nous avions choisi de présenter des associations repères, mais d'autres possibilités peuvent être envisagées. Par exemple, dans la continuité de l'interprétation ci-dessus, si l'on suppose que l'enfant a de mauvaises connaissances de ses capacités de mapping, alors fournir un retour après chaque réponse pourrait certainement lui permettre d'améliorer la précision de ses réponses. Ainsi, la calibration se ferait progressivement au fur et à mesure des essais. De plus, l'effet de la répétition de ces exercices de calibration pourra également être investiguée, de même que la durée de l'effet de calibration dans le temps. Si l'effet de calibration se montre durable et stable, il sera ensuite possible d'examiner si une amélioration de la précision du mapping conduit à une amélioration des compétences numériques exactes.

Utiliser des associations repères pour améliorer la précision de mapping des enfants à 7 ans semble donc efficace dans l'immédiat, mais uniquement dans une direction : lorsqu'il s'agit d'associer un nombre symbolique à une quantité. De nouvelles études sont nécessaires pour déterminer si cette amélioration de la précision du mapping se maintient à court et moyen terme et si elle a des répercussions sur les compétences numériques exactes.

8.2.5 Analyses complémentaires

Pour chaque tâche d'estimation, afin de tester l'effet du groupe d'âge sur la précision des participants, deux ANOVA à mesures répétées, 4 (groupe d'âge : enfant, adulte) x 12 (cible : 13 ; 20 ; 27 ; 34 ; 41 ; 48 ; 55 ; 62 ; 69 ; 76 ; 83 et 90), une par tâche, ont été réalisées, avec comme variable dépendante les AER. Un effet significatif du groupe d'âge n'est observé que dans la tâche de production avec calibration, $F(1, 19) = 7.46$, $p = .01$, $\eta^2 = .28$. Les adultes sont plus précis dans cette tâche que les enfants.

8.3 Conclusion du chapitre

Ce chapitre avait pour objectif général d'examiner l'efficacité de deux interventions différentes destinées à améliorer les capacités de mapping. Les résultats de l'étude 5 n'ont pas montré que l'utilisation du jeu numérique linéaire (Ramani & Siegler, 2008) permettait d'améliorer la précision du mapping chez des enfants de 5 ans, issus d'un milieu social moyen à élevé. En revanche, ce jeu a tout de même permis d'améliorer la connaissance de la chaîne numérique verbale de l'enfant, et ce, aussi bien s'il agit lui-même dans le jeu pour déplacer son pion le long de la ligne numérique, que s'il guide l'adulte verbalement pour que ce dernier déplace le pion. Les résultats de l'étude 6 ont révélé qu'utiliser des associations repères, comme par exemple le nombre symbolique « 30 » associé à la présentation de « 30 points », avant de réaliser des exercices d'estimation (i.e.,mapping), permettait à des enfants de 7 ans d'être plus précis dans leur mapping, mais seulement dans une direction. Ce processus d'affinement résulterait d'une calibration des réponses grâce aux repères présentés. La précision de mapping dans la direction, de la quantité vers le symbole numérique, semble donc améliorable par calibration chez l'enfant, tandis que la précision de mapping dans l'autre direction, du symbole vers la quantité approximative ne semble pas pouvoir être calibrée efficacement chez l'enfant. De nouvelles études sont envisageables pour explorer plus en détails la possibilité d'utiliser le processus de calibration dans les apprentissages numériques. Tout d'abord, un premier point consistera à examiner si l'amélioration de la précision de mapping observée se maintient à plus long terme, puis dans le cas d'un résultat favorable, un second point pourra alors être envisagé : améliorer la précision de mapping par calibration pour favoriser les apprentissages numériques exacts.

Chapitre 9

Conclusions et perspectives

A travers six études expérimentales, ces travaux de thèse ont poursuivi trois objectifs différents. Le premier objectif consistait à examiner l'influence de trois prédicteurs des performances numériques exactes : la mémoire de travail, la précision du système approximatif du nombre (SAN) et les capacités de mapping. En particulier, il s'agissait de déterminer de potentiels changements développementaux concernant l'importance de chacun de ces prédicteurs des compétences numériques exactes chez l'enfant, avant et après l'entrée dans les apprentissages numériques formels (i.e. entrée à l'école élémentaire). Le second objectif était d'explorer les caractéristiques du SAN. Cette exploration a été guidée par des questions plus spécifiques concernant : la possibilité pour ce système de traiter des informations tactiles, la malléabilité de ses capacités et son rôle potentiel dans les apprentissages numériques chez les jeunes enfants. Le troisième objectif, plus appliqué, consistait à proposer puis à tester des interventions destinées à favoriser les apprentissages numériques chez les jeunes enfants. Une première intervention a consisté à entraîner les capacités du système approximatif du nombre avec la vision ou avec le toucher et à observer l'effet de cet entraînement sur les performances en arithmétique exacte chez de jeunes enfants. Les deux interventions suivantes ont cherché à améliorer la précision de l'association entre les nombres symboliques et le système approximatif du nombre chez l'enfant.

Dans ce dernier chapitre, les principaux résultats de ces travaux seront présentés, en reprenant une à une les questions spécifiques exposées dans le « Chapitre 4. Introduction aux contributions expérimentales ». Par la suite les apports et les limites de ces résultats seront discutés. Enfin, des perspectives de recherche possibles seront proposées.

9.1 Principaux résultats

9.1.1 Rappel de l'objectif 1 : examiner l'influence de différents prédicteurs des compétences numériques exactes chez l'enfant avant et après l'entrée dans les apprentissages numériques formels

Précision du SAN, capacité de mapping et mémoire de travail : l'importance de ces prédicteurs des compétences numériques change-t-elle entre 5 et 7 ans ?

Cette question a été abordée dans l'étude 1 en prenant comme mesure des compétences numériques exactes, les performances en arithmétique. La différence entre les groupes d'âge étudiés avait été choisie pour coïncider avec une période importante dans le développement des compétences numériques de l'enfant : l'entrée dans les apprentissages formels. L'idée générale justifiant ce choix était que ce passage important conduisait à de nombreuses modifications du fonctionnement cognitif chez l'enfant affectant probablement l'influence des différents prédicteurs étudiés sur les compétences numériques exactes. Les résultats ont montré qu'entre 5 ans et 7 ans, le poids des trois prédicteurs de la réussite en arithmétique étudiés changeait singulièrement. A 5 ans, la précision du SAN et la précision de mapping étaient les prédicteurs dominants, tandis qu'à 7 ans, il s'agissait de la précision de mapping et des capacités de mémoire de travail. De plus, la précision du mapping est apparue comme médiateur partiel de la relation entre la précision du SAN et les performances en arithmétique à l'âge de 5 ans, mais pas à l'âge de 7 ans. Ces résultats indiquent que l'influence de la précision du SAN sur la réussite en arithmétique diminue après l'entrée dans les apprentissages formels tandis que l'influence exercée par la MDT augmente.

9.1.2 Rappel de l'objectif 2 : explorer les caractéristiques du système approximatif du nombre

Chez l'enfant, le SAN peut-il traiter des informations tactiles ?

Aucune tâche existante ne permettait d'explorer les capacités numériques non symboliques par le toucher. En utilisant une tâche de comparaison approximative de nombres non symboliques haptique nouvellement conçue, les études 2, 3 et 4 ont permis de montrer que les enfants et adultes peuvent traiter des stimuli tactiles et accéder à la numérosité approximative qu'ils représentent. En plus de pouvoir extraire des numérosités à partir de stimuli visuels et auditifs, le SAN peut donc aussi traiter des informations issues d'une troisième entrée sensorielle, le toucher. Tout comme il est observé avec une mesure visuelle, la précision du SAN mesurée avec le toucher s'améliore avec l'âge, en particulier entre 5 et 10 ans, période des apprentissages élémentaires. Cependant, nos résultats ont montré qu'accéder à la numérosité d'un ensemble à partir de stimuli tactiles était moins efficace qu'à partir de stimuli visuels, et ce à tous les âges étudiés (i.e., 5 ans, 7 ans, 10 ans, 14 ans, âge adulte). Enfin, à tous les âges, les mesures de la précision du SAN réalisées avec la tâche tactile ne corrélaient pas significativement avec les mesures réalisées avec la tâche visuelle.

La relation entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes est-elle seulement observée avec la modalité visuelle ou peut-on la constater également avec la modalité tactile ?

Cette question a été abordée dans trois études différentes (i.e., études 1/2bis, 3 et 4). Les résultats suggèrent qu'à l'âge de 5 ans, la relation entre la précision du SAN, mesurée visuellement ou tactilement, et certains scores en arithmétique est souvent significative. La significativité de cette relation dépend de la modalité sensorielle utilisée pour mesurer la précision du SAN et de la mesure utilisée pour rendre compte des performances en arithmétique. Avec une mesure visuelle de la précision du SAN, les relations observées sont modérées, rs compris entre .27 (i.e., avec un score en soustractions exactes, étude 2bis) et .35 (i.e., avec un score en problèmes arithmétiques verbaux, étude 3). Avec une mesure tactile de la précision du SAN on observe également des relations modérées, rs compris entre .25 (i.e., avec un score en problèmes arithmétiques verbaux, étude 4) et .38 (i.e., avec un score en additions exactes, étude 3). En revanche, aucune relation significative entre la précision du SAN mesurée avec le toucher et les performances en arithmétique n'a été observée auprès des autres groupes d'âge (i.e., 7, 10, 14 ans et âge adulte). Avec une mesure visuelle de la précision du SAN, la relation observée avec les scores en additions à l'âge adulte était au seuil de significativité (r = .27, p =.050), mais cette relation n'était plus significative lorsque les capacités de raisonnement étaient contrôlées (r = .18, p =.18).

La précision du SAN est-elle malléable chez l'enfant ? Davantage dans une modalité sensorielle que dans une autre ?

Il s'agissait ici de déterminer si des entraînements mettant en jeu la précision du SAN pouvaient permettre de l'améliorer. De plus, en proposant des entraînements mettant en jeu deux modalités sensorielles différentes, la vision ou le toucher, nous avons voulu déterminer si la malléabilité de la précision du SAN pouvait dépendre de la modalité sensorielle utilisée pour la mesurer. De même, dans le cas de l'observation d'une amélioration de la précision du SAN mesurée avec une modalité sensorielle donnée, nous voulions observer si cette amélioration était également observée lorsqu'elle était mesurée avec l'autre modalité sensorielle (transfert inter-modal). Les résultats de l'étude 4 ont montré que des enfants de 5 ans ayant reçu un entraînement haptique aux additions approximatives non symboliques, ont progressé entre la séance 1 et la séance 4. De plus, cette progression semblait également avoir permis une progression entre le pré-test et le post-test dans une tâche tactile de comparaison approximative non symbolique, mais uniquement chez les enfants avec de faibles performances au pré-test dans cette tâche de comparaison. En revanche, les entraînements visuels proposés n'ont conduit à aucune progression : ni au cours des séances en addition approximative non symbolique, ni entre le pré-test et le post-test en comparaison approximative non symbolique. L'amélioration observée pendant les entraînements tactiles en addition approximative non symbolique n'a pas non plus conduit à une amélioration entre le pré-test et le post-test en comparaison visuelle approximative non symbolique.

9.1.3 Rappel de l'objectif 3 : tester des interventions destinées à favoriser les apprentissages numériques exacts et impliquant le système approximatif du nombre

Peut-on améliorer les compétences numériques exactes en entraînant la précision du SAN ?

Dans l'étude 3, l'effet de deux entraînements expérimentaux, mettant en jeu la précision du SAN, sur la progression observée entre le pré-test et le post-test en arithmétique a été testé en comparaison avec l'effet d'un entraînement contrôle de discrimination phonologique. Les deux entraînements de la précision du SAN se composaient de quatre séances pendant lesquelles des enfants de 5 ans réalisaient des additions approximatives non symboliques, l'un était visuel, l'autre tactile. Les résultats ont montré que l'effet des deux entraînements de la précision du SAN sur les performances en arithmétique n'était pas différent de celui de l'entraînement contrôle. Autrement dit, les performances en additions et problèmes symboliques exacts des enfants des groupes ayant reçu un entraînement de la précision du SAN étaient meilleures en post-test qu'en pré-test, mais leur progression n'était pas significativement différente de celle observée auprès des enfants de l'entraînement contrôle.

Peut-on améliorer les compétences numériques exactes en entraînant la précision de l'association entre les nombres symboliques et le SAN ?

La précision de l'association entre les nombres symboliques et le SAN, appelée précision de mapping est un prédicteur des compétences numériques exactes important. C'est pourquoi, dans l'étude 5, nous avons proposé un entraînement destiné à améliorer la précision de mapping chez des enfants de 5 ans. Cet entraînement est basé sur l'utilisation d'un jeu, appelé le jeu numérique linéaire, et son efficacité pour améliorer les capacités de mapping auprès d'enfants de cet âge a déjà été montrée (Laski & Siegler, 2014). L'étude 5 avait pour but de déterminer si cet entraînement était plus efficace lorsque l'enfant agissait lui-même dans ce jeu pour déplacer son pion (i.e., action motrice) que lorsqu'il guidait l'adulte verbalement pour réaliser ce déplacement. Trois entraînements ont été comparés : deux entraînements basés sur le jeu numérique linéaire, un mettant en jeu l'action motrice de l'enfant, l'autre non, et un entraînement contrôle de discrimination de formes géométriques. Les résultats ont montré que les deux entraînements basés sur le jeu numérique linéaire n'ont pas permis d'améliorer la précision de mapping, ni les performances en arithmétique des enfants significativement plus que l'entraînement contrôle. Cependant, les deux entraînements expérimentaux ont été bénéfiques pour améliorer la connaissance de la chaîne numérique verbale des enfants. Aucune différence n'a été observée concernant l'efficacité des deux entraînements expérimentaux, le rôle de l'action motrice de l'enfant dans le jeu numérique linéaire n'a donc pas été montré.

Peut-on améliorer la précision de l'association entre les nombres symboliques et le SAN chez les enfants par « calibration visuelle » ?

Des résultats issus de plusieurs études suggèrent qu'il est possible de modifier l'association entre les nombres symboliques et le SAN (i.e., le mapping) chez l'adulte (Izard & Dehaene, 2008 ; Sullivan & Barner, 2013) et chez l'enfant (Sullivan & Barner, 2014) par calibration visuelle. Cependant, ces études n'avaient pas pour objectif d'améliorer la précision du mapping, seulement de la modifier. Les résultats de l'étude 6 ont montré qu'il était possible d'améliorer la précision de mapping chez des enfants de 7 ans et chez des adultes en leur présentant au préalable des associations repères, comme par exemple le nombre 30 (écrit en chiffres arabes et dit oralement) associé à un ensemble de 30 points. Cependant, améliorer la précision de mapping des participants grâce à cette calibration, n'a été efficace que dans une direction donnée de mapping, lorsqu'il s'agissait de donner un nombre symbolique correspondant à un ensemble de points vu, et non lorsqu'il s'agissait de produire une quantité correspondant à un nombre symbolique vu.

9.2 Apports et limites de ces travaux

L'ensemble de ces résultats permet d'apporter des éléments de réflexion concernant quatre points en particulier. Nous allons discuter ces points au vu de nos résultats, tenter d'expliciter l'apport qu'ils peuvent constituer, ainsi que leurs limites.

Mesurer la précision du SAN ?

La précision du SAN est la précision avec laquelle un individu peut traiter et se représenter l'information de grandeur numérique. Pour la mesurer, le plus souvent, des tâches de comparaison approximative de nombres non symboliques sont utilisées. Comme pour toute capacité mesurée par le biais d'une tâche donnée, la mesure réalisée via ces tâches de comparaison ne reflète pas uniquement la capacité des individus à discriminer des quantités approximatives. En effet, en fonction de différents choix méthodologiques, la mesure obtenue sera quelque peu différente. Ce constat n'est pas problématique lorsque les différences produites sont minimes, autrement dit, si pour des choix méthodologiques différents, il reste tout de même une part commune importante entre les différentes tâches. En utilisant deux mesures différentes de la précision du SAN, mettant en jeu deux modalités sensorielles différentes, la vision ou le toucher, nous avons pu examiner cette potentielle part commune entre ces tâches.

Tout d'abord, nos résultats montrent que les deux tâches mesurent bien les capacités des participants à traiter approximativement les quantités car leurs réponses sont au-delà du hasard et dépendent du rapport entre les deux nombres à comparer. De plus, nous avons des données qui permettent de quantifier la fiabilité de ces deux tâches. En effet, dans l'étude 4, le groupe contrôle, ayant reçu un entraînement de phonologie a réalisé deux fois les tâches visuelle et haptique, une fois en pré-test et une fois en post-test, ce qui nous permet de calculer la corrélation entre ces deux mesures : visuelle, r = .58, p =.006 ; haptique, r = .54, p = .02 (NB : ces deux mesures ont été réalisées à deux semaines d'intervalle). On estime généralement en psychométrie que la fiabilité d'un test est très bonne lorsque r $>$ .70, ce n'est donc pas le cas des fiabilités rapportées. Cependant, les fiabilités mesurées dans notre étude 4 sont tout de même supérieures à celle observée par Inglis et Gilmore (2014) auprès d'enfants entre 7 et 9 ans avec la même variable dépendante, pour deux mesures faites à une semaine d'intervalle, avec une tâche visuelle comportant 80 essais : r = .47, p $<$ .01. Pour ce type de tâche, mettant en jeu de petits ratio pour lesquels la réponse est nécessairement parfois donnée au hasard, et compte tenu de la nature initialement bruitée de la capacité qu'elle mesure (i.e., la précision du SAN), les fiabilités obtenues peuvent donc être considérées comme correctes.

Ensuite, la part commune entre les deux tâches semble très faible. Plusieurs arguments étayent cette affirmation. Premièrement, à tous les âges étudiés (i.e., 5, 7, 10, 14 ans et adulte) et dans trois études différentes, les performances dans les deux tâches ne corrèlent pas significativement entre-elles. Deuxièmement, mesurée tactilement ou mesurée visuellement, la précision du SAN ne corrèle pas de la même manière avec les mêmes épreuves. En effet, il semblerait que la tâche visuelle utilisée ait une relation plus importante avec la tâche de raisonnement que la tâche tactile (cf. Etude 3). Ces observations attestent que la mesure de la précision du SAN dépend grandement de la modalité sensorielle utilisée dans la tâche. Rappelons que la vision et le toucher diffèrent sur plusieurs points. La vision permet une perception simultanée et rapide d'informations diverses, tandis que le toucher conduit à une perception plus séquentielle et plus lente. Les caractéristiques propres à chaque modalité sensorielle influencent donc la prise d'informations sensorielles de manière notoire, à tel point qu'elles semblent « dominantes » dans la mesure du SAN obtenue. La figure 9.1 est une proposition de représentation des relations observées à 5, 7, 10, 14 ans et à l'âge adulte entre la précision du SAN réelle, celle mesurée par la tâche haptique et celle mesurée par la tâche visuelle (Etudes 2, 3 et 4). Il est supposé que la mesure de la précision du SAN réalisée avec le toucher corresponde au recouvrement entre la partie verte et la partie grise, et que la mesure réalisée avec la vision corresponde au recouvrement entre la partie bleue et la partie grise. Les parts verte et bleue ne se recoupent pas (ou très peu).

FIGURE 9.1: Représentation schématique des relations observées à 5, 7, 10, 14 ans et à l'âge adulte entre la précision du système approximatif réelle (SAN), la mesure réalisée avec la tâche haptique (vert) et celle réalisée avec la tâche visuelle (bleu). NB : cette représentation n'émet aucune hypothèse spécifique concernant la proportion de recouvrement entre les différentes mesures réalisées et le SAN.

Ces résultats remettent en question la pertinence des tâches actuellement utilisées pour mesurer la précision du SAN. Notamment, le choix d'une modalité sensorielle, la vision, plutôt qu'une autre, pour mesurer la précision du SAN est questionnable. Pour quelle raison, considérer que la précision du SAN, mesurée avec la modalité visuelle, refléterait de manière plus valide la précision avec laquelle un individu peut traiter et se représenter l'information de grandeur numérique ?

Le SAN est-il malléable ?

Dans l'étude 4, nos résultats ont montré qu'un entraînement haptique de la précision du SAN permettait aux enfants de progresser au cours des séances dans une tâche d'addition approximative non symbolique. De plus, les résultats ont suggéré (effet tendanciel) que les enfants avec les plus faibles performances au pré-test dans la tâche haptique de comparaison approximative de nombres non symboliques progresseraient dans cette même tâche après l'entraînement. En revanche, lorsque l'entraînement était visuel, aucune amélioration de la précision du SAN n'a été observée, ni avec la tâche d'addition approximative, ni avec la tâche de comparaison approximative. Ces résultats nous permettent d'aborder la question de la malléabilité potentielle du SAN. Comment interpréter la progression observée avec la modalité haptique ? Comment expliquer qu'une progression de la précision du SAN soit observée dans une modalité sensorielle et pas dans l'autre ?

Rappelons que le SAN est défini à la fois comme le système permettant de percevoir une numérosité et le système permettant de représenter cette numérosité. Au moins deux interprétations peuvent expliquer cette amélioration des performances dans les tâches haptiques. Selon la première, la précision de la représentation mentale des numérosités se serait améliorée avec l'entraînement. Il est important de noter que les enfants ayant progressé dans la tâche haptique d'addition approximative non symbolique n'ont pas progressé dans la tâche visuelle de comparaison approximative non symbolique. Cette observation n'est pas étonnante car les performances étaient initialement meilleures dans la modalité visuelle que dans la modalité haptique (e.g., $\approx 80\%$ de bonnes réponses dans la tâche de comparaison observé pour le : ratio 1.3 en visuel vs ratio 1.9 en haptique à 5 ans, étude 3). Il paraît donc peu probable que la représentation mentale des numérosités ait été améliorée par l'entraînement haptique. Nos résultats ne permettent pas de confirmer cette première interprétation. La seconde interprétation suggère que l'amélioration des performances observée dans les tâches haptiques pourrait résulter d'une perception plus fine des stimuli présentés. Autrement dit, l'efficacité de la prise d'information tactile se serait améliorée au cours des entraînements. Nous voyons deux manières différentes d'améliorer cette prise d'information tactile : l'amélioration de l'efficacité de la technique exploratoire de frottement latérale et/ou l'élargissement de la taille du champ perceptif haptique (Hatwell, Orliaguet, & Brouty, 1990). Contrairement à la vision, le sens haptique n'étant pas un sens exercé particulièrement fréquemment dans la vie quotidienne des enfants de 5 ans, les entraînements ont pu constituer l'occasion de perfectionner son efficacité. La vision est exercée en permanence dans la plupart des activités quotidiennes, elle est déjà très efficace pour percevoir l'espace et les objets. Les entraînements proposés n'auraient donc pas suffi à améliorer l'efficacité de la perception visuelle des stimuli présentés. Ceci expliquerait pourquoi aucune amélioration n'a été observée avec la modalité visuelle. Nos résultats ne nous permettent pas de déterminer si l'amélioration de la prise d'information tactile serait spécifique à la perception des numérosités ou si elle s'appliquerait à tous les stimuli tactiles en général, y compris des stimuli non porteurs d'une « information de numérosité ».

Une relation entre la « précision du SAN » et les performances en arithmétique exacte à l'âge de 5 ans

Malgré le fait que les deux tâches mesurant la « précision du SAN » ne soient pas reliées entre-elles, nos résultats ont tout de même montré, et ce à travers trois études différentes (cf. études 1/2bis, 3 et 4), qu'à l'âge de 5 ans, la relation entre la précision du SAN et certains scores en arithmétique était significative. La nouveauté de ces résultats repose sur le fait d'observer une relation entre la précision du SAN et les performances en arithmétique exacte alors que la précision du SAN était mesurée avec une tâche mettant en jeu le toucher. Retrouver cette relation avec deux mesures différentes de la précision du SAN, mettant en jeu deux modalités sensorielles différentes, appuie l'hypothèse selon laquelle le traitement des nombres symboliques et le traitement des nombres non symboliques reposeraient sur un système commun : le SAN. Rappelons que cette vision a été explicitée en proposant l'hypothèse d'un recyclage neuronal (Dehaene & Cohen, 2007) et l'hypothèse d'un recouvrement des représentations (Hyde, Berteletti, & Mou, 2016). D'après l'hypothèse d'un recyclage neuronal (Dehaene & Cohen, 2007), le système des nombres symboliques se construirait en s'appuyant sur un système ancien, le SAN. Les symboles numériques acquerraient donc leur signification en étant reliés à la représentation de leur grandeur, représentation portée par le SAN. Il existerait ainsi un recouvrement (total ou partiel) entre les circuits neuronaux impliqués dans le traitement de la grandeur des nombres symboliques et ceux impliqués dans le traitement des nombres non symboliques. Hyde, Berteletti et Mou (2016) ont proposé une représentation schématique de cette vision, qu'ils ont nommé l'hypothèse d'un recouvrement des représentations, en supposant que le recouvrement entre la représentation du SAN et du système des nombres symboliques ne serait pas total, mais partiel (Figure 9.2a).

Nous proposons de représenter les résultats des études 2bis, 3 et 4 en fonction de ce dernier cadre théorique, de manière à avoir une vision d'ensemble des relations observées (Figure 9.2 b, c, d). Dans les études 3 et 4, pour mesurer les performances dépendant du système des nombres symboliques, nous avons utilisé une tâche d'additions et une tâche de problèmes, tandis que dans l'étude 2bis, nous avons utilisé une tâche d'additions, une tâche de soustractions et une tâche de problèmes. De manière à pouvoir comparer plus facilement les résultats obtenus entre les études, la mesure des performances en soustraction de l'étude 2bis ne sera pas représentée.

Par défaut, nous supposons que les tâches d'additions et de problèmes reposent en partie sur le SAN, comme stipulé par l'hypothèse d'un recouvrement des représentations. D'après cette vision de nos résultats, la relation entre la précision du SAN d'une part et les performances en additions et en problèmes d'autre part serait mise en évidence ou non en fonction de la tâche comportementale utilisée pour mesurer la précision du SAN. Les caractéristiques des tâches d'additions et de problèmes peuvent aussi avoir influencées les relations. En effet, l'ensemble des tâches utilisées dans les trois études présentent quelques différences. La tâche haptique est différente entre les études 2bis, 4 et l'étude 3 (i.e., ratio utilisés, taille de points différente, texture de surface différente). Les ratio utilisés dans la tâche visuelle sont différents entre les trois études, de même que les nombres utilisés dans les additions et problèmes, ainsi que la manière de présenter les additions (sur l'écran d'un ordinateur ou sur des cartes). Ces différences, bien que minimes, peuvent être évoquées pour rendre compte des différentes relations observées entre les différentes études. Il est également possible que ces différentes relations s'expliquent par les caractéristiques de nos échantillons, mais nous ne voyons pas de différences notables pouvant appuyer cette interprétation : les enfants provenaient des mêmes écoles dans les trois expériences, des mêmes classes (sauf dans l'étude 3 : une enseignante sur les 4 était différente), ils avaient le même âge. Quelle conclusion apporter à l'ensemble de ces constats ?

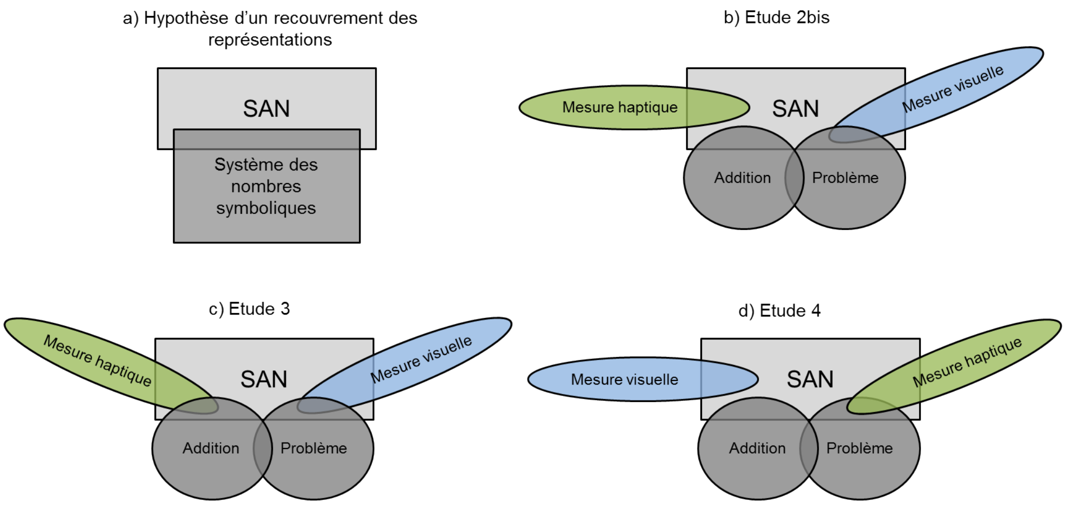


FIGURE 9.2: Représentation schématique de l'hypothèse d'un recouvrement des représentations. Proposition des relations observées dans les études 2bis, 3 et 4 à l'âge de 5 ans entre la précision du système approximative réelle (SAN), la mesure réalisée avec la tâche haptique (vert) et celle réalisée avec la tâche visuelle (bleu). Les rectangles correspondent aux représentations du SAN et du système des nombres symboliques, tandis que les formes arrondies correspondent aux mesures réalisées dans nos études. NB : cette représentation n'émet aucune hypothèse spécifique concernant la proportion de recouvrement entre les différentes mesures réalisées et le SAN.

Le fait que la relation entre la précision du SAN et les performances numériques exactes soit modérée, voire faible (Chu, vanMarle, & Geary, 2015 ; Fazio, Bailey, Thompson, & Siegler, 2014 ; Schneider et al., 2016), combiné à l'utilisation de mesures de la précision du SAN dont la fiabilité n'est pas parfaite, peut permettre de comprendre pourquoi cette relation n'est pas observée régulièrement à travers nos différentes études.

Les relations significatives que nous avons observées entre la précision du SAN et les compétences numériques exactes le sont toutes chez des enfants de 5 ans et pas chez les enfants de 7 ans (étude 1), de 10 et 14 ans ni chez les adultes (adultes : lorsque les capacités de raisonnement sont contrôlées, étude 3). Ces résultats sont tout à fait cohérents avec ceux de la méta-analyse de Fazio et al. (2014) montrant que cette relation est plus importante avant l'âge de 6 ans (r = .40), qu'après (r = .17, entre 6 et 18 ans ; r = .21, à l'âge adulte). En complémentarité avec ceux de Fazio et al. (2014), les résultats obtenus dans l'étude 1 suggèrent que chez les enfants les plus jeunes la précision du SAN serait liée à la précision du mapping, elle-même fortement reliée aux performances en arithmétique exacte. Le rôle médiateur de la précision du mapping dans la relation précision du SAN-performances en arithmétique n'est plus observé à l'âge de 7 ans (étude 1), ni à l'âge de 10 ans (Fazio et al., 2014), ni à l'âge adulte (Guillaume & Gevers, 2016). Dans cette dernière étude, les auteurs observent d'ailleurs que les performances en arithmétique des adultes, corrèlent avec leurs capacités de mapping, mesurées par une tâche d'estimation par perception, mais pas avec la précision de leur SAN. Il semblerait que la précision du SAN ait une importance au tout début de l'apprentissage des nombres symboliques, lorsque l'enfant commence à associer aux nombres symboliques leurs grandeurs. Lorsque les capacités de mapping seraient bien établies et automatisées, entre 6 et 7 ans (Rubinsten & Henik, 2005), l'influence de la précision du SAN deviendrait alors minime. La relation significative observée entre la précision du SAN et les performances en arithmétique pourrait donc être interprétée de deux manières différentes en fonction de l'âge des participants. Chez les plus jeunes, avant la mise en place des capacités de mapping, nous pouvons émettre l'hypothèse qu'une bonne précision du SAN favoriserait de bonnes performances en arithmétique. Chez les plus âgés et chez les adultes, la relation pourrait s'expliquer en supposant que de bonnes performances en arithmétique raffineraient la précision du SAN. Cette interprétation avait déjà été proposée par Piazza, Pica, Izard, Spelke, et Dehaene (2013) pour expliquer les différences observées concernant la précision du SAN chez des enfants et adultes Mundurucús, ayant ou non reçu une éducation formelle en mathématiques.

Pertinence des entraînements mettant en jeu le SAN et destinés à favoriser les apprentissages numériques exacts

Dans notre étude 4, les performances des enfants des groupes ayant reçu un entraînement de la précision du SAN étaient meilleures en post-test qu'en pré-test, mais leur progression n'était pas significativement différente de celle observée auprès des enfants de l'entraînement contrôle. La progression générale observée chez l'ensemble des enfants semble indépendante du type d'entraînement et serait donc liée à d'autres facteurs comme par exemple l'effet des apprentissages scolaires, ou une plus grande aisance des enfants pendant la réalisation des différentes épreuves lors du post-test que lors du pré-test, pouvant résulter de la familiarité avec le matériel, avec l'expérimentatrice, etc. D'après nos résultats, tenter d'améliorer la précision du SAN des enfants ne semble pas être une manière rapide et efficace d'améliorer leurs performances numériques exactes.

En revanche, comme le suggèrent les résultats de l'étude de Hyde et al. (2014), il demeure possible qu'entraîner les enfants dans une tâche mettant en jeu le SAN leur permette « de se préparer » à manipuler des quantités et améliore ainsi leurs performances dans une tâche d'arithmétique, à condition que celle-ci soit réalisée juste après cette séance de « préparation ». Les post-tests de notre étude étaient réalisés un ou deux jours après la dernière séance d'entraînement. Si les entraînements mettant en jeu le SAN permettent de se préparer à manipuler des quantités pour ensuite mieux calculer, alors l'effet de cette préparation ne serait efficace que dans l'immédiat, et plus quelques jours après. De plus, très récemment, une étude auprès d'enfants de 4 ans et demi a montré que des entraînements du SAN intensifs mais ludiques, réalisés sur tablette avec des écouteurs sur les oreilles et adaptés au niveau de chaque enfant, permettaient d'améliorer les performances des enfants dans un test de mathématiques réalisé avant et après (i.e., pré- et post-tests) les 10 séances d'entraînement (Park, Bermudez, Roberts, & Brannon, 2016). Les auteurs proposent que la manipulation mentale de quantités numériques soit le facteur commun entre la tâche d'arithmétique approximative non symbolique réalisée pendant l'entraînement et les épreuves du test de mathématiques. Exercer cette manipulation mentale expliquerait donc l'effet bénéfique des entraînements. Cette étude ne permet pas cependant de déterminer si cette progression est liée à une amélioration de la précision du SAN car elle n'a pas été mesurée lors des pré- et post-tests. Aucune mesure ne permet d'expliciter ce qui est entendu par « manipulation mentale des quantités ». L'efficacité de cet entraînement est donc bien constatée, mais il reste encore à expliquer pourquoi. On peut donc penser que les entraînements proposés dans notre étude n'étaient pas suffisamment intensifs pour être efficaces. Cependant, si pour être efficace, ce type d'entraînement nécessite 10 séances de 40 essais chacune et des entraînements individuels sur tablette, alors ils seraient difficilement utilisables dans une classe de maternelle.

Nous avons aussi cherché à améliorer la précision du mapping entre les nombres symboliques et leur grandeur dans le but d'améliorer les performances numériques exactes. Les résultats de notre étude 5 ont montré que l'utilisation du jeu de plateau numérique linéaire peut s'avérer efficace pour améliorer la connaissance de la chaîne numérique verbale des enfants de 5 ans. L'efficacité de ce jeu serait plus importante auprès d'un public d'enfants issus de milieux socioculturels plus défavorisés, moins habitués à jouer avec des jeux de plateau (Ramani & Siegler, 2011). Une autre étude très récente, réalisée également sur tablette, a montré que deux entraînements de six séances de 10 minutes, exerçant la précision du SAN et du mapping, permettaient à des enfants de 5 ans de progresser en arithmétique exacte (Maertens, De Smedt, Sasanguie, Elen, & Reynvoet, 2016). Dans le premier entraînement, il s'agissait de placer des nombres symboliques ou non symboliques sur une ligne bornée tandis que dans le second il s'agissait de comparer des ensembles de points ou des nombres écrits en chiffres arabes. Un troisième entraînement exerçait les capacités de mémoire des enfants et était utilisé comme contrôle. Les résultats ont montré que les enfants des deux groupes expérimentaux ont progressé en arithmétique exacte plus que les enfants du groupe contrôle. Ces interventions ne permettent pas de déterminer si l'efficacité des entraînements repose sur l'entraînement des capacités de mapping ou bien sur l'entraînement de la précision du SAN mais montrent que les exercer conjointement permet de faire progresser les enfants en arithmétique exacte.

9.3 Perspectives

Notre étude 6 a montré qu'il était possible d'améliorer les capacités de mapping chez des enfants de 7 ans en utilisant le processus de calibration. Ce résultat permet d'envisager plusieurs ouvertures possibles. Tout d'abord, il serait possible d'examiner différentes manières de calibrer ces capacités de mapping dans le but de déterminer celle qui serait la plus efficace. Plusieurs questions peuvent guider cette exploration. Quelles associations repères présenter ? A quelle fréquence présenter ces associations repères ? Donner des retours pour chaque réponse donnée par l'enfant permet-il une calibration plus efficace que la présentation d'associations repères ? Ensuite, une seconde étape consistera à déterminer si l'effet de cette calibration peut être maintenu à court et moyen terme et s'il peut être généralisable à différentes situations d'estimation. Dans le cas d'une réponse positive, une troisième étape pourra consister à observer si les progressions réalisées en mapping conduisent à des progressions dans les compétences numériques exactes. Ces deux dernières étapes pourraient facilement être réalisées en collaboration avec des enseignants, en leur proposant une progression hebdomadaire en estimation, basée sur le même principe que les « 15 minutes de calcul mental quotidiennes ».

Une autre perspective possible concerne l'étude de la perception haptique des grandes quantités. Plusieurs questions pourraient être approfondies, comme par exemple déterminer si les procédures d'exploration évoluent avec l'entraînement haptique d'addition approximative de nombres non symboliques. Une autre question pourrait être de chercher à déterminer si la perception haptique d'autres stimuli non numériques évolue aussi avec cet entraînement ou si l'amélioration observée est spécifique à la perception des quantités. Mesurer la précision du SAN ou l'entraîner avec une tâche intermodale pourrait également être une piste intéressante à explorer. Il pourrait s'agir d'explorer haptiquement une première quantité et de la comparer à une seconde quantité présentée visuellement à l'écran, ou l'inverse. Ce type de tâche aurait l'avantage de s'assurer du recours obligatoire du participant à l'abstraction de la numérosité pour pouvoir répondre à la tâche. Cette idée reste à approfondir car si cette tâche permettrait de s'assurer du recours à l'abstraction de la numérosité, la capacité d'abstraction et la qualité de la communication intermodale pourraientt aussi tout à fait influencer les performances des participants.

9.4 Conclusion

La première étape de ces travaux thèse a consisté à identifier les principaux facteurs cognitifs prédicteurs de la réussite en mathématiques. Nous nous sommes ensuite intéressés à trois facteurs en particulier : la précision des intuitions numériques des enfants (i.e., le SAN) car nous souhaitions prendre en compte les capacités initiales que l'enfant possède même avant d'entrer à l'école maternelle, la précision du lien entre ces intuitions numériques et les représentations symboliques du nombre (i.e., le mapping) et les capacités de mémoire de travail. Ces deux dernières capacités ont été choisies pour deux raisons : parce qu'il s'agit de facteurs importants prédisant la réussite en mathématiques, et parce qu'elles sont supposées être liées à la précision des intuitions numériques des enfants. Puis, nous avons voulu déterminer si ces facteurs pouvaient avoir une importance différente avant et après l'entrée à l'école élémentaire, afin de déterminer l'âge propice pour proposer de futurs entraînements. Parmi les trois facteurs étudiés, les capacités les plus influentes à l'âge de 5 ans étaient la précision des intuitions numériques des enfants, ainsi que leur précision de mapping tandis qu'à l'âge de 7 ans, les principaux facteurs expliquant les performances en arithmétiques (mesure de la réussite en mathématiques utilisée) étaient les capacités de mémoire de travail et leur précision de mapping.

Nous avons ensuite étudié plus particulièrement les caractéristiques de nos intuitions numériques. Nos résultats révèlent qu'elles ne sont pas observées uniquement avec la vision ou l'audition, mais aussi avec le toucher. De plus, mesurée avec une tâche visuelle ou avec une tâche tactile, la précision de nos intuitions des quantités s'améliore avec l'âge en particulier entre 5 et 10 ans, et semble jouer un rôle dans les acquisitions numériques, au tout début des apprentissages, avant l'âge de 6 ans. Après 6 ans, l'influence de la précision des intuitions numériques sur les performances en arithmétique exacte semble minime.

Comme nos résultats ont montré que la précision des intuitions numériques des enfants ainsi que la précision du lien entre ces intuitions numériques et les représentations symboliques du nombre étaient des prédicteurs de la réussite en mathématiques, nous avons voulu entraîner ces deux capacités dans le but d'améliorer les performances des enfants en arithmétique. Entraîner la précision des intuitions numériques des enfants ne s'est pas montré efficace pour améliorer leurs performances en arithmétique. De plus, compte tenu de la difficulté à améliorer la précision de ces intuitions par l'entraînement, nous pouvons supposer qu'il serait préférable de plutôt chercher à améliorer la précision du lien entre ces intuitions numériques et les représentations symboliques du nombre afin de favoriser les apprentissages numériques exacts. En proposant des entraînements basés sur l'utilisation d'un jeu numérique linéaire (Ramani & Siegler, 2008), nous avons cherché à améliorer la précision de ce lien, mais nos résultats ne révèlent aucune amélioration en arithmétique due aux entraînements. Enfin, en utilisant le processus de calibration (e.g., Izard & Dehaene, 2008 ; Sullivan & Barner, 2014), nous avons montré qu'à l'âge de 7 ans il était possible d'améliorer la précision du lien entre les intuitions numériques des enfants et les représentations symboliques du nombre. De futures études auront pour objectif d'examiner si l'effet de la calibration est durable dans le temps et généralisable à différentes situations d'estimation, avant de proposer des entraînements destinés à améliorer les compétences numériques exactes des enfants.

Encore trop peu d'études ont montré qu'il serait possible d'améliorer les intuitions numériques des enfants par l'entraînement. De plus, les études observant que des entraînements exerçant les intuitions numériques des enfants conduisent à améliorer leurs performances en arithmétique ne permettent pas encore d'expliquer clairement pourquoi un tel effet est observé. Néanmoins, un plus grand nombre d'interventions entraînant la précision du lien entre les intuitions numériques des enfants et les représentations symboliques du nombre se sont montrées efficaces (e.g., Moeller, Fischer, Nuerk, & Cress, 2015 ; Ramani & Siegler, 2008 ; Vilette, 2009). De futures recherches pourront consister à déterminer la manière la plus efficace d'entraîner cette capacité.

Références bibliographiques

Agrillo, C., Petrazzini, M. E. M., & Bisazza, A. (2014). At the root of math : numerical abilities in fish. In D. C. Geary, D. B. Berch, & K. M. Koepke (Eds.), *Evolutionary origins and early development of number processing* (Vol. 1, pp. 3–33). London : Academic press.

Alloway, T. P., Gathercole, S. E., & Pickering, S. J. (2006). Verbal and visuospatial short-term and working memory in children : Are they separable ? *Child Development*, *77*(6), 1698–1716.

Analogie. (2016). *Dictionnaire de français Larousse en ligne* (A. Caron, P. Chiesa, L. Girerd, M. Majorel, N. Martres, & M. Mouchot, Eds.). Paris : Larousse. Repéré à http://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/analogie/3222.

Andreu, S., & Rocher, T. (2016). *Evaluation numérique des compétences du socle en début de sixième : des niveaux de performance contrastés selon les académies* (Note d'information N° 18). Paris : Direction de l'évaluation de la prospective et de la performance. Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche.

Ang, S. Y., Lee, K., Cheam, F., Poon, K., & Koh, J. (2015). Updating and working memory training : immediate improvement, long-term maintenance, and generalisability to non-trained tasks. *Journal of Applied Research in Memory and Cognition*, *4*(2), 121–128.

Ansari, D. (2008). Effects of development and enculturation on number representation in the brain. *Nature Reviews Neuroscience*, *9*(4), 278–291.

Arrighi, R., Togoli, I., & Burr, D. C. (2014). A generalized sense of number. *Proceedings of the Royal Society B : Biological Sciences*, *281*(1797), 20141791. Repéré à http://dx.doi.org/10.1098/rspb.2014.1791.

Arsalidou, M., & Taylor, M. J. (2011). Is 2+ 2= 4 ? Meta-analyses of brain areas needed for numbers and calculations. *Neuroimage*, *54*(3), 2382–2393.

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, *96*(4), 699–713.

Baddeley, A. (2012). Working memory : theories, models, and controversies. *Annual Review of*

Psychology, *63*, 1–29.

Baddeley, A. D., & Hitch, G. (1974). Working memory. *Psychology of Learning and Motivation*, *8*, 47–89.

Bae, G. Y., Choi, J. M., Cho, Y. S., & Proctor, R. W. (2009). Transfer of magnitude and spatial mappings to the SNARC effect for parity judgments. *Journal of Experimental Psychology : Learning, Memory, and Cognition*, *35*(6), 1506–1521.

Bara, F., Gentaz, E., Colé, P., & Sprenger-Charolles, L. (2004). The visuo-haptic and haptic exploration of letters increases the kindergarten-children's understanding of the alphabetic principle. *Cognitive Development*, *19*(3), 433–449.

Baron, R. M., & Kenny, D. A. (1986). The moderator-mediator variable distinction in social psychological research : Conceptual, strategic, and statistical considerations. *Journal of Personality and Social Psychology*, *51*(6), 1173–1182.

Baroody, A. J., Eiland, M., & Thompson, B. (2009). Fostering at-risk preschoolers' number sense. *Early Education and Development*, *20*(1), 80–128.

Barrouillet, P., & Camos, V. (2006). *La cognition mathématique chez l'enfant.* Marseille : Solal.

Barrouillet, P., & Camos, V. (2007). Le développement de la mémoire de travail. In J. Lautrey (Ed.), *Psychologie du développement et de l'éducation* (pp. 51–86). Paris : Presses Universitaires de France.

Barrouillet, P., & Thevenot, C. (2013). On the problem-size effect in small additions : Can we really discard any counting-based account ? *Cognition*, *128*(1), 35–44.

Barsalou, L. W. (2008, janvier). Grounded Cognition. *Annual Review of Psychology*, *59*(1), 617–645.

Barth, H., Kanwisher, N., & Spelke, E. (2003). The construction of large number representations in adults. *Cognition*, *86*(3), 201–221.

Barth, H., La Mont, K., Lipton, J., Dehaene, S., Kanwisher, N., & Spelke, E. (2006). Non-symbolic arithmetic in adults and young children. *Cognition*, *98*(3), 199–222.

Barth, H., La Mont, K., Lipton, J., & Spelke, E. S. (2005). Abstract number and arithmetic in preschool children. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, *102*(39), 14116–14121.

Barth, H. C., & Paladino, A. M. (2011). The development of numerical estimation : evidence against a representational shift : Development of numerical estimation. *Developmental Science*, *14*(1), 125–135.

Bartoš, L., & Bahbouh, R. (2006). Antler size and fluctuating asymmetry in red deer (Cervus elaphus) stags and probability of becoming a harem holder in rut. *Biological Journal of* *the Linnean Society*, *87*(1), 59–68.

Bates, D., & Sarkar, D. (2009). *lme4 : Linear mixed-effects models using S4 classes (R package Version 0.9975-12)[Computer software].* Repéré à `https://cran.r-project.org/web/packages/lme4/index.html`.

Beishuizen, M. (1993). Mental strategies and materials or models for addition and subtraction up to 100 in Dutch second grades. *Journal for Research in Mathematics Education*, *24*(4), 294–323.

Beishuizen, M., Van Putten, C. M., & Van Mulken, F. (1997). Mental arithmetic and strategy use with indirect number problems up to one hundred. *Learning and Instruction*, *7*(1), 87–106.

Benoit, L., Lehalle, H., & Jouen, F. (2004). Do young children acquire number words through subitizing or counting ? *Cognitive Development*, *19*(3), 291–307.

Bideaud, J., & Lehalle, H. (2002). *Le développement des activités numériques chez l'enfant.* Paris : Lavoisier.

Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology*, *42*(1), 189–201.

Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development*, *79*(4), 1016–1031.

Borghi, A. M., Bonfiglioli, C., Lugli, L., Ricciardelli, P., Rubichi, S., & Nicoletti, R. (2007). Are visual stimuli sufficient to evoke motor information ? : Studies with hand primes. *Neuroscience Letters*, *411*(1), 17–21.

Bourdon, B. (1908). Sur le temps nécessaire pour nommer les nombres. *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, *65*, 426–431.

Brannon, E. M. (2002). The development of ordinal numerical knowledge in infancy. *Cognition*, *83*(3), 223–240.

Brannon, E. M., & Roitman, J. D. (2003). Nonverbal representations of time and number in animals and human infants. In W. H. Meck (Ed.), *Functional and neural mechanisms of interval timing* (pp. 143–182). Boca Raton : CRC Press.

Briars, D., & Siegler, R. S. (1984). A featural analysis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology*, *20*(4), 607–618.

Bruner, J. S. (1983). *Le développement de l'enfant : savoir faire, savoir dire* (M. Deleau & J. Michel, Trad.). Paris : Presses universitaires de France.

Bueti, D., & Walsh, V. (2009). The parietal cortex and the representation of time, space, number and other magnitudes. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London B : Biological Sciences*, *364*(1525), 1831–1840.

Bull, R., Espy, K. A., & Wiebe, S. A. (2008). Short-term memory, working memory, and executive functioning in preschoolers : Longitudinal predictors of mathematical achievement at age 7 years. *Developmental Neuropsychology*, *33*(3), 205–228.

Burr, D. C., Turi, M., & Anobile, G. (2010). Subitizing but not estimation of numerosity requires attentional resources. *Journal of Vision*, *10*(6), 20–20.

Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain.* London : Macmillan.

Camos, V., & Barrouillet, P. (2011). Developmental change in working memory strategies : From passive maintenance to active refreshing. *Developmental Psychology*, *47*(3), 898–904.

Camos, V., Fayol, M., & Barrouillet, P. (1999). L'activité de dénombrement chez l'enfant : double tâche ou procédure ? *L'année psychologique*, *99*(4), 623–645.

Camos, V., & Tillmann, B. (2008). Discontinuity in the enumeration of sequentially presented auditory and visual stimuli. *Cognition*, *107*(3), 1135–1143.

Campbell, J. I., & Clark, J. M. (1988). An encoding-complex view of cognitive number processing : Comment on mccloskey, sokol, and goodman (1986). *Journal of Experimental Psychology : General*, *117*(2), 204–214.

Cannard, C., Bonthoux, F., Blaye, A., Scheuner, N., Schreiber, A.-C., Trinquart, J., & others. (2006). Bd2i : Normes sur l'identification de 274 images d'objets et leur mise en relation chez l'enfant français de 3 à 8 ans. *L'année psychologique*, *106*, 375–396.

Cantrell, L., & Smith, L. B. (2013). Open questions and a proposal : A critical review of the evidence on infant numerical abilities. *Cognition*, *128*(3), 331–352.

Cappelletti, M., Gessaroli, E., Hithersay, R., Mitolo, M., Didino, D., Kanai, R., ... Walsh, V. (2013). Transfer of cognitive training across magnitude dimensions achieved with concurrent brain stimulation of the parietal lobe. *The Journal of Neuroscience*, *33*(37), 14899–14907.

Carey, S. (2001). Cognitive foundations of arithmetic : Evolution and ontogenisis. *Mind & Language*, *16*(1), 37–55.

Carey, S. (2004). Bootstrapping & the origin of concepts. *Daedalus : Journal of the American Academy of Arts & Sciences*, *133*(1), 59–68.

Carey, S. (2009). *The origin of concepts.* New York : Oxford University Press.

Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, *15*(3), 179–202.

Casasanto, D., Fotakopoulou, O., & Boroditsky, L. (2010). Space and time in the child's mind : Evidence for a cross-dimensional asymmetry. *Cognitive Science*, *34*(3), 387–405.

Case, R., Kurland, D. M., & Goldberg, J. (1982). Operational efficiency and the growth of short-term memory span. *Journal of Experimental Child Psychology*, *33*(3), 386–404.

Castronovo, J., & Delvenne, J.-F. (2013). Superior numerical abilities following early visual deprivation. *Cortex*, *49*(5), 1435–1440.

Castronovo, J., & Seron, X. (2007). Numerical estimation in blind subjects : Evidence of the impact of blindness and its following experience. *Journal of Experimental Psychology : Human Perception and Performance*, *33*(5), 1089–1106.

Cañizares, D. C., & Crespo, V. R. (2011). Calibrando la línea numérica mental : Evidencias desde el desarrollo típico y atípico. *Revista neuropsicología, neuropsiquiatría y neurociencias*, *11*(1), 17–32.

Charpak, G. (1996). *La main à la pâte. les sciences à l'école primaire.* Paris : Flammarion.

Cheatham, P. G., & White, C. T. (1952). Temporal numerosity : I. perceived number as a function of flash number and rate. *Journal of Experimental Psychology*, *44*(6), 447–451.

Cheatham, P. G., & White, C. T. (1954). Temporal numerosity : Iii. auditory perception of number. *Journal of Experimental Psychology*, *47*(6), 425-428.

Chen, Q., & Li, J. (2014). Association between individual differences in non-symbolic number acuity and math performance : A meta-analysis. *Acta Psychologica*, *148*, 163–172.

Chomsky, N. (1965). *Aspects of the theory of syntax.* Cambridge, Massachussets : MIT Press.

Chu, F. W., vanMarle, K., & Geary, D. C. (2015). Early numerical foundations of young children's mathematical development. *Journal of Experimental Child Psychology*, *132*, 205–212.

Cipolotti, L., & Butterworth, B. (1995). Toward a multiroute model of number processing : impaired number transcoding with preserved calculation skills. *Journal of Experimental Psychology : General*, *124*(4), 375-390.

Cirino, P. T. (2011). The interrelationships of mathematical precursors in kindergarten. *Journal of Experimental Child Psychology*, *108*(4), 713–733.

Clayton, S., Gilmore, C., & Inglis, M. (2015). Dot comparison stimuli are not alike : the effect of different visual controls on ans measurement. *Acta Psychologica*, *161*, 177-184.

Clements, D. H. (1984). Training effects on the development and generalization of piagetian logical operations and knowledge of number. *Journal of Educational Psychology*, *76*(5), 766–776.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum : Summative research on the Building Blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 136–163.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2011). Early childhood mathematics intervention. *Science*,

333(6045), 968–970.

Cohen, L., & Dehaene, S. (1995). Number processing in pure alexia : The effect of hemispheric asymmetries and task demands. *Neurocase*, *1*(2), 121–137.

Cohen Kadosh, R., Dowker, A., Heine, A., Kaufmann, L., & Kucian, K. (2013). Interventions for improving numerical abilities : Present and future. *Trends in Neuroscience and Education*, *2*(2), 85–93.

Cohen Kadosh, R., Soskic, S., Iuculano, T., Kanai, R., & Walsh, V. (2010). Modulating neuronal activity produces specific and long-lasting changes in numerical competence. *Current Biology*, *20*(22), 2016–2020.

Condry, K. F., & Spelke, E. S. (2008). The development of language and abstract concepts : The case of natural number. *Journal of Experimental Psychology : General*, *137*(1), 22–39.

Corbin, L., & Camos, V. (2011). Improvement of working memory performance by training is not transferable. *Europe's Journal of Psychology*, *7*(2), 279–294.

Cordes, S., Gelman, R., Gallistel, C. R., & Whalen, J. (2001). Variability signatures distinguish verbal from nonverbal counting for both large and small numbers. *Psychonomic Bulletin & Review*, *8*(4), 698–707.

Coubart. (2014). *Un ou deux systèmes de représentation de la numérosité chez le nouveau-né ?* (Thèse de doctorat non publiée). Paris Descartes, Paris.

Coubart, A., Streri, A., de Hevia, M. D., & Izard, V. (2015). Crossmodal discrimination of 2 vs. 4 objects across touch and vision in 5-month-old infants. *Plos One*, *10*(3), e0120868. http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0120868.

Cragg, L., & Gilmore, C. (2014). Skills underlying mathematics : The role of executive function in the development of mathematics proficiency. *Trends in Neuroscience and Education*, *3*(2), 63–68.

Crollen, V., Castronovo, J., & Seron, X. (2011). Under- and over-estimation : A bi-directional mapping process between symbolic and non-symbolic representations of number ? *Experimental Psychology*, *58*(1), 39–49.

Darwin, C. (1859). *On the origins of species by means of natural selection* (Vol. 247). London : Murray.

Defever, E., Reynvoet, B., & Gebuis, T. (2013). Task-and age-dependent effects of visual stimulus properties on children's explicit numerosity judgments. *Journal of Experimental Child Psychology*, *116*(2), 216–233.

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*(1), 1–42.

Dehaene, S. (2001). Précis of the number sense. *Mind & language*, *16*(1), 16–36.

Dehaene, S. (2010). *La bosse des maths : Quinze ans après.* Paris : Odile Jacob.

Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology : General*, *122*(3), 371–371.

Dehaene, S., & Changeux, J.-P. (1993). Development of elementary numerical abilities : A neuronal model. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *5*(4), 390–407.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical cognition*, *1*(1), 83–120.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1998). Levels of representation in number processing. In B. Stemmer & H. A. Whitaker (Eds.), *The handbook of neurolinguistics* (pp. 331–341). New York : Academic Press.

Dehaene, S., & Cohen, L. (2007). Cultural recycling of cortical maps. *Neuron*, *56*(2), 384–398.

Dehaene, S., Dupoux, E., & Mehler, J. (1990). Is numerical comparison digital ? analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *Journal of Experimental Psychology : Human Perception and Performance*, *16*(3), 626–641.

Dehaene, S., Izard, V., & Piazza, M. (2005). Control over non-numerical parameters in numerosity experiments. *Unpublished manuscript (available on www. unicog. org).*

Dehaene, S., Naccache, L., Le Clec'H, G., Koechlin, E., Mueller, M., Dehaene-Lambertz, G., … Le Bihan, D. (1998). Imaging unconscious semantic priming. *Nature*, *395*(6702), 597–600.

Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, *20*(3-6), 487–506.

Deloche, G., & Seron, X. (1982). From one to 1 : An analysis of a transcoding process by means of neuropsychological data. *Cognition*, *12*(2), 119–149.

De Smedt, B., Janssen, R., Bouwens, K., Verschaffel, L., Boets, B., & Ghesquière, P. (2009). Working memory and individual differences in mathematics achievement : A longitudinal study from first grade to second grade. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*(2), 186–201.

De Smedt, B., Noël, M.-P., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills ? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education*, *2*(2), 48–55.

De Smedt, B., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2009). The predictive value of numerical magnitude comparison for individual differences in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*(4), 469–479.

DeWind, N. K., & Brannon, E. M. (2012). Malleability of the approximate number system : effects of feedback and training. *Frontiers in Human Neuroscience*, *6*, 68. http://

dx.doi.org/10.3389/fnhum.2012.00068.

Dietrich, J. F., Huber, S., & Nuerk, H.-C. (2015). Methodological aspects to be considered when measuring the approximate number system (ANS)-a research review. *Frontiers in Psychology*, *6*, 295. http://dx.doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00295.

Domahs, F., Krinzinger, H., & Willmes, K. (2008). Mind the gap between both hands : Evidence for internal finger-based number representations in children's mental calculation. *Cortex*, *44*(4), 359–367.

Domahs, F., Moeller, K., Huber, S., Willmes, K., & Nuerk, H.-C. (2010). Embodied numerosity : Implicit hand-based representations influence symbolic number processing across cultures. *Cognition*, *116*(2), 251–266.

Dowker, A. (2008). Individual differences in numerical abilities in preschoolers. *Developmental Science*, *11*(5), 650–654.

Droit-Volet, S., Clément, A., & Fayol, M. (2003). Time and number discrimination in a bisection task with a sequence of stimuli : A developmental approach. *Journal of Experimental Child Psychology*, *84*(1), 63–76.

Dunn, L. M., Dunn, L. M., & Theriault-Whalen, C. (1993). *Échelle de vocabulaire en images peabody. adaptation française du peabody picture vocabulary test.* Toronto : Pearson.

Dyson, N. I., Jordan, N. C., & Glutting, J. (2013). A number sense intervention for low-income kindergartners at risk for mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, *46*(2), 166–181.

Engle, R. W., Kane, M. J., & Tuholski, S. W. (1999). Individual differences in working memory capacity and what they tell us about controlled attention, general fluid intelligence, and functions of the prefrontal cortex. In A. Miyake & P. Shah (Eds.), *Models of working lemory : Mecanisms of active maintenance and executive control* (pp. 102–134). New York : Cambridge University Press.

Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre.* Paris : Presses universitaires de France.

Fayol, M., & Thevenot, C. (2012). The use of procedural knowledge in simple addition and subtraction problems. *Cognition*, *123*(3), 392–403.

Fazio, L. K., Bailey, D. H., Thompson, C. A., & Siegler, R. S. (2014). Relations of different types of numerical magnitude representations to each other and to mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, *123*, 53–72.

Feigenson, L. (2011). Predicting sights from sounds : 6-month-olds' intermodal numerical abilities. *Journal of Experimental Child Psychology*, *110*(3), 347–361.

Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, *8*(7), 307–314.

Feigenson, L., Libertus, M. E., & Halberda, J. (2013). Links between the intuitive sense of number and formal mathematics ability. *Child Development Perspectives*, *7*(2), 74–79.

Ferrand, L., Riggs, K. J., & Castronovo, J. (2010). Subitizing in congenitally blind adults. *Psychonomic Bulletin & Review*, *17*(6), 840–845.

Fischer, U., Moeller, K., Bientzle, M., Cress, U., & Nuerk, H.-C. (2011). Sensori-motor spatial training of number magnitude representation. *Psychonomic Bulletin & Review*, *18*(1), 177–183.

Fischer, U., Moeller, K., Cress, U., & Nuerk, H.-C. (2013). Interventions supporting children's mathematics school success : a meta-analytic review. *European Psychologist*, *18*(2), 89–113.

Fischer, U., Moeller, K., Huber, S., Cress, U., & Nuerk, H.-C. (2015). Full-body movement in numerical trainings : a pilot study with an interactive whiteboard. *International Journal of Serious Games*, *2*(4), 23–35.

Floyd, R. G., Evans, J. J., & McGrew, K. S. (2003). Relations between measures of cattell-horn-carroll (CHC) cognitive abilities and mathematics achievement across the school-age years. *Psychology in the Schools*, *40*(2), 155–171.

Friso-van den Bos, I., Kroesbergen, E. H., & van Luit, J. E. (2014). Number sense in kindergarten children : Factor structure and working memory predictors. *Learning and Individual Differences*, *33*, 23–29.

Friso-van den Bos, I., van der Ven, S. H., Kroesbergen, E. H., & van Luit, J. E. (2013). Working memory and mathematics in primary school children : A meta-analysis. *Educational Research Review*, *10*, 29–44.

Fuhs, M. W., & McNeil, N. M. (2013). Ans acuity and mathematics ability in preschoolers from low-income homes : contributions of inhibitory control. *Developmental Science*, *16*(1), 136–148.

Fuson, K. C. (1982). An analysis of the counting-on solution procedure in addition. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction : A cognitive perspective* (pp. 67–81). Hillsdale, New Jersey : Lawrence Erlbaum Associates.

Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number* (Springer-Verlag éd.). New York : Springer Science & Business Media.

Féron, J., Gentaz, E., & Streri, A. (2006). Evidence of amodal representation of small numbers across visuo-tactile modalities in 5-month-old infants. *Cognitive Development*, *21*(2), 81–92.

Gallace, A., Tan, H. Z., & Spence, C. (2007). Multisensory numerosity judgments for visual and tactile stimuli. *Perception & Psychophysics*, *69*(4), 487–501.

Gallace, A., Tan, H. Z., & Spence, C. (2008). Can tactile stimuli be subitised ? An unresolved controversy within the literature on numerosity judgments. *Perception*, *37*(5), 782–800.

Gallistel, C., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, *44*(1-2), 43–74.

Gathercole, S. E. (1998). The development of memory. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, *39*(1), 3–27.

Gathercole, S. E., Pickering, S. J., Ambridge, B., & Wearing, H. (2004). The structure of working memory from 4 to 15 years of age. *Developmental Psychology*, *40*(2), 177–190.

Gathercole, S. E., Pickering, S. J., Knight, C., & Stegmann, Z. (2004). Working memory skills and educational attainment : Evidence from national curriculum assessments at 7 and 14 years of age. *Applied Cognitive Psychology*, *18*(1), 1–16.

Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics : A 5-year longitudinal study. *Developmental Psychology*, *47*(6), 1539–1552.

Geary, D. C. (2013). Early foundations for mathematics learning and their relations to learning disabilities. *Current Directions in Psychological Science*, *22*(1), 23–27.

Geary, D. C., Berch, D. B., & Koepke, K. M. (Eds.). (2014a). *Evolutionary origins and early development of number processing* (Vol. 1). London : Academic press.

Geary, D. C., Berch, D. B., & Koepke, K. M. (2014b). The evolution of number systems. In D. C. Geary, D. B. Berch, & K. M. Koepke (Eds.), *Evolutionary origins and early development of number processing* (Vol. 1, pp. 335–353). London : Academic press.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., Nugent, L., & Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development*, *78*(4), 1343–1359.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Byrd-Craven, J. (2008). Development of number line representations in children with mathematical learning disability. *Developmental Neuropsychology*, *33*(3), 277–299.

Gebuis, T., & Reynvoet, B. (2011). Generating nonsymbolic number stimuli. *Behavior Research Methods*, *43*(4), 981–986.

Gebuis, T., & Reynvoet, B. (2012). The interplay between nonsymbolic number and its continuous visual properties. *Journal of Experimental Psychology : General*, *141*(4), 642–648.

Gelman, R. (1972). Logical capacity of very young children : Number invariance rules. *Child Development*, *43*(1), 75–90.

Gelman, R., & Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number.* Cambridge, Massachussets : Harvard University Press.

Gelman, R., & Meck, E. (1983). Preschoolers' counting : Principles before skill. *Cognition*,

13(3), 343–359.

Gibson, J. J. (1962). Observations on active touch. *Psychological Review*, *69*(6), 477–491.

Gilmore, C., Attridge, N., Clayton, S., Cragg, L., Johnson, S., Marlow, N., … Inglis, M. (2013). Individual differences in inhibitory control, not non-verbal number acuity, correlate with mathematics achievement. *Plos One*, *8*(6), e67374. `http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0067374`.

Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2007). Symbolic arithmetic knowledge without instruction. *Nature*, *447*(7144), 589–591.

Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2010). Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. *Cognition*, *115*(3), 394–406.

Gimbert, F., Gentaz, E., Camos, V., & Mazens, K. (2016). Children's approximate number system in haptic modality. *Perception*, *45*(1-2), 32–45.

Gimbert, F., Gentaz, É., & Mazens, K. (2013). Évaluation d'entraînements multisensoriels de préparation aux apprentissages numériques chez les enfants scolarisés en grande section de maternelle. *Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant*(123), 189–196.

Girelli, L., Lucangeli, D., & Butterworth, B. (2000). The development of automaticity in accessing number magnitude. *Journal of experimental child psychology*, *76*(2), 104–122.

Goldin-Meadow, S., Cook, S. W., & Mitchell, Z. A. (2009). Gesturing gives children new ideas about math. *Psychological Science*, *20*(3), 267–272.

Greenes, C., Ginsburg, H. P., & Balfanz, R. (2004). Big math for little kids. *Early Childhood Research Quarterly*, *19*(1), 159–166.

Groen, G. J., & Parkman, J. M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review*, *79*(4), 329–343.

Guillaume, M. (2013). *Arithmétique mentale et sens du nombre. Le rôle des habiletés numériques dans le choix et l'exécution des stratégies de résolution d'additions complexes* (Thèse de doctorat non publiée). Université Libre de Bruxelles, Bruxelles.

Guillaume, M., & Gevers, W. (2016). Assessing the Approximate Number System : no relation between numerical comparison and estimation tasks. *Psychological Research*, *80*(2), 248–258.

Guillaume, M., Nys, J., & Mussolin, C. (2013). Differences in the acuity of the approximate number system in adults : The effect of mathematical ability. *Acta psychologica*, *144*(3), 506–512.

Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the "number sense" : The approximate number system in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Deve-*

lopmental Psychology, *44*(5), 1457–1465.

Halberda, J., Ly, R., Wilmer, J. B., Naiman, D. Q., & Germine, L. (2012). Number sense across the lifespan as revealed by a massive internet-based sample. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *109*(28), 11116–11120.

Halberda, J., Mazzocco, M. M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, *455*(7213), 665–668.

Hatwell, Y., Orliaguet, J. P., & Brouty, G. (1990). Effects of objects properties, attentional constraints and manual exploratory procedures on haptic perceptual organization : A developmental study. In H. Bloch & B. I. Bertenthal (Eds.), *Sensory-motor organizations and development in infancy and early childhood* (Vol. 56, pp. 315–335). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Hatwell, Y., Streri, A., & Gentaz, E. (2000). *Toucher pour connaître.* Paris : Presses Universitaires de France.

Heller, M. A., & Gentaz, E. (2013). *Psychology of touch and blindness.* New York : Psychology Press.

Heller, M. A., Jones, M. L., Walk, A. M., Schnarr, R., Hasara, A., & Litwiller, B. (2009). Sex differences in the haptic change task. *The Journal of General Psychology : Experimental, Psychological, and Comparative Psychology*, *137*(1), 49–62.

Henik, A., & Tzelgov, J. (1982). Is three greater than five : The relation between physical and semantic size in comparison tasks. *Memory & Cognition*, *10*(4), 389–395.

Hinrichs, J. V., Yurko, D. S., & Hu, J.-M. (1981). Two-digit number comparison : Use of place information. *Journal of Experimental Psychology : Human Perception and Performance*, *7*(4), 890–901.

Hitch, G. J., Halliday, M. S., Schaafstal, A. M., & Heffernan, T. M. (1991). Speech,"inner speech," and the development of short-term memory : Effects of picture-labeling on recall. *Journal of Experimental Child Psychology*, *51*(2), 220–234.

Holloway, I. D., & Ansari, D. (2009). Mapping numerical magnitudes onto symbols : The numerical distance effect and individual differences in children's mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*(1), 17–29.

Holmes, J., & Gathercole, S. E. (2013). Taking working memory training from the laboratory into schools. *Educational Psychology*, *34*(4), 440–450.

Holmes, J., Gathercole, S. E., & Dunning, D. L. (2009). Adaptive training leads to sustained enhancement of poor working memory in children. *Developmental Science*, *12*(4), F9–F15.

Holmes, W., & Dowker, A. (2013). Catch up numeracy : a targeted intervention for children who are low-attaining in mathematics. *Research in Mathematics Education*, *15*(3), 249–265.

Hubbard, E. M., Piazza, M., Pinel, P., & Dehaene, S. (2009). Numerical and spatial intuitions : a role for posterior parietal cortex. In L. Tommasi, A. Peterson Mary, & L. Nadel (Eds.), *Cognitive biology : evolutionary and developmental perspectives on mind, brain and behavior* (pp. 221–246). Cambridge, Massachussets : MIT Press.

Huntley-Fenner, G. (2001). Children's understanding of number is similar to adults' and rats' : numerical estimation by 5-7-year-olds. *Cognition*, *78*(3), B27–B40.

Hurewitz, F., Gelman, R., & Schnitzer, B. (2006). Sometimes area counts more than number. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *103*(51), 19599–19604.

Hyde, D. C., Berteletti, I., & Mou, Y. (2016). Approximate numerical abilities and mathematics : Insight from correlational and experimental training studies. In M. Cappelletti & W. Fias (Eds.), *The mathematical brain across the lifespan* (Vol. 227, pp. 335–351). Cambridge, Massachussets : Elsevier.

Hyde, D. C., Khanum, S., & Spelke, E. S. (2014). Brief non-symbolic, approximate number practice enhances subsequent exact symbolic arithmetic in children. *Cognition*, *131*(1), 92–107.

Ifrah, G. (1994). *Histoire universelle des chiffres* (Vol. 1). Paris : Robert Laffont.

Inglis, M., Attridge, N., Batchelor, S., & Gilmore, C. (2011). Non-verbal number acuity correlates with symbolic mathematics achievement : But only in children. *Psychonomic Bulletin & Review*, *18*(6), 1222–1229.

Inglis, M., & Gilmore, C. (2013). Sampling from the mental number line : How are approximate number system representations formed ? *Cognition*, *129*(1), 63–69.

Inglis, M., & Gilmore, C. (2014). Indexing the approximate number system. *Acta Psychologica*, *145*(1), 147–155.

Izard, V., & Dehaene, S. (2008). Calibrating the mental number line. *Cognition*, *106*(3), 1221–1247.

Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *106*(25), 10382–10385.

Jevons, W. S. (1871). The power of numerical discrimination. *Nature*, *3*, 281–282.

Johnson, D. M. (1939). Confidence and speed in the two-category judgement. *Archives of Psychology*, *241*, 1–52.

Jordan, K. E., & Brannon, E. M. (2006). The multisensory representation of number in infancy. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, *103*(9), 3486–3489.

Kalénine, S., Bonthoux, F., & Borghi, A. M. (2009). How action and context priming influence categorization : a developmental study. *British Journal of Developmental Psychology*, *27*(3), 717–730.

Kalénine, S., Pinet, L., & Gentaz, E. (2011). The visual and visuo-haptic exploration of geometrical shapes increases their recognition in preschoolers. *International Journal of Behavioral Development*, *35*(1), 18–26.

Kane, M. J., Bleckley, M. K., Conway, A. R., & Engle, R. W. (2001). A controlled-attention view of working-memory capacity. *Journal of Experimental Psychology : General*, *130*(2), 169–183.

Kaufman, A. S., & Kaufman, N. L. (2004). *Kaufman assessment battery for children, (KABC-II).* London : Pearson.

Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., & Volkmann, J. (1949). The discrimination of visual number. *The American Journal of Psychology*, *62*(4), 498–525.

Keller, L., & Libertus, M. (2015). Inhibitory control may not explain the link between approximation and math abilities in kindergarteners from middle class families. *Frontiers in Psychology*, *6*, 685. `http://dx.doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00685`.

Klahr, D. (1973). Quantification processes. In W. G. Chase (Ed.), *Visual information processing* (pp. 3–34). New York : Academic Press.

Kleemans, T., Segers, E., & Verhoeven, L. (2011). Cognitive and linguistic precursors to numeracy in kindergarten : Evidence from first and second language learners. *Learning and Individual Differences*, *21*(5), 555–561.

Klein, E., Moeller, K., Willmes, K., Nuerk, H.-C., & Domahs, F. (2011). The influence of implicit hand-based representations on mental arithmetic. *Frontiers in Psychology*, *2*, 197. `http://dx.doi.org/10.3389/fpsyg.2011.00197`.

Kobayashi, T., Hiraki, K., & Hasegawa, T. (2005). Auditory-visual intermodal matching of small numerosities in 6-month-old infants. *Developmental Science*, *8*(5), 409–419.

Kolkman, M. E., Kroesbergen, E. H., & Leseman, P. P. (2013). Early numerical development and the role of non-symbolic and symbolic skills. *Learning and Instruction*, *25*, 95–103.

Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school : Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*(4), 516–531.

Krause, B., & Kadosh, R. C. (2013). Can transcranial electrical stimulation improve learning difficulties in atypical brain development ? A future possibility for cognitive training. *Developmental Cognitive Neuroscience*, *6*, 176–194.

Kroeger, L. A., Brown, R. D., & O'Brien, B. A. (2012). Connecting neuroscience, cognitive, and educational theories and research to practice : A review of mathematics intervention programs. *Early Education & Development*, *23*(1), 37–58.

Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs : a meta-analysis. *Remedial and Special Education*, *24*(2), 97–114.

Krueger, L. E. (1984). Perceived numerosity : A comparison of magnitude production, magnitude estimation, and discrimination judgments. *Perception & Psychophysics*, *35*(6), 536–542.

Käser, T., Baschera, G.-M., Kohn, J., Kucian, K., Richtmann, V., Grond, U., . . . von Aster, M. (2013). Design and evaluation of the computer-based training program Calcularis for enhancing numerical cognition. *Frontiers in Psychology*, *4*, 489. http://dx.doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00489.

Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities : a study of 8-9-year-old students. *Cognition*, *93*(2), 99–125.

Laski, E. V., & Siegler, R. S. (2014). Learning from number board games : You learn what you encode. *Developmental Psychology*, *50*(3), 853–864.

Laski, E. V., & Yu, Q. (2014). Number line estimation and mental addition : Examining the potential roles of language and education. *Journal of Experimental Child Psychology*, *117*, 29–44.

Le Corre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more : An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition*, *105*(2), 395–438.

Lederman, S. J., & Klatzky, R. L. (1987). Hand movements : A window into haptic object recognition. *Cognitive Psychology*, *19*(3), 342–368.

Lederman, S. J., & Klatzky, R. L. (2009). Haptic perception : A tutorial. *Attention, Perception, & Psychophysics*, *71*(7), 1439–1459.

LeFevre, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D., & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to mathematics : Longitudinal predictors of performance. *Child Development*, *81*(6), 1753–1767.

Leibovich, T., & Ansari, D. (2016). The symbol-grounding problem in numerical cognition : A review of theory, evidence, and outstanding questions. *Canadian Journal of Experimental Psychology/Revue canadienne de psychologie expérimentale*, *70*(1), 12–23.

Lemaire, P., & Callies, S. (2009). Children's strategies in complex arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*(1), 49–65.

Leslie, A. M., Gelman, R., & Gallistel, C. R. (2008). The generative basis of natural number concepts. *Trends in cognitive sciences*, *12*(6), 213–218.

Li, S.-C., Schmiedek, F., Huxhold, O., Röcke, C., Smith, J., & Lindenberger, U. (2008). Working memory plasticity in old age : practice gain, transfer, and maintenance. *Psychology and Aging*, *23*(4), 731–742.

Libertus, M. E. (2015). The role of intuitive approximation skills for school math abilities. *Mind, Brain, and Education*, *9*(2), 112–120.

Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability : Approximate number system and math abilities. *Developmental Science*, *14*(6), 1292–1300.

Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Is approximate number precision a stable predictor of math ability ? *Learning and Individual Differences*, *25*, 126–133.

Libertus, M. E., Odic, D., Feigenson, L., & Halberda, J. (2016). The precision of mapping between number words and the approximate number system predicts children's formal math abilities. *Journal of Experimental Child Psychology*, *150*, 207–226.

Lindemann, O., & Fischer, M. H. (2015). Embodied number processing. *Journal of Cognitive Psychology*, *27*(4), 381–387.

Lindskog, M., & Winman, A. (2016). No evidence of learning in non-symbolic numerical tasks-a comment on park and brannon (2014). *Cognition*, *150*, 243–247.

Lindskog, M., Winman, A., & Juslin, P. (2013). Are there rapid feedback effects on approximate number system acuity ? *Frontiers in Human Neuroscience*, *7*, 270. `http://dx.doi.org/10.3389/fnhum.2013.00270`.

Link, T., Moeller, K., Huber, S., Fischer, U., & Nuerk, H.-C. (2013). Walk the number line - an embodied training of numerical concepts. *Trends in Neuroscience and Education*, *2*(2), 74–84.

Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2003). Origins of number sense large-number discrimination in human infants. *Psychological Science*, *14*(5), 396–401.

Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2004). Discrimination of large and small numerosities by human infants. *Infancy*, *5*(3), 271–290.

Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2005). Preschool children's mapping of number words to nonsymbolic numerosities. *Child Development*, *76*(5), 978–988.

Looi, C. Y., & Cohen Kadosh, R. (2016). Brain stimulation, mathematical, and numerical training : Contribution of core and noncore skills. In M. Cappelletti & W. Fias (Eds.), *The mathematical brain across the lifespan* (Vol. 227, pp. 353–388). Cambridge, Massachussets : Elsevier.

Lourenco, S. F. (2015). On the relation between numerical and non-numerical magnitudes : evidence for a general magnitude system. In D. C. Geary, D. B. Berch, & K. M. Koepke

(Eds.), *Evolutionary origins and early development of number processing* (pp. 145–174). London : Acedemic press.

Lourenco, S. F., & Longo, M. R. (2011). Origins and development of generalized magnitude representation. In S. Dehaene & E. M. Brannon (Eds.), *Space, time, and number in the brain : Searching for the foundations of mathematical thought* (pp. 225–244). London : Academic press.

Lyons, I. M., Ansari, D., & Beilock, S. L. (2012). Symbolic estrangement : Evidence against a strong association between numerical symbols and the quantities they represent. *Journal of Experimental Psychology : General*, *141*(4), 635–641.

Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2011). Numerical ordering ability mediates the relation between number-sense and arithmetic competence. *Cognition*, *121*(2), 256–261.

Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L., & Ansari, D. (2014). Numerical predictors of arithmetic success in grades 1-6. *Developmental Science*, *17*(5), 714–726.

Maertens, B., De Smedt, B., Sasanguie, D., Elen, J., & Reynvoet, B. (2016). Enhancing arithmetic in pre-schoolers with comparison or number line estimation training : Does it matter ? *Learning and Instruction*, *46*, 1–11.

Mandler, G., & Shebo, B. J. (1982). Subitizing : an analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology : General*, *111*(1), 1-22.

Marcel, A. J. (1983). Conscious and unconscious perception : Experiments on visual masking and word recognition. *Cognitive Psychology*, *15*(2), 197–237.

McCloskey, M. (1992). Cognitive mechanisms in numerical processing : evidence from acquired dyscalculia. *Cognition*, *44*(1-2), 107–157.

McCloskey, M., Caramazza, A., & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation : Evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition*, *4*(2), 171–196.

McComb, K. E. (1991). Female choice for high roaring rates in red deer, Cervus elaphus. *Animal Behaviour*, *41*(1), 79–88.

McCrink, K., & Birdsall, W. (2015). Numerical abilities and arithmetic in infancy. In R. C. Kadosh & A. Dowker (Eds.), *The oxford handbook of numerical cognition* (p. 258). Oxford : Oxford university press.

McCrink, K., & Opfer, J. E. (2014). Development of spatial-numerical associations. *Current Directions in Psychological Science*, *23*(6), 439–445.

McCrink, K., & Wynn, K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. *Psychological Science*, *15*(11), 776–781.

McCrink, K., & Wynn, K. (2009). Operational momentum in large-number addition and subtraction by 9-month-olds. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*(4), 400–

408.

Meck, W. H., & Church, R. M. (1983). A mode control model of counting and timing processes. *Journal of Experimental Psychology : Animal Behavior Processes*, *9*(3), 320–334.

Mejias, S., Grégoire, J., & Noël, M.-P. (2012). Numerical estimation in adults with and without developmental dyscalculia. *Learning and Individual Differences*, *22*(1), 164–170.

Mejias, S., & Schiltz, C. (2013). Estimation abilities of large numerosities in kindergartners. *Frontiers in Psychology*, *4*, 518. http://dx.doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00518.

Melby-Lervåg, M., Redick, T. S., & Hulme, C. (2016). Working Memory Training Does Not Improve Performance on Measures of Intelligence or Other Measures of "Far Transfer" Evidence From a Meta-Analytic Review. *Perspectives on Psychological Science*, *11*(4), 512–534.

Meljac, C., & Houdé, O. (2000). *L'esprit piagétien : Hommage international à Jean Piaget.* Paris : Presses Universitaires de France.

Mennella, J. A., Jagnow, C. P., & Beauchamp, G. K. (2001). Prenatal and postnatal flavor learning by human infants. *Pediatrics*, *107*(6), e88. Repéré à http://www.pediatrics.org/cgi/content/full/107/6/e88.

Miller, K. F., Smith, C. M., Zhu, J., & Zhang, H. (1995). Preschool origins of cross-national differences in mathematical competence : The role of number-naming systems. *Psychological Science*, *6*(1), 56–60.

Ministère de l'éducation nationale, d. l. s. e. d. l. r. (2015). *Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars : Programme de l'école maternelle.* Repéré à http://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin_officiel.html?cid_bo=86940.

Minturn, A. L., & Reese, T. W. (1951). The effect of differential reinforcement on the discrimination of visual number. *The Journal of Psychology*, *31*(2), 201–231.

Mix, K. S., Huttenlocher, J., & Levine, S. C. (2002). Multiple cues for quantification in infancy : Is number one of them ? *Psychological Bulletin*, *128*(2), 278–294.

Moeller, K., Fischer, U., Nuerk, H.-C., & Cress, U. (2015). Computers in mathematics education-Training the mental number line. *Computers in Human Behavior*, *48*, 597–607.

Moyer, R. S., & Landauer, T. K. (1967). Time required for judgements of numerical inequality. *Nature*, *215*, 1519–1520.

Mussolin, C., Nys, J., Leybaert, J., & Content, A. (2012). Relationships between approximate number system acuity and early symbolic number abilities. *Trends in Neuroscience and Education*, *1*(1), 21–31.

Newcombe, N. S., Levine, S. C., & Mix, K. S. (2015). Thinking about quantity : The intertwined development of spatial and numerical cognition. *Wiley Interdisciplinary Reviews :*

Cognitive Science, *6*(6), 491–505.

Nieder, A. (2012). Supramodal numerosity selectivity of neurons in primate prefrontal and posterior parietal cortices. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *109*(29), 11860–11865.

Nieder, A., Freedman, D. J., & Miller, E. K. (2002). Representation of the quantity of visual items in the primate prefrontal cortex. *Science*, *297*(5587), 1708–1711.

Nieder, A., & Merten, K. (2007). A labeled-line code for small and large numerosities in the monkey prefrontal cortex. *The Journal of Neuroscience*, *27*(22), 5986–5993.

Nieder, A., & Miller, E. K. (2004). A parieto-frontal network for visual numerical information in the monkey. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, *101*(19), 7457–7462.

Novack, M. A., Congdon, E. L., Hemani-Lopez, N., & Goldin-Meadow, S. (2014). From action to abstraction using the hands to learn math. *Psychological Science*, *25*(4), 903–910.

Noël, M.-P. (2005a). Finger gnosia : a predictor of numerical abilities in children ? *Child Neuropsychology*, *11*(5), 413–430.

Noël, M. P. (2005b). Le transcodage chez l'enfant. In C. Van Hout A.and Meljac & J. P. Ficher (Eds.), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (pp. 111–122). Paris : Masson.

Noël, M.-P. (2007). Le développement numérique. In A. Blaye & P. Lemaire (Eds.), *Psychologie du développement cognitif de l'enfant* (pp. 158–186). Bruxelles : De Boeck.

Noël, M.-P., & Rousselle, L. (2011). Developmental change in the profiles of dyscalculia : An explanation based on a double exact-and-approximate number representation model. *Frontiers in Human Neuroscience*, *5*, 165. `http://dx.doi.org/10.3389/fnhum.2011.00165`.

Noël, M.-P., & Seron, X. (1993). Arabic number reading deficit : A single case study or when 236 is read (2306) and judged superior to 1258. *Cognitive Neuropsychology*, *10*(4), 317–339.

Nuerk, H.-C., Moeller, K., & Willmes, K. (2015). Multi-digit number processing : overview, conceptual clarifications, and language influences. In R. C. Kadosh & A. Dowker (Eds.), *The oxford handbook of numerical cognition* (pp. 106–139). Oxford : Oxford university press.

Nys, J., Ventura, P., Fernandes, T., Querido, L., Leybaert, J., & Content, A. (2013). Does math education modify the approximate number system ? a comparison of schooled and unschooled adults. *Trends in Neuroscience and Education*, *2*(1), 13–22.

OCDE. (2014). *Principaux résultats de l'enquêtes pisa 2012 : Ce que les élèves de 15 ans savent et ce qu'ils peuvent faire avec ce qu'ils savent* (Note d'information). Paris : Programme International pour le Suivi des Acquis des Elèves.

Odic, D., Hock, H., & Halberda, J. (2014). Hysteresis affects approximate number discrimination in young children. *Journal of Experimental Psychology : General*, *143*(1), 255-265.

Odic, D., Le Corre, M., & Halberda, J. (2015). Children's mappings between number words and the approximate number system. *Cognition*, *138*, 102–121.

Palluel-Germain, R., Bara, F., de Boisferon, A. H., Hennion, B., Gouagout, P., & Gentaz, E. (2007). A visuo-haptic device-telemaque-increases kindergarten children's handwriting acquisition. In *Second joint EuroHaptics conference and symposium on haptic interfaces for virtual environment and teleoperator systems. World Haptics 2007* (pp. 72–77). Paris : IEEE.

Park, J., Bermudez, V., Roberts, R. C., & Brannon, E. M. (2016). Non-symbolic approximate arithmetic training improves math performance in preschoolers. *Journal of Experimental Child Psychology*, *152*, 278–293.

Park, J., & Brannon, E. M. (2013). Training the approximate number system improve math proficiency. *Psychological Science*, *24*(10), 2013–2019.

Park, J., & Brannon, E. M. (2014). Improving arithmetic performance with number sense training : An investigation of underlying mechanism. *Cognition*, *133*(1), 188–200.

Park, J., & Brannon, E. M. (2016). How to interpret cognitive training studies : A reply to Lindskog & Winman. *Cognition*, *150*, 247–251.

Passolunghi, M. C., & Lanfranchi, S. (2012). Domain-specific and domain-general precursors of mathematical achievement : A longitudinal study from kindergarten to first grade. *British Journal of Educational Psychology*, *82*(1), 42–63.

Patro, K., & Haman, M. (2012). The spatial-numerical congruity effect in preschoolers. *Journal of Experimental Child Psychology*, *111*(3), 534–542.

Philippi, T. G., van Erp, J. B., & Werkhoven, P. J. (2008). Multisensory temporal numerosity judgment. *Brain Research*, *1242*, 116–125.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1941). *Le développement des quantités chez l'enfant.* Paris : Delachaux et Niestlé.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1966). *La psychologie de l'enfant* (2004e éd.). Paris : Presses Universitaires de France.

Piaget, J., & Szeminska, A. (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant.* Paris : Delachaux et Niestlé.

Piazza, M. (2004). Processus de quantification : subitizing, dénombrement et estimation de numérosité. In M. Pesenti & X. Seron (Eds.), *La cognition numérique* (pp. 113–134). Paris : Lavoisier.

Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., ... Zorzi,

M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, *116*(1), 33–41.

Piazza, M., Izard, V., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2004). Tuning curves for approximate numerosity in the human intraparietal sulcus. *Neuron*, *44*(3), 547–555.

Piazza, M., Mechelli, A., Price, C. J., & Butterworth, B. (2006). Exact and approximate judgements of visual and auditory numerosity : An fMRI study. *Brain Research*, *1106*(1), 177–188.

Piazza, M., Pica, P., Izard, V., Spelke, E. S., & Dehaene, S. (2013). Education Enhances the Acuity of the Nonverbal Approximate Number System. *Psychological Science*, *24*(6), 1037–1043.

Pica, P., Lemer, C., Izard, V., & Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an amazonian indigene group. *Science*, *306*(5695), 499–503.

Picozzi, M., de Hevia, M. D., Girelli, L., & Cassia, V. M. (2010). Seven-month-olds detect ordinal numerical relationships within temporal sequences. *Journal of Experimental Child Psychology*, *107*(3), 359–367.

Pinheiro-Chagas, P., Wood, G., Knops, A., Krinzinger, H., Lonnemann, J., Starling-Alves, I., ... Haase, V. G. (2014). In how many ways is the approximate number system associated with exact calculation ? *Plos One*, *9*(11), e111155. http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0111155.

Plaisier, M. A., & Smeets, J. B. J. (2011). Haptic subitizing across the fingers. *Attention, Perception, & Psychophysics*, *73*(5), 1579–1585.

Plaisier, M. A., Tiest, W. M. B., & Kappers, A. M. (2009). One, two, three, many - subitizing in active touch. *Acta Psychologica*, *131*(2), 163–170.

Posid, T., & Cordes, S. (2015). The small-large divide : a case of incompatible numerical representations in infancy. In D. C. Geary, D. B. Berch, & K. M. Koepke (Eds.), *Evolutionary origins and early development of basic number processing* (Vol. 1, pp. 253–276). London : Academic press.

Prigge, G. R. (1978). The differential effects of the use of manipulative aids on the learning of geometric concepts by elementary school children. *Journal for Research in Mathematics Education*, *9*(5), 361–367.

Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics : A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and Individual Differences*, *20*(2), 110–122.

Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development*,

79(2), 375–394.

Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2011). Reducing the gap in numerical knowledge between low- and middle-income preschoolers. *Journal of Applied Developmental Psychology*, *32*(3), 146–159.

Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2015). How informal learning activities can promote children's numerical knowledge. In R. Cohen Kadosh & A. Dowker (Eds.), *The oxford handbook of numerical cognition* (pp. 1135–1153). Oxford : Oxford University Press.

Ramani, G. B., Siegler, R. S., & Hitti, A. (2012). Taking it to the classroom : Number board games as a small group learning activity. *Journal of Educational Psychology*, *104*(3), 661–672.

Rasmussen, C., & Bisanz, J. (2005). Representation and working memory in early arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology*, *91*(2), 137–157.

Raven, J. C., & Court, J. H. (1998). *Raven's progressive matrices and vocabulary scales.* Oxford, UK : Oxford Psychologists Press.

Redick, T. S., Shipstead, Z., Wiemers, E. A., Melby-Lervåg, M., & Hulme, C. (2015). What's working in working memory training ? An educational perspective. *Educational Psychology Review*, *27*(4), 617–633.

Revkin, S. K., Piazza, M., Izard, V., Cohen, L., & Dehaene, S. (2008-06). Does subitizing reflect numerical estimation ? *Psychological Science*, *19*(6), 607–614.

Reynvoet, B., & Brysbaert, M. (1999). Single-digit and two-digit Arabic numerals address the same semantic number line. *Cognition*, *72*(2), 191–201.

Riggs, K. J., Ferrand, L., Lancelin, D., Fryziel, L., Dumur, G., & Simpson, A. (2006). Subitizing in tactile perception. *Psychological Science*, *17*(4), 271–272.

Rousselle, L., & Noël, M.-P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities : A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, *102*(3), 361–395.

Rousselle, L., & Noël, M.-P. (2008). Mental arithmetic in children with mathematics learning disabilities : The adaptive use of approximate calculation in an addition verification task. *Journal of Learning Disabilities*, *41*(6), 498–513.

Rousselle, L., Palmers, E., & Noël, M.-P. (2004). Magnitude comparison in preschoolers : what counts ? influence of perceptual variables. *Journal of Experimental Child Psychology*, *87*(1), 57–84.

Rubinsten, O., Henik, A., Berger, A., & Shahar-Shalev, S. (2002). The development of internal representations of magnitude and their association with Arabic numerals. *Journal of Experimental Child Psychology*, *81*(1), 74–92.

Rugani, R., & de Hevia, M.-D. (2016). Number-space associations without language : Evidence from preverbal human infants and non-human animal species. *Psychonomic Bulletin & Review*, 1–18.

Sasanguie, D., Defever, E., Maertens, B., & Reynvoet, B. (2014). The approximate number system is not predictive for symbolic number processing in kindergarteners. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, *67*(2), 271–280.

Sasanguie, D., De Smedt, B., Defever, E., & Reynvoet, B. (2012). Association between basic numerical abilities and mathematics achievement : Association between basic numerical abilities and mathmatics achievement. *British Journal of Developmental Psychology*, *30*(2), 344–357.

Sasanguie, D., Göbel, S. M., Moll, K., Smets, K., & Reynvoet, B. (2013). Approximate number sense, symbolic number processing, or number-space mappings : What underlies mathematics achievement ? *Journal of Experimental Child Psychology*, *114*(3), 418–431.

Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Schmidt, S. S., Stricker, J., & De Smedt, B. (2016). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence : a meta-analysis. *Developmental Science*, 1–16.

Schneider, M., Grabner, R. H., & Paetsch, J. (2009). Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement : their interrelations in grades 5 and 6. *Journal of Educational Psychology*, *101*(2), 359–372.

Schneider, W., Eschman, A., & Zuccolotto, A. (2002). *E-Prime : User's guide.* Pittsburg : Psychology Software Tools Incorporated.

Sekuler, R., & Mierkiewicz, D. (1977). Children's judgments of numerical inequality. *Child Development*, *48*(2), 630–633.

Sella, F., Tressoldi, P., Lucangeli, D., & Zorzi, M. (2016). Training numerical skills with the adaptive videogame "The Number Race" : A randomized controlled trial on preschoolers. *Trends in Neuroscience and Education*, *5*(1), 20–29.

Seron, X. (1994). *La neuropsychologie cognitive.* Paris : Presses Universitaires de France.

Shaki, S., & Fischer, M. H. (2014). Random walks on the mental number line. *Experimental Brain Research*, *232*(1), 43–49.

Siegler, R. S. (1987). The perils of averaging data over strategies : An example from children's addition. *Journal of Experimental Psychology : General*, *116*(3), 250–264.

Siegler, R. S. (1988). Individual differences in strategy choices : Good students, not-so-good students, and perfectionists. *Child Development*, *59*(4), 833–851.

Siegler, R. S. (2016). Magnitude knowledge : the common core of numerical development. *Developmental Science*, *19*(3), 341–361.

Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, *75*(2), 428–444.

Siegler, R. S., DeLoache, J. S., & Eisenberg, N. (2010). *How children develop.* New York : Worth Publishers.

Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The Development of numerical estimation evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, *14*(3), 237–250.

Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2008). Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development. *Developmental Science*, *11*(5), 655–661.

Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2009). Playing linear number board games-but not circular ones-improves low-income preschoolers' numerical understanding. *Journal of Educational Psychology*, *101*(3), 545–560.

Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology*, *62*(4), 273–296.

Smets, K., Sasanguie, D., Szücs, D., & Reynvoet, B. (2015). The effect of different methods to construct non-symbolic stimuli in numerosity estimation and comparison. *Journal of Cognitive Psychology*, *27*(3), 310–325.

SolidWorks Corp, D. S. (1993). *SolidWorks Software.* Massachusetts, USA : Dassault Systèmes.

Soto-Calvo, E., Simmons, F. R., Willis, C., & Adams, A.-M. (2015). Identifying the cognitive predictors of early counting and calculation skills : Evidence from a longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, *140*, 16–37.

Sowinski, C., LeFevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., Kamawar, D., Bisanz, J., & Smith-Chant, B. (2015). Refining the quantitative pathway of the pathways to mathematics model. *Journal of Experimental Child Psychology*, *131*, 73–93.

Starkey, P., & Cooper, R. G. (1995). The development of subitizing in young children. *British Journal of Developmental Psychology*, *13*(4), 399–420.

Starr, A., Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2013). Number sense in infancy predicts mathematical abilities in childhood. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *110*(45), 18116–18120.

Stavy, R., & Tirosh, D. (2000). *How students (mis-) understand science and mathematics : Intuitive rules.* New York : Teachers College Press.

Stroop, J. R. (1935). Studies of interference in serial verbal reactions. *Journal of Experimental Psychology*, *18*(6), 643–662.

Sullivan, J., & Barner, D. (2013). How are number words mapped to approximate magnitudes ? *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, *66*(2), 389–402.

Sullivan, J., & Barner, D. (2014). Inference and association in children's early numerical estimation. *Child Development*, *85*(4), 1740–1755.

Svenson, O., & Sjöberg, K. (1983). Speeds of subitizing and counting processes in different age groups. *The Journal of Genetic Psychology*, *142*(2), 203–211.

Szucs, D., Nobes, A., Devine, A., Gabriel, F. C., & Gebuis, T. (2013). Visual stimulus parameters seriously compromise the measurement of approximate number system acuity and comparative effects between adults and children. *Frontiers in Psychology*, *4*, 444. http://dx.doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00444.

Söderqvist, S., & Nutley, S. B. (2015). Working memory training is associated with long term attainments in math and reading. *Frontiers in psychology*, *6*, 1711. http://dx.doi.org/10.3389/fpsyg.2015.01711.

Thevenot, C., Barrouillet, P., Castel, C., & Uittenhove, K. (2016). Ten-year-old children strategies in mental addition : A counting model account. *Cognition*, *146*, 48–57.

Tokita, M., Ashitani, Y., & Ishiguchi, A. (2013). Is approximate numerical judgment truly modality-independent ? Visual, auditory, and cross-modal comparisons. *Attention, Perception, & Psychophysics*, *75*(8), 1852–1861.

Trick, L. M., & Pylyshyn, Z. W. (1994). Why are small and large numbers enumerated differently ? A limited-capacity preattentive stage in vision. *Psychological Review*, *101*(1), 80–102.

Träff, U. (2013). The contribution of general cognitive abilities and number abilities to different aspects of mathematics in children. *Journal of Experimental Child Psychology*, *116*(2), 139–156.

Tudusciuc, O., & Nieder, A. (2007). Neuronal population coding of continuous and discrete quantity in the primate posterior parietal cortex. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *104*(36), 14513–14518.

Vanbinst, K., Ghesquiere, P., & De Smedt, B. (2012). Numerical magnitude representations and individual differences in children's arithmetic strategy use. *Mind, Brain, and Education*, *6*(3), 129–136.

van Galen, M. S., & Reitsma, P. (2008). Developing access to number magnitude : A study of the snarc effect in 7- to 9-year-olds. *Journal of Experimental Child Psychology*, *101*(2), 99–113.

vanMarle, K. (2015). Foundations of the formal number concept : How preverbal mechanisms contribute to the development of cardinal knowledge. In D. C. Geary, D. B. Berch, & K. M. Koepke (Eds.), *Evolutionary origins and early development of basic number processing* (Vol. 1, pp. 175–199). London : Academic press.

vanMarle, K., Chu, F. W., Li, Y., & Geary, D. C. (2014). Acuity of the approximate number system and preschoolers' quantitative development. *Developmental Science*, *17*(4), 492–505.

Van Nieuwenhoven, C., Grégoire, J., & Noël, M.-P. (2001). *Tedi-math : test diagnostique des compétences de base en mathématiques.* London : Pearson ECPA.

Verguts, T., & De Moor, W. (2005). Two-digit comparison : Decomposed, holistic, or hybrid ? *Experimental Psychology*, *52*(3), 195–200.

Verguts, T., & Fias, W. (2004a). Modèles de la ligne numérique mentale. In M. Pesenti & X. Seron (Eds.), *La cognition numérique* (pp. 95–110). Paris : Lavoisier.

Verguts, T., & Fias, W. (2004b). Representation of number in animals and humans : a neural model. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *16*(9), 1493–1504.

Vilette, B. (2009). L'estimateur : un programme de remédiation des troubles du calcul. *Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant*(102), 165–170.

Viswanathan, P., & Nieder, A. (2013). Neuronal correlates of a visual "sense of number" in primate parietal and prefrontal cortices. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *110*(27), 11187–11192.

Vygotski, L. (1934). *Pensée et langage.* Paris : La Dispute.

Wagner, J. B., & Johnson, S. C. (2011). An association between understanding cardinality and analog magnitude representations in preschoolers. *Cognition*, *119*(1), 10–22.

Walsh, V. (2003). A theory of magnitude : common cortical metrics of time, space and quantity. *Trends in Cognitive Sciences*, *7*(11), 483–488.

Walsh, V. (2015). A theory of magnitude : The parts that sum to number. In R. C. Kadosh & A. Dowker (Eds.), *The oxford handbook of numerical cognition* (pp. 552–565). Oxford : Oxford university press.

Wang, J. J., Odic, D., Halberda, J., & Feigenson, L. (2016). Changing the precision of preschoolers' approximate number system representations changes their symbolic math performance. *Journal of Experimental Child Psychology*, *147*, 82–99.

Warren, H. C. (1897). The reaction time of counting. *Psychological Review*, *4*(6), 569–591.

Whalen, J., Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1999). Nonverbal counting in humans : The psychophysics of number representation. *Psychological Science*, *10*(2), 130–137.

White, C. T., & Cheatham, P. G. (1959). Temporal numerosity : Iv. a comparison of the major senses. *Journal of Experimental Psychology*, *58*(6), 441–444.

Whyte, J. C., & Bull, R. (2008). Number games, magnitude representation, and basic number skills in preschoolers. *Developmental Psychology*, *44*(2), 588–596.

Wilson, M. (2002). Six views of embodied cognition. *Psychonomic Bulletin & Review*, *9*(4), 625–636.

Witt, M. (2011). School based working memory training : Preliminary finding of improvement in children's mathematical performance. *Advances in Cognitive Psychology*, *7*, 7–15.

Wong, T. T.-Y., Ho, C. S.-H., & Tang, J. (2016). The relation between ANS and symbolic arithmetic skills : The mediating role of number-numerosity mappings. *Contemporary Educational Psychology*, *46*, 208 -217.

Wood, J. N., & Spelke, E. S. (2005). Infants' enumeration of actions : Numerical discrimination and its signature limits. *Developmental Science*, *8*(2), 173–181.

Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, *36*(2), 155–193.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, *358*(6389), 749–750.

Xenidou-Dervou, I., De Smedt, B., van der Schoot, M., & van Lieshout, E. C. (2013). Individual differences in kindergarten math achievement : The integrative roles of approximation skills and working memory. *Learning and Individual Differences*, *28*, 119–129.

Xenidou-Dervou, I., van Lieshout, E. C. D. M., & van der Schoot, M. (2014). Working memory in nonsymbolic approximate arithmetic processing : A dual-task study with preschoolers. *Cognitive Science*, *38*(1), 101–127.

Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, *74*(1), B1–B11.

Zebian, S., & Ansari, D. (2012). Differences between literates and illiterates on symbolic but not nonsymbolic numerical magnitude processing. *Psychonomic Bulletin & Review*, *19*(1), 93–100.

Zhang, J., & Norman, D. A. (1995). A representational analysis of numeration systems. *Cognition*, *57*(3), 271–295.

Publications

Publications incluses dans la thèse

En révision ou publiée

Etude 1 Gimbert, F., Camos, V., Gentaz, E., & Mazens, K. (under review). What predicts mathematics achievement ? Developmental change between 5- and 7-year-olds. *Journal of Experimental Child Psychology*

Etude 2 Gimbert, F., Gentaz, E., Camos, V., & Mazens, K. (2016). Children's approximate number system in haptic modality. *Perception*, (45), 32-45.

En préparation

Etude 3 Gimbert, F., Gentaz, E., & Mazens, K. (in preparation). Visual and tacile non-symbolic number comparison abilities in 5-, 10-, 14-year-olds and adults and relationships with arithmetic achievement

Etude 4 Gimbert, F., Gentaz, E., & Mazens, K. (in preparation). Training approximate number system acuity with haptic or visual modality

Etude 6 Gimbert, F., Gentaz, E., & Mazens, K. (in preparation). Improving the precision of mapping between number symbols and magnitude in children and adults with inducers : A non bi-directional effect

Publications autres

2013 Gimbert, F., Gentaz, E., & Mazens, K. (2013). Evaluation d'entraînements multisensoriels de préparation aux apprentissages numériques chez les enfants scolarisés en grande section de maternelle. *Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant*, (123), 189-196.

En révision Mazens, K., Gimbert, F. (soumis). Comment le nombre vient aux enfants ? *Médecine et enfance*

Participation à un chapitre pour le site "La main à la pâte"

2016 Mazens, K., Gimbert, F. (soumis). Les fondements des apprentissages numériques

Troisième partie

Annexes

Annexe A

Mesures des compétences générales en mathématiques

TABLE A.1: Sous-épreuves des différents tests utilisés dans la littérature pour mesurer les compétences générales en mathématiques à l'aide d'un score composite

Nom du test (abréviation), référence Epreuves Sous-épreuves
Test of Early Mathematical Ability-3 (TEMA-3), Ginsburg & Baroody, 2003
Produire des configurations de doigts pour représenter des quantités
Dénombrement
Comparaisons numériques
Arithmétique « informelle »
Pennsylvania System of School Assesment (PSSA), test de mathématiques
Nombres et opérations
Mesure
Géométrie
Concepts d'algèbre
Analyse de données
Probabilités
Wechsler Individual Achievement Test-Second Edition (WIATT-II), Wechsler, 2002
Raisonnement mathématiques
Dénombrement
Identification de formes
Résolution de problèmes
Opérations numériques
Identification de nombres symboliques
Ecriture de nombres
Résolution de problèmes arithmétiques écrits
Test Janssen, Scheltens, & Kraemer, 2005
Connaissance des nombres
Relations entre les nombres
Additions et soustractions simples

Annexe B

Matériel complémentaire de l'étude 1

Table B.1: Mémoire de travail (CE1 commencent à 2 animaux)

	2 animaux	**3 animaux**	**4 animaux**	**5 animaux**
hibou	*tortue* *cygne*	*araignée* *hibou* *ours*	*canard* *tortue* *souris* *araignée*	*ours* *araignée* *tortue* *singe* *vache*
chenille	*singe* *canard*	*cochon* *chenille* *lion*	*singe* *cygne* *ours* *cochon*	*abeille* *cochon* *cygne* *canard* *zèbre*
zèbre	*crabe* *poule*	*serpent* *zèbre* *souris*	*poule* *éléphant* *lion* *vache*	*souris* *serpent* *crabe* *lapin* *chenille*
abeille	*éléphant* *lapin*	*mouton* *abeille* *vache*	*lapin* *crabe* *serpent* *mouton*	*hibou* *mouton* *éléphant* *poule* *lion*

Table B.2: Addition : arrêt après 3 échecs consécutifs (CE1 commencent à l'essai 5)

Ordre	1	2	3	4	**5**	6
Addition	2+2	0+8	6+3	3 + 5	**7+7**	20+30
Ordre	7	8	9	10	11	12
Addition	32+14	15+17	24+18	37+45	123+75	246+150

TABLE B.3: Soustraction : arrêt après 3 échecs consécutifs (CE1 commencent à l'essai 5)

Ordre	1	2	3	4	**5**	6	7	8	9	10	11	12
Soustraction	4-2.	5-3	6-6	4-0	**9-5**	16-4.	40-20	27-6	36-16	44-23	135-23	320-12

TABLE B.4: Problèmes oraux : arrêt après 3 échecs consécutifs (CE1 comment à l'essai 3)

1.	Denis a 2 billes. Il en gagne 2. Combien de billes a-t-il en tout ?
2.	Jean a 4 cerises. Il en mange 1. Combien de cerises lui reste-t-il ?
3.	Caroline a 3 livres. Son papa lui donne 5 nouveaux livres. Combien de livres a-t-elle en tout ?
4.	Sophie a 5 billes. Elle en perd 3. Combien de billes lui reste-t-il ?
5.	Il y a 4 poissons dans le bocal. David ajoute des poissons. Maintenant, il y a 6 poissons dans le bocal. Combien David a-t-il ajouté de poissons ?
6.	7 oiseaux sont posés sur le mur. Des oiseaux s'envolent et il en reste 3 sur le mur. Combien d'oiseaux se sont envolés ?
7.	Pierre a des billes. Il en gagne 3 à la récréation. Maintenant, il en a 5. Combien Pierre avait-il de billes avant la récréation ?
8.	Julie a des œufs dans son panier. Elle en casse 2. Maintenant, il lui reste 3 œufs. Combien Julie avait-elle d'œufs dans son panier avant d'en casser ?
9.	Pierre a 12 billes. Il donne 5 billes à sa copine Anne. Combien de billes a Pierre maintenant ?
10.	« Pierre avait plusieurs billes. Il en a donné 6 à Anne. Il ne lui en reste que 7. Combien en avait-il au départ ?

Annexe C

Matériel complémentaire de l'étude 3

Table C.1: Calcul mental : enfants de grande section (5 ans, arrêt après 3 échecs consécutifs)

Ordre	Additions	% de réussite (d'après l'étude 1)
1	4+1	85
2	5+2	69
3	3+2	66
4	4+3	59
5	2+4	54
6	3+5	34
7	2+8	31
8	6+4	29
9	2+7	12
10	3+9	9

TABLE C.2: Problèmes oraux : enfants de grande section (5 ans, arrêt après 3 échecs consécutifs)

Ordre	Problèmes	% de réussite (d'après l'étude 1)
1	Marc a 3 noisettes. Il en mange 1. Combien de noisettes lui reste-t-il ?	77
2	Denis a 2 billes. Il en gagne 2. Combien de billes a-t-il en tout ?	68
3	Emilie a 4 crayons. Son papa lui donne 4 nouveaux crayons. Combien de crayons a-t-elle en tout ?	66
4	Sophie a 5 billes. Elle en perd 3. Combien de billes lui reste-t-il ?	63
5	Laura a des fleurs dans son bouquet. Elle en casse 2. Maintenant, il lui reste 3 fleurs. Combien Laura avait-elle de fleurs dans son bouquet avant d'en casser ?	48
6	8 abeilles sont posées sur une plante. Des abeilles s'envolent et il en reste 4 sur la plante. Combien d'abeilles se sont envolées ?	43
7	Il y a 5 crabes dans un seau. Tristan ajoute des crabes. Maintenant il y a 7 crabes dans le seau. Combien Tristan a-t-il ajouté de crabes ?	37
8	Alex mange 4 bonbons au goûter. Le soir, il mange 7 bonbons au dessert. Combien de bonbons a-t-il mangé dans la journée ?	24
9	Léo a 11 cartes. Jules a 5 cartes de plus que Léo. Combien Jules a-t-il de cartes ?	13
10	Pierre a 12 billes. Il donne 5 billes à sa copine Anne. Combien de billes a Pierre maintenant ?	0,5

TABLE C.3: Calcul mental : enfants de 10 ans, 14 ans, et adultes

Ordre	Addition	Présence d'une "retenue" ?	Opérande le plus grand ?	Résultat
1	12 + 16	aucune	2	28
2	14 + 23	aucune	2	37
3	17 + 32	aucune	2	49
4	22 + 15	aucune	1	37
5	24 + 33	aucune	2	57
6	26 + 13	aucune	1	39
7	34 + 35	aucune	2	69
8	37 + 12	aucune	1	49
9	42 + 26	aucune	1	68
10	46 + 13	aucune	1	59
11	45 + 32	aucune	1	77
12	53 + 22	aucune	1	75
13	56 + 32	aucune	1	88
14	67 + 12	aucune	1	79
15	24 + 72	aucune	2	96
16	87 + 12	aucune	1	99
17	13 + 75	aucune	2	88
18	14 + 62	aucune	2	76
19	35 + 64	aucune	2	99
20	13 + 84	aucune	2	97
21	12 + 19	retenue unité	2	31
22	14 + 28	retenue unité	2	42
23	16 + 27	retenue unité	2	43
24	19 + 16	retenue unité	1	35
25	25 + 36	retenue unité	2	61
26	38 + 49	retenue unité	2	87
27	47 + 16	retenue unité	1	63
28	52 + 39	retenue unité	1	91
29	55 + 17	retenue unité	1	72
30	62 + 29	retenue unité	1	91
31	68 + 27	retenue unité	1	95
32	74 + 18	retenue unité	1	92
33	18 + 63	retenue unité	2	81
34	56 + 17	retenue unité	1	73

35	27 + 59	retenue unité	2	86
36	36 + 58	retenue unité	2	94
37	54 + 29	retenue unité	1	83
38	15 + 78	retenue unité	2	93
39	46 + 38	retenue unité	1	84
40	19 + 79	retenue unité	2	98
41	92 + 23	retenue dizaine	1	115
42	85 + 34	retenue dizaine	1	119
43	53 + 76	retenue dizaine	2	129
44	52 + 93	retenue dizaine	2	145
45	66 + 62	retenue dizaine	1	128
46	45 + 84	retenue dizaine	2	129
47	63 + 54	retenue dizaine	1	117
48	37 + 82	retenue dizaine	2	119
49	74 + 52	retenue dizaine	1	126
50	22 + 96	retenue dizaine	2	118
51	82 + 56	retenue dizaine	1	138
52	72 + 76	retenue dizaine	2	148
53	72 + 44	retenue dizaine	1	116
54	32 + 86	retenue dizaine	2	118
55	97 + 42	retenue dizaine	1	139
56	53 + 64	retenue dizaine	2	117
57	84 + 75	retenue dizaine	1	159
58	56 + 93	retenue dizaine	2	149
59	91 + 22	retenue dizaine	1	113
60	75 + 94	retenue dizaine	2	169
61	99 + 43	retenue unité et dizaine	1	142
62	28 + 96	retenue unité et dizaine	2	124
63	88 + 65	retenue unité et dizaine	1	153
64	78 + 83	retenue unité et dizaine	2	161
65	77 + 56	retenue unité et dizaine	1	133
66	67 + 55	retenue unité et dizaine	1	122
67	57 + 95	retenue unité et dizaine	2	152
68	66 + 59	retenue unité et dizaine	1	125
69	78 + 46	retenue unité et dizaine	1	124
70	35 + 97	retenue unité et dizaine	2	132

71	28 + 94	retenue unité et dizaine	2	122
72	69 + 57	retenue unité et dizaine	1	126
73	79 + 96	retenue unité et dizaine	2	175
74	56 + 65	retenue unité et dizaine	2	121
75	78 + 49	retenue unité et dizaine	1	127
76	85 + 38	retenue unité et dizaine	1	123
77	59 + 72	retenue unité et dizaine	2	131
78	86 + 37	retenue unité et dizaine	1	123
79	58 + 93	retenue unité et dizaine	2	151
80	67 + 74	retenue unité et dizaine	2	141
81	125 + 396	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	2	521
82	648 + 275	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	1	923
83	184 + 528	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	2	712
84	432 + 299	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	1	731
85	387 + 454	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	2	841
86	765 + 167	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	1	932
87	129 + 283	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	2	412
88	189 + 148	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	1	337
89	246 + 398	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	2	644
90	349 + 166	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	1	515
91	378 + 468	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	2	846
92	548 + 369	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	1	917
93	136 + 678	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	2	814
94	745 + 158	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	1	903
95	269 + 346	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	2	615
96	627 + 198	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	1	825
97	236 + 349	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	2	585
98	567 + 379	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	1	946
99	119 + 695	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	2	814
100	426 + 178	retenue unité, dizaine, 3 chiffres	1	604

TABLE C.4: Problèmes : enfants de 10 ans, 14 ans, et adultes

1	Si tu as 3 billes dans chaque main, combien de billes as-tu en tout ?
2	Victor a 5 bonbons, il en donne 1 à Thomas et 1 à Margot. Combien de bonbons lui reste-t-il ?
3	Si tu as 10 morceaux de chocolat et que tu en manges 3, combien de morceaux te reste-t-il ?
4	3 voitures se rangent dans un garage qui contient déjà 12 voitures. Combien de voitures y a-t-il en tout dans le garage ?
5	Léa a 8 feutres et elle en achète encore 6. Combien de feutres a-t-elle en tout ?
6	Clément gagne 10 images le lundi et 15 images le mardi. Combien d'images a-t-il gagné en tout ?
7	3 vaches sont dans un champ. 4 autres vaches entrent dans ce champ et 2 autres s'en vont. Combien de vaches reste-t-il ?
8	Chloé a 12 ballons et elle en vend 5. Combien de ballons lui reste-t-il ?
9	Il y a 8 oiseaux sur une branche ; 4 s'envolent ; 2 autres se posent. Combien y-a-t-il d'oiseaux maintenant ?
10	Sarah gagne 17 points dans une partie de cartes et 15 dans une autre partie. Combien de points a-t-elle gagnés en tout ?
11	Louise a gagné 30 euros et en a dépensé la moitié. Un magazine coûte 5 euros. Combien peut-elle acheter de magazines avec l'argent qui lui reste ?
12	À une fête, on propose 8 jeux différents. Si chaque jeu permet de gagner 3 cadeaux, combien de cadeaux peuvent être gagnés à cette fête ?
13	30 élèves s'inscrivent à un cours de karaté. Après une semaine, 11 arrêtent. Combien d'élèves reste-t-il dans le cours ?
14	Si tu achètes 2 stylos à 40 centimes chacun, combien de monnaie te rendra-t-on sur un euro ?
15	Paul et Martine jouent aux fléchettes. Paul met 1 flèche dans une bande à 5 points puis 1 flèche dans la bande à 3 points. Martine met ses 2 flèches dans la bande à 4 points. Combien ont-ils de points à eux deux ?
16	Alice a acheté 3 bandes dessinées à 2 euros chacune et un jouet à 7 euros. Combien lui rend-t-on de monnaie sur un billet de 20 euros ?
17	Hugo a 2 fois plus d'argent que Jeanne. Hugo a 17 euros. Combien a Jeanne ?
18	Une école a 25 élèves dans chaque classe. S'il y a 500 élèves en tout dans l'école, combien de classe y a-t-il ?
19	Un demi-litre d'eau coule dans un seau en 1 minute. Combien faut-il de temps pour obtenir 10 litres d'eau dans le seau ?

20	Le tour d'un jardin mesure 25 m. On veut le clôturer. Combien faudra-t-il de poteaux s'ils sont espacés de 2,5 m ?
21	Jules a acheté un livre pour les 2/3 du prix d'un livre neuf. Il a payé 20 euros. Combien coûte le livre neuf ?
22	Une famille a roulé en voiture pendant 3 heures, s'est arrêtée pour se reposer puis a roulé encore 2 heures. Elle a parcouru 300 km au total. A quelle vitesse a-t-elle roulé en moyenne ?
23	La température a augmenté de 12 degrés entre 4h et 8h du matin. Elle a augmenté de 9 degrés entre 8h et 11h. De combien de degrés la température a-t-elle augmenté à chaque heure en moyenne ?
24	Un jeu coûte 40 euros. Pendant les soldes, une réduction de 15% est offerte. Quel est le prix du jeu après la réduction ?
25	Alexandre quitte son travail 1 heure avant Clémence. Alexandre conduit à 40 km/h et Clémence à 60 km/h. S'ils vont tous les deux dans la même direction, combien de km Clémence a-t-elle d'avance 5 heures après le départ d'Alexandre ?
26	6 personnes peuvent laver 40 voitures en 4 jours. Combien de personnes faudrait-il pour laver 40 voitures en une demi-journée ?
27	Margot est à 2 heures d'avion de chez elle. Thibault habite à 150 km de l'aéroport. Il conduit sa voiture à 60 km à l'heure. Si l'avion de Margot décolle à 15h, à quelle heure Thibault doit-il partir pour être à l'aéroport 30 minutes avant l'arrivée du Margot ?

Annexe D

Matériel complémentaire de l'étude 4

TABLE D.1: Additions

Set 1	1 + 8	4 + 1	2 + 3	6 + 2	2 + 7	3 + 6	4 + 3	6 + 4	2 + 9	4 + 2	8 + 2	3 + 9
Set 2	1 + 7	5 + 1	2 + 4	5 + 2	2 + 8	3 + 5	5 + 4	7 + 3	3 + 8	3 + 2	7 + 2	4 + 9

TABLE D.2: Problèmes : arrêt après 3 échecs consécutifs

Ordre	Set 1
1	Denis a 2 billes. Il en gagne 2. Combien de billes a-t-il en tout ?
2	Jean a 4 cerises. Il en mange 1. Combien de cerises lui reste-t-il ?
3	Sophie a 5 billes. Elle en perd 3. Combien de billes lui reste-t-il ?
4	Caroline a 3 livres. Son papa lui donne 5 nouveaux livres. Combien de livres a-t-elle en tout ?
5	7 oiseaux sont posés sur un mur. Des oiseaux s'envolent et il en reste 3 sur le mur. Combien d'oiseaux de sont envolés ?
6	Julie a des oeufs dans son panier. Elle en casse 3. Maintenant, il lui reste 2 oeufs. Combien Julie avait-elle d'oeufs dans son panier avant d'en casser ?
7	Alice mange 5 chocolats au goûter. Le soir, elle mange 6 chocolats au dessert. Combien de chocolats a-t-elle mangé dans la journée ?
8	Il y a 4 poissons dans un bocal. David ajoute des poissons. Maintenant il y a 6 poissons dans le bocal. Combien David a-t-il ajouté de poissons ?
9	Léo a 11 cartes. Jules a 5 cartes de plus que Léo. Combien Jules a-t-il de cartes ?
10	Pierre a 12 billes. Il donne 5 billes à sa copine Anne. Combien de billes a Pierre maintenant ?

Ordre	Set 2
1	Louis a 3 cartes. Il en gagne 1. Combien de cartes a-t-il en tout ?
2	Marc a 3 noisettes. Il en mange 1. Combien de noisettes lui reste-t-il ?
3	Marie a 5 cartes. Elle en perd 2. Combien de cartes lui reste-t-il ?
4	Emilie a 4 crayons. Son papa lui donne 4 nouveaux crayons. Combien de crayons a-t-elle en tout ?
5	8 abeilles sont posées sur une plante. Des abeilles s'envolent et il en reste 4 sur la plante. Combien d'abeilles se sont envolées ?
6	Laura a des fleurs dans son bouquet. Elle en casse 2. Maintenant, il lui reste 3 fleurs. Combien Julie avait-elle de fleurs dans son bouquet avant d'en casser ?
7	Alex mange 4 bonbons au goûter. Le soir, il mange 7 bonbons au dessert. Combien de bonbons a-t-il mangé dans la journée ?
8	Il y a 5 crabes dans un seau. Tristan ajoute des crabes. Maintenant il y a 7 crabes dans le seau. Combien Tristan a-t-il ajouté de crabes ?
9	Damien a 12 billes. Mathéo a 4 billes de plus que Damien. Combien Mathéo a-t-il de billes ?
10	Charles a 11 cartes. Il donne 4 cartes à sa copine Lucie. Combien de cartes a Charles maintenant ?

Annexe E

Autre article publié

Gimbert, F., Gentaz, E., & Mazens, K. (2013). Evaluation d'entraînements multisensoriels de préparation aux apprentissages numériques chez les enfants scolarisés en grande section de maternelle. *Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant* (123), 189-196.

Évaluation d'entraînements multisensoriels de préparation aux apprentissages numériques chez les enfants scolarisés en grande section de maternelle

F. GIMBERT*, É. GENTAZ*,, K. MAZENS***

* Laboratoire de psychologie et neurocognition (UMR CNRS 5105), Université de Grenoble, France.
** Faculté de psychologie et sciences de l'éducation, Université de Genève, Suisse.
Correspondance : Dr Karine Mazens, Laboratoire de psychologie et neurocognition, SHS, Domaine universitaire, Université Pierre Mendès-France (Grenoble 2), 1251, avenue Centrale, BP 47, 38040 Grenoble Cedex 9, France. E-mail : Karine.Mazens@upmf-grenoble.fr

RÉSUMÉ : ***Évaluation d'entraînements multisensoriels de préparation aux apprentissages numériques chez les enfants scolarisés en grande section de maternelle***
Pour évaluer l'effet d'entraînements multisensoriels de préparation aux apprentissages numériques chez des enfants de 5-6 ans, nous comparons l'efficacité d'un entraînement dit classique, pratiqué couramment dans les classes, à celle d'un entraînement dit multisensoriel, avec la modalité haptique (tactilo-kinesthésique) manuelle en plus. Les compétences numériques, la connaissance des doigts, et les performances en écriture des chiffres des enfants sont évaluées avant et après 5 séances d'apprentissage multisensoriel ou classique, dans lesquelles les enfants participent dans un premier temps à des jeux préparant à l'écriture des chiffres, et dans un second temps à un jeu numérique linéaire. Les résultats montrent que la seule différence significative de progression, entre les deux groupes, concerne le sens de tracé des chiffres. Explorer haptiquement les chiffres permet donc aux enfants de mieux intégrer leur sens de tracé.
Mots clés : *Apprentissage – Nombre – Haptique – Entraînement multisensoriel – Enfant préscolaire.*

SUMMARY: ***Evaluation of multisensory training preparing the numerical learning in kindergarten***
To evaluate the effect of multisensory training for numerical learning in children 5-6 years we compare the effectiveness of a "classical training", commonly practiced in class with a "multisensory training" involving the additional haptic modality. Digital skills, finger gnosia, and writing numbers' performance of children are assessed, before and after 5 sessions of classical or multisensory learning. In the first time of the sessions, children played games preparing for writing numbers, and in a second time, they played with a linear number board game. The results show that the only pre-test to post-test increase that differs between groups occurred in the writing numbers task. Haptically explore the numbers, allows children to better integrate their writing direction.
Key words: *Number – Learning – Haptic – Multisensory training – Kindergarten.*

RESUMEN: ***Evaluación de entrenamientos multisensoriales de preparación para los aprendizajes numéricos con niños escolarizados enel jardín infantil***
Para evaluar el efecto de entrenamientos multisensoriales de preparación para los aprendizajes numéricos en los niños de 5-6 años, se compara la eficacia de un "entrenamiento clásico", comúnmente practicado en clase a un "entrenamiento multisensorial", que implica ademas el háptico. Habilidades digitales, el conocimiento de los dedos, y la escritura de los números de los niños son evaluados antes y después de 5 sesiones de aprendizaje multisensorial o clásico. Los resultados muestran que los niños del grupo multisensorial mejoraron más entre el pre-test y post-test en el sentido de escritura que los niños del grupo clásico. Hápticamente explorar los números, permite que los niños se integren mejor el sentido de la escritura de las cifras.
Palabras clave: *Aprendizaje – Numero – Háptico – Entrenamiento multisensorial – El jardín infantil.*

INTRODUCTION

Comment favoriser l'acquisition du nombre chez les jeunes enfants d'école maternelle ? Il existe une capacité fondamentale à estimer le nombre d'éléments d'un ensemble, présente chez les humains et les animaux (cf. Dehaene, 2009). Ce système approximatif du nombre est présent dès les premiers mois chez les humains, et de nombreuses études cherchent à comprendre aujourd'hui quel pourrait être son rôle au cours du développement et des apprentissages (cf. Fayol, 2012). En particulier, il s'agit de comprendre quels vont être les liens avec l'apprentissage des nombres symboliques.

De nombreuses études ont mis en évidence l'existence d'un lien fort entre les nombres et l'espace, notamment avec la découverte de l'effet *Spatial-Numerical Association of Response Codes* (SNARC) : nous associons spontanément les grands nombres avec le côté droit de l'espace et les petits nombres avec le gauche (Dehaene, Bossini, & Giraux, 1993). Pour expliquer cet effet, Dehaene, Piazza, Pinel, et Cohen (2003) ont fait l'hypothèse d'une représentation mentale des nombres sous la forme d'une ligne numérique, orientée de gauche à droite dans les cultures occidentales. Cette ligne numérique mentale serait accessible automatiquement en présence d'un nombre et se préciserait au cours du développement (Booth & Siegler, 2008) et avec l'éducation (Dehaene, Izard, Spelke, & Pica, 2008). Afin d'avoir accès à cette représentation mentale des nombres et d'étudier sa précision (plus cette représentation est linéaire, plus elle est précise), Siegler et Opfer (2003) utilisent la tâche d'estimation de la position d'un nombre sur une ligne numérique bornée. Cette épreuve consiste à demander aux participants d'estimer la position d'un nombre donné (par exemple le nombre 7) sur une ligne bornée (par exemple de 0 à 100). Cette épreuve a permis de montrer que les enfants passent d'une représentation logarithmique (i.e., ils accordent plus d'espace entre les petits nombres qu'entre les grands nombres) à une représentation linéaire (i.e., même espace entre chaque nombre), progressivement entre 0 et 10, puis entre 0 et 100, et 0 et 1000, avec l'apprentissage (Siegler & Booth, 2004).

Thompson et Siegler (2010) ont observé que les enfants ayant une représentation mentale des nombres précise (i.e., linéaire) avaient de meilleures performances en rappel de nombres que ceux ayant une représentation logarithmique des nombres. De plus, Booth et Siegler (2008) ont montré que les capacités d'estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée corrélaient avec les scores obtenus dans un test évaluant le niveau global de mathématiques.

Ramani et Siegler (2008) ont examiné comment améliorer cette représentation mentale des nombres par le jeu. Ils ont proposé un jeu de plateau linéaire numéroté de 1 à 10 à des enfants de 4 à 5 ans et ont comparé l'effet de ce jeu à celui d'un jeu linéaire coloré, non numérique. Avant et après les entraînements, les enfants ont été évalués à l'aide de la tâche d'estimation de la position d'un nombre sur une ligne numérique bornée, une tâche de comptage, une tâche de comparaison de grandeurs numériques et une tâche d'identification des nombres. Les enfants faisaient tourner une roue, numérique (groupe expérimental) ou colorée (groupe contrôle) pour savoir sur quelle case faire avancer un personnage. Les résultats ont montré que jouer avec un jeu numérique linéaire pendant 4 séances de 15 min permet d'améliorer les performances des enfants, dans les 4 tâches numériques, alors que jouer avec un jeu linéaire non numérique et coloré n'a pas cet effet. De plus, Siegler et Ramani (2009) ont montré que jouer avec un jeu numérique circulaire n'est pas aussi efficace.

C'est donc la linéarité du jeu numérique qui semble pouvoir améliorer les performances dans la tâche d'estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée et donc améliorer la précision de la représentation mentale des nombres des enfants. Plus récemment, Ramani, Siegler et Hitti (2012) ont montré l'application directe des études précédentes, en démontrant que ce jeu pouvait être efficace dans les classes, par groupes de 3 enfants de 3 à 5 ans, et mené par un enseignant.

Connaître les nombres, c'est aussi savoir les écrire, c'est-à-dire passer du code verbal au code arabe, cela s'appelle le transcodage. Pour l'enfant en cours d'acquisition, ce processus est encore difficile à élaborer et, même lorsque le transcodage est correct, on observe souvent des « écritures en miroir » (i.e., lisibles normalement dans un miroir adéquatement posé ; Hildreth, 1950 ; Simner, 1984). Contrairement aux neuropsychologues Della Sala et Cubelli (2007) qui pensaient que ce type d'erreur était lié à une « apraxie directionnelle », Fischer (2010) a observé que l'écriture en miroir est normale dans le développement typique de l'enfant et qu'elle peut être favorisée par un amorçage moteur du chiffre écrit précédemment. Par exemple, si le tracé du chiffre précédent débute vers la droite, l'écriture du chiffre d'après est biaisée car l'enfant a tendance à vouloir commencer son tracé également vers la droite.

Itakura et Imamizu (1994) ont montré que le sens dominant pour discriminer des formes en miroir chez les enfants de 3 à 5 ans est le toucher, alors qu'après 6 ans, la vision devient dominante et permet de meilleures discriminations. D'autres auteurs ont évalué l'effet d'entraînements multisensoriels sur l'apprentissage de la lecture, de l'écriture et la reconnaissance de figures géométriques, en utilisant notamment l'exploration visuo-haptique manuelle des lettres ou des formes chez les enfants de 5-6 ans (e.g., Gentaz, Colé, & Bara, 2003 ; Kalénine, Pinet, & Gentaz, 2011). Ils ont montré que des entraînements mettant en jeu le toucher actif manuel, en plus de la vision et de l'audition ont des effets plus bénéfiques sur les différentes performances que des entraînements classiques (visuels et auditifs).

Le but de cette étude est d'examiner l'effet de l'ajout de la modalité haptique dans des entraînements de préparation à l'écriture des chiffres et de familiarisation avec la ligne numérique. Dans l'expérience de Siegler et Ramani (2008), le jeu linéaire numérique mettait en relation le geste moteur de déplacement du pion avec la suite des

nombres visuelle et auditive. La présente expérience se propose d'ajouter à ce jeu la modalité haptique, en utilisant un plateau de jeu linéaire et tactile (en relief), afin de savoir si cet ajout permet d'améliorer la connaissance de la ligne numérique. De plus, au vu des travaux de Gentaz et ses collègues, nous supposons que l'exploration visuo-haptique peut également apporter des bénéfices dans l'apprentissage de l'écriture de chiffres. La modalité haptique sera donc utilisée pour explorer la forme des chiffres et apprendre leur tracé.
De nombreux chercheurs s'intéressent au lien existant entre la représentation des doigts et celle des nombres (Fischer, Kaufmann, & Domahs, 2012). Des recherches ont d'ailleurs mis en évidence la proximité anatomique des aires cérébrales mises en jeu dans chacune de ces représentations (Simon *et al*., 2002). Ainsi, des études ont montré que les performances d'enfants de 5-6 ans à des tests neuropsychologiques, incluant la connaissance des doigts, sont un meilleur prédicteur, des performances en résolution de problème et en dénombrement que leur niveau de développement intellectuel (Noël, 2005 ; Fayol, Barrouillet, & Marinthe, 1998). Les auteurs remarquent que toutes ces épreuves mettent en jeu la représentation des quantités.

Dans la présente expérience, les enfants sont évalués en pré-test sur leurs compétences numériques, ainsi que sur la connaissance de leurs doigts. Les performances numériques sont évaluées à l'aide de 5 épreuves : écriture des chiffres, estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée, dénombrement, problèmes symboliques approximatifs, connaissance de la chaîne numérique verbale, de manière à former deux groupes d'enfants équivalents recevant chacun un type d'entraînement. Ces entraînements diffèrent quant aux modalités sensorielles mises en jeu. Un groupe recevra un entraînement « classique » (modalités visuelle, auditive et motrice) et un autre recevra un entraînement « multisensoriel » (modalités visuelle, auditive, motrice et haptique). Après les entraînements, les enfants sont évalués une seconde fois (post-tests) avec les mêmes épreuves numériques que celles utilisées en pré-test, de manière à pouvoir comparer la progression de chaque groupe.

Notre hypothèse principale est que la progression dans la tâche d'estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée devrait être significativement plus importante dans le groupe « multisensoriel » que dans le groupe « classique ». Une seconde hypothèse suppose que le jeu numérique ne permet pas seulement d'améliorer les scores d'estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée, mais également d'améliorer les performances numériques dans les autres tâches. Ainsi, pour toutes les épreuves numériques, la progression entre le pré-test et le post-test dans le groupe « multisensoriel » devrait être supérieure à celle dans le groupe « classique ». Enfin, nous souhaitons confirmer que les compétences numériques qui corrèlent avec la connaissance des doigts sont bien celles utilisant la représentation des quantités, c'est-à-dire l'estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée, la résolution de problèmes symboliques approximatifs et le dénombrement.

MÉTHODE

Participants

57 enfants (de 5 ans à 6 ans ; âge moyen = 5 ans et 6 mois), dont 25 filles, de 2 classes de grande section de maternelle de Grenoble ont participé à cette étude. Ils sont pour la plupart issus d'un milieu socio-culturel moyen. Deux enfants ont été retirés de l'échantillon de départ car ils étaient absents lors du pré-test. Cette étude a été réalisée avec l'accord mutuel des parents, des enseignants et leurs hiérarchies. Dans chaque classe, les enfants ont été répartis dans les 2 groupes expérimentaux (N = 27 pour le groupe classique, N = 28 pour le groupe multisensoriel), selon les critères suivants : âge, connaissance de la chaîne numérique verbale, capacités d'estimation de la position d'un nombre sur une ligne numérique bornée, de dénombrement, de résolution de problèmes (épreuves numériques du pré-test). Aucune différence significative (t de Student) n'a été observée entre les deux groupes concernant les scores obtenus au pré-test dans les différentes tâches numériques.

Matériel et procédure

Cette étude s'est déroulée en 3 étapes : les évaluations en pré-test (en janvier), les séances d'entraînement (février-mars), et les évaluations en post-test (avril). Lors des pré-tests, les enfants ont été évalués individuellement, à l'aide d'une série d'épreuves, dans le but d'obtenir des informations sur leurs compétences numériques et sur la connaissance de leurs doigts. Ensuite par groupe de 5 ou 6, les enfants ont participé, pendant 5 séances (dont une de révision), à l'entraînement qui leur avait été assigné, à raison d'1 séance par semaine par enfant. Enfin, les post-tests ont été identiques aux pré-tests.

Pré-tests et post-tests

Dictée de chiffres. Les chiffres de 0 à 9 sont dictés un à un selon un ordre aléatoire, déterminé par un tirage de cartes face cachée, et l'enfant les écrit chacun sur une feuille différente. Pour chaque chiffre nous avons accordé un point si le chiffre écrit est correct (reconnaissable, même s'il est en miroir), un point pour l'orientation non en miroir de ce chiffre et un point pour le sens correct du tracé.

Estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée (Siegler & Opfer, 2003). L'épreuve comprend 13 items dont 1 d'essai. Chaque item comprend une feuille de papier sur laquelle figure une ligne horizontale de 25 cm, bornée, avec 0 à gauche et 25 à droite. Un nombre compris entre 1 et 24 est imprimé en bas de la page. Les nombres à placer sont pour la moitié des participants les nombres pairs (14 ; 20 ; 4 ; 18 ; 12 ; 6 ; 24 ; 16 ; 8 ; 22 ; 10 ; 2) et pour l'autre moitié des participants les nombres impairs complémentaires. Sur l'item d'essai comprenant un autre nombre (« 9 » pour ceux ayant les nombres pairs et « 8 » pour ceux ayant les nombres impairs), l'expérimentateur montre la ligne à l'enfant avec les nombres 0 et 25 et indique à l'enfant qu'il va devoir montrer où il pense que se trouve le nombre sur la ligne. Il doit marquer d'un trait sur la ligne sa réponse. Aucun feedback n'est donné à l'enfant sur sa réponse.

Dénombrement. Épreuve issue du test diagnostique des compétences de base en mathématiques, Tedi-Math (Van Nieuwenhoven, Grégoire, & Noël, 2001). Les enfants doivent dénombrer 2 séries d'animaux alignés (9 et 6 animaux), une série de 12 animaux répartis aléatoirement sur la page et une série de 5 animaux disposés de manière à former un cercle. Un point est accordé par série réussie (score sur 4).

Problèmes symboliques approximatifs (Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2007). Trois types de problèmes sont présentés aux enfants : comparaison, addition et soustraction. Chaque type de problème comprend 4 items : 2 avec un ratio 4 : 5 et deux avec un ratio 4 : 7. À l'intérieur de chaque ratio, 1 item porte sur des petits nombres (entre 0 et 15) et 1 item porte sur des grands nombres (entre 15 et 71). Les problèmes ont été choisis de telle sorte que le résultat de l'opération soit dans la moitié des cas supérieur au nombre à comparer. Un item d'entraînement précède chaque type de problème. Pour les 3 types de problèmes, on raconte oralement une petite histoire aux enfants, accompagnée d'un support visuel (ardoise aimantée avec des images magnétiques) et l'enfant doit dire lequel des 2 personnages a le plus de bonbons. Voici un exemple de consigne pour chaque type de problème : comparaison, « Sophie a 13 bonbons. Léo a 45 gâteaux. Jean a 23 bonbons. Qui a le plus de bonbons ? Sophie ou Jean ? » ; addition, « Sophie a 6 bonbons. On lui en donne 7 de plus. Jean a 23 bonbons. Qui en a le plus ? » ; et soustraction, « Sophie a 24 bonbons. Elle en donne 11. Jean a 23 bonbons. Qui en a le plus ? ». Les personnages, les sacs avec les nombres écrits en chiffres arabes et les symboles « plus », « moins », « égal » sont placés sur l'ardoise au fur et à mesure de chaque histoire.

Connaissance des doigts (Noël, 2005). L'enfant place sa main dominante, paume contre table, sous un cache, de manière à ce que seule l'expérimentatrice puisse la voir. L'épreuve est composée d'un exemple et de 5 items. L'expérimentatrice touche 2 doigts de l'enfant en même temps et l'enfant doit ensuite montrer avec sa main non dominante les doigts touchés. Un point est accordé par doigt bien identifié (score sur 10).

Connaissance de la chaîne numérique verbale. Les enfants doivent compter à voix haute le plus loin possible et le score retenu est le dernier nombre correct prononcé, le score maximal étant fixé à 100.

Entraînements

Les enfants ont participé à 5 séances de 30 min (dont 1 de révision), par groupes de 5 ou 6, dans lesquelles ils ont reçu l'entraînement qui leur a été attribué, conduites par l'expérimentatrice. Chaque séance était composée de deux temps. Dans un premier temps des jeux préparant à l'écriture des chiffres de 0 à 9 étaient proposés, puis dans un second temps, de durée équivalente au premier, les enfants jouaient avec un plateau linéaire numérique, similaire à celui des travaux de Siegler et Ramani (2008). Les différents entraînements ont évolué au cours des séances, voici la description de chacun.

Entraînement classique. La séance commençait toujours par la découverte du premier chiffre du jour. L'adulte présentait aux enfants ce chiffre et réalisait son tracé, avec l'index sur le modèle, devant eux. Ensuite les enfants devaient reconstituer le puzzle de ce chiffre (5 pièces, chiffre noir imprimé sur fond blanc, police cursive standard taille 400) en ayant toujours à disposition le modèle affiché. Puis le second chiffre du jour était présenté et la même démarche adoptée (séance 1 : chiffres 1 et 2, séance 2 : chiffres 3 et 4, séance 3 : chiffres 5, 6 et 7, séance 4 : chiffres 8, 9 et 0, séance 5 : révision de tous les chiffres).

Un second jeu était réalisé, le jeu de pioche. Chacun son tour, un enfant piochait une carte dans un sac et devait dire si oui ou non il s'agissait d'un des nombres étudiés dans la présente séance (le jeu de pioche était composé de 12 cartes, dont 4 cartes par chiffre étudié et 4 distracteurs, symboles proches visuellement ou autre chiffre déjà étudié). Un troisième jeu était réalisé, utilisant les mêmes cartes que celles du jeu de pioche : un jeu de memory, dans lequel il fallait retrouver des paires de chiffres ou de symboles.

Enfin, dans la deuxième partie de ces entraînements, les enfants jouaient avec le jeu numérique linéaire. Deux plateaux de jeux (longueur : 90 cm), comportant 31 cases rondes et marron (diamètre de 2 cm, espacées d'1 cm), ont été utilisées pour ce jeu ainsi que 2 pions du « jeu des petits chevaux ». Deux équipes étaient formées et chaque enfant jouait chacun son tour, en lançant le dé, afin de savoir de combien de cases faire avancer le personnage de son équipe. Dans la séance 1, le dé était numéroté de 1 à 2 dans la séance 2, de 2 à 4. A partir de la séance 3, le dé a été remplacé par des cartes à piocher : de 1 à 6 pour la séance 3, de 1 à 8 pour la séance 4, de 0 à 9 pour la séance 5. De plus, le plateau de jeu a évolué au cours des séances : dans les séances 1 à 3, chaque équipe avait un plateau numéroté de 1 à 30 à sa disposition, alors que dans les séances suivantes, les 2 plateaux étaient associés pour former un seul jeu pour les deux équipes, numéroté de 1 à 60.

Entraînement multisensoriel. La séance commençait toujours par la présentation du premier chiffre étudié, avec comme support une carte, avec un chiffre en relief, en grand format (longueur : 14 cm ; largeur : 10 cm). Les enfants recevaient chacun un exemplaire de cette carte et étaient invités à l'explorer librement avec leur main dominante. Ensuite, l'adulte réalisait le tracé de ce chiffre, avec l'index sur une carte, devant eux, puis les enfants reproduisaient ce tracé au moins 5 fois. Une autre carte avec le même chiffre en relief, en plus petit format (longueur 10 cm, largeur : 7 cm) était ensuite distribuée et la même procédure d'exploration et de tracé adoptée.

Ensuite, les yeux bandés, les enfants devaient reproduire sur la grande carte, puis sur la petite, le tracé du chiffre étudié. On passait ensuite au second chiffre étudié et on procédait de la même façon qu'avec le premier. Puis, une fois les 2 chiffres découverts et explorés, on demandait aux enfants de retrouver les yeux bandés 1 carte parmi les 4, par exemple, « trouve le grand 1 ». Cette étape était répétée 2 fois avec des cartes différentes.

Dans la séance 1, les chiffres 1 et 2 étaient étudiés ; dans la séance 2, les chiffres 3 et 4 ; séance 3, les chiffres 5, 6 et 7 ; séance 4, les chiffres 8, 9 et 0 et dans la séance 5, tous les chiffres ont été revus avec uniquement les cartes de petit format.

Enfin, les enfants ont joué dans la seconde partie de l'entraînement avec le jeu numérique linéaire. Ce jeu était visuellement identique à celui utilisé dans l'entraînement classique, la seule différence était que les cases du jeu n'étaient pas uniquement des ronds peints mais des petits cercles de feutrine de 2 mm d'épaisseur. Le déroulement du jeu était identique à celui de l'entraînement classique, excepté dans la manière de déplacer le pion : avant de déplacer le pion, l'enfant devait « vérifier le chemin », en faisant glisser son doigt sur chaque tampon. Arrivé au dernier tampon, il devait nommer le nombre correspondant pour pouvoir faire avancer son pion. La progression du jeu était la même que dans l'entraînement classique.

RÉSULTATS

Pour les tâches suivantes : écriture des chiffres, estimation de la position d'un nombre sur une ligne numérique bornée, dénombrement, problèmes symboliques et connaissance de la chaîne numérique verbale, les analyses ont examiné la performance des enfants dans chacun des groupes expérimentaux, au pré-test et au post-test. Pour cela, une analyse de variance à mesures répétées 2 (entraînement : classique et multisensoriel) x 2 (période : pré-test et post-test) a été réalisée. Les déviants statistiques de l'ensemble de nos données ont été exclus des analyses en examinant les « résidus supprimés studentisés », et les « D » de Cook (Judd *et al*., 2010). Ainsi, au total 28 observations sur 550 (55 x 10), soit 5 % des données ont été exclues de ces analyses. Les moyennes et écarts-types (déviants exclus) de chaque groupe, pour chacune des tâches, en pré-test et en post-test, sont présentés dans le *tableau 1*.

Écriture des chiffres

L'analyse des scores dans la tâche d'écriture révèle, pour le nombre moyen de chiffres corrects observé (7 scores déviants ont été exclus), un effet principal de la période, $F(1,46) = 6.87$, $p < .05$, $\eta^2 = 0.13$. L'ensemble des enfants a donc progressé, dans cette tâche, entre le pré-test (M = 9.71) et le post-test (M = 9.9). L'effet principal du type d'entraînement, et l'effet d'interaction (entraînement x période), ne sont pas significatifs ($F < 1$).

Concernant le nombre de chiffres non écrits en miroir (2 scores déviants ont été exclus), l'effet principal de la période, $F(1,51) = 1.12$, $p = .29$, l'effet principal du type d'entraînement ($F < 1$) et l'effet d'interaction (entraînement x période), $F(1,51) = 2,99$, $p = .09$ ne sont pas significatifs.

On observe, pour le nombre moyen de chiffres tracés selon le sens correct (3 scores déviants ont été exclus) que l'effet principal de la période, $F < 1$, n'est pas significatif. Cependant, l'effet principal de l'entraînement, $F(1,50) = 5.49$, $p < .05$, $\eta^2 = 0.10$, et l'effet d'interaction (entraînement x période) $F(1,50) = 6,11$, $p < .05$, $\eta^2 = 0.11$, sont significatifs. Les enfants ayant reçu un entraînement multisensoriel améliorent plus leurs performances, concernant le sens du tracé des chiffres, entre le pré-test et le post-test, que les enfants ayant reçu un entraînement classique.

Tableau 1. Scores moyens (et écart-types) obtenus dans chaque épreuve pour chaque groupe avant et après chaque entraînement.

	Pré-test		Post-test	
Test x Groupe	Classique	Multisensoriel	Classique	Multisensoriel
Écriture des chiffres				
Nombre de chiffres corrects (sur 10)	9.71 (0.09)	9.71 (0.09)	9.88 (0.06)	9.92 (0.06)
Nombre de chiffres non écrits en miroir (sur 8)	6.12 (0.28)	5.96 (0.27)	5.50 (0.29)	6.11 (0.29)
Nombre de chiffres tracés selon le sens correct (sur 10)	6.20 (0.35)	6.52 (0.33)	5.52 (0.35)	7.11 (0.33)
Estimation sur ligne bornée				
Pourcentage d'erreur moyen	13.93 (1.12)	12.84 (1.12)	12.19 (0.90)	10.93 (0.92)
Problèmes symboliques				
Comparaison (sur 4)	3.23 (0.22)	2.86 (0.21)	3.19 (0.20)	3.00 (0.19)
Addition (sur 4)	2.89 (0.16)	2.54 (0.15)	2.74 (0.15)	2.50 (0.15)
Soustraction (sur 4)	2.16 (0.14)	2.19 (0.13)	2.16 (0.15)	2.15 (0.15)
Chaîne numérique verbale	35.79 (3.59)	40.22 (3.52)	45.42 (3.85)	46.81 (3.77)
Connaissance des doigts (sur 10)	7.41 (0.33)	7.93 (0.33)	-	-

Épreuves numériques

Dans la tâche d'estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée, pour chaque réponse donnée par l'enfant, un pourcentage d'erreur est calculé de la manière suivante : (valeur estimée - valeur nombre cible) / 25 x 100, la valeur estimée s'obtient en divisant la distance mesurée entre 0 et le trait fait par l'enfant par la longueur réelle de la ligne (25 cm) et en multipliant par 25 (borne supérieure de la ligne). Le pourcentage d'erreur absolu moyen a ensuite été calculé pour chaque groupe au pré et au post-test. En examinant les scores obtenus dans la tâche d'estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée (4 scores déviants ont été exclus de l'analyse), on observe que l'effet principal de la période, $F(1{,}49) = 4.22$, $p < .05$, $\eta^2 = 0.08$, est significatif. Globalement, les enfants font donc moins d'erreurs d'estimation dans cette tâche, au post-test (M = 11.56 %) qu'au pré-test (M = 13.39 %). Cependant, l'effet du type d'entraînement, $F(1{,}49) = 1.06$, $p = .30$, et l'effet d'interaction entre entraînement et période ($F < 1$), ne sont pas significatifs.

L'analyse des scores dans la tâche de résolution de problèmes symboliques approximatifs, pour les problèmes de comparaison (1 score déviant a été exclu de l'analyse), ne révèle aucun effet significatif de la période, $F < 1$, du type d'entraînement, $F(1{,}52) = 1.50$, $p = .23$, ni de l'interaction entre entraînement et période, $F < 1$. Concernant les problèmes d'addition, on n'observe aucun effet significatif de la période ($F < 1$), de l'entraînement, ($F(1{,}53) = 3.24$, $p = .08$), ni de l'interaction entraînement X période ($F < 1$). Il en est de même pour les problèmes de soustraction (3 scores déviants ont été exclus) : période, entraînement, et interaction entre entraînement et période, $F < 1$.

La tâche de dénombrement s'est avérée trop facile pour les enfants. En observant les scores nous avons noté un effet plafond, c'est pourquoi les scores dans cette tâche n'ont pas été pris en compte dans les analyses.

L'analyse des scores dans la tâche de connaissance de la chaîne numérique verbale (2 scores déviants ont été exclus de l'analyse) révèle un effet significatif de la période, $F(1{,}51) = 11.40$, $p < .005$, $\eta^2 = .18$. L'ensemble des enfants a donc progressé, dans cette tâche, entre le pré-test (M = 38.01) et le post-test (M = 46.12). L'effet principal de l'entraînement et l'effet d'interaction entraînement x période ne sont pas significatifs ($F < 1$).

Connaissance des doigts

Les corrélations entre la connaissance des doigts mesurée en pré-test et les différents scores obtenus au post-test ont été observées en effectuant des régressions simples avec comme prédicteur les scores obtenus en connaissance des doigts au pré-test et en variables prédites les scores obtenus au post-test dans toutes les épreuves (voir *tableau 2*). Les performances en pré-test en connaissance des doigts corrèlent significativement avec uniquement deux scores obtenus au post-test : « nombre de chiffres tracés selon le sens correct », $r = .30$, $p < .05$ (1 score déviant a été exclu de l'analyse) et « nombre de chiffres non écrits en miroir », $r = .46$, $p < .001$. Les enfants ayant une bonne connaissance de leurs doigts sont aussi ceux ayant le mieux réussi à tracer les chiffres selon le sens correct de tracé et également ceux ayant le moins écrit de chiffres en miroir.

DISCUSSION

Nos résultats indiquent qu'utiliser la modalité haptique dans des entraînements préparant à l'écriture des chiffres de 0 à 9, par groupe de 5 ou 6, améliore la qualité des tracés d'enfants de 5-6 ans. En effet, les enfants ayant exploré haptiquement les chiffres font moins d'erreurs dans le sens de tracé des chiffres que les enfants du groupe classique. Cet effet bénéfique peut s'expliquer par au moins trois raisons (cf. Gentaz, 2009 ; Heller & Gentaz, in press). D'abord, à 5-6 ans, lorsqu'il s'agit de discriminer des formes, la proprioception n'est pas encore capturée totalement par la vision et serait donc bien adaptée pour traiter des informations haptiques. Ensuite, cet effet peut s'expliquer aussi par les caractéristiques-mêmes du sens haptique, i.e., plus analytique que la perception visuelle. L'utilisation de l'exploration haptique présente donc l'avantage de pouvoir isoler séquentiellement les propriétés des objets, comme par exemple le sens de tracé des chiffres, pour mieux les percevoir séparément. Enfin, l'exploration visuo-haptique des chiffres en relief implique un codage multiple : visuel, haptique et moteur qui permettrait aux enfants de se créer une meilleure représentation des chiffres. Cette représentation multimodale serait plus facilement activable que lorsqu'elle n'est codée que visuellement. Cette idée est soutenue par une approche dite de la « cognition incarnée », suggérant ainsi que les propriétés physiques du corps humain, en particulier les systèmes perceptifs et moteurs jouent un rôle important dans le déve-

Tableau 2. Corrélations (r de Bravais Pearson) entre les scores obtenus en connaissance des doigts au pré-test et tous les autres scores obtenus en post-test, les deux groupes expérimentaux confondus.

	Post-test							
	Nombre de chiffres corrects	**Nombre de chiffres non en miroir**	**Nombre de chiffres tracé selon le sens correct**	**Nombre de problèmes de comparaison réussis**	**Nombre de problèmes d'addition réussis**	**Nombre de problèmes de soustraction réussis**	**Erreur d'estimation sur ligne bornée**	**Chaîne numérique verbale**
Connaissance des doigts pré-test	- .08	**.46*** **	**.30***	- .04	.03	- .05	- .03	.11

* Corrélation significative à p < .05 *** Corrélation significative à p < .001

loppement cognitif. Selon Barsalou (2008), lors de nos interactions avec l'environnement, les différentes activations neuronales simultanées sont intégrées et associées, pour créer une représentation multimodale pour chaque concept particulier. Dans cette perspective, penser au chiffre 3 active donc différents codages : la vue de sa forme, le geste moteur de son tracé, le son de sa forme orale. L'exposition à l'un de ces codes faciliterait l'activation des deux autres.

Les résultats suggèrent aussi que l'ensemble des enfants a progressé dans la tâche d'estimation de la position d'un nombre sur une ligne bornée, entre le pré-test et le post-test. Puisque cette tâche permet d'accéder directement à la qualité de la représentation des nombres (Siegler & Opfer, 2003), nous pouvons affirmer que ces enfants ont affiné leur représentation des nombres. L'ensemble des enfants a aussi progressé significativement dans la connaissance de la chaîne numérique verbale et au niveau du nombre de chiffres justes écrits sous la dictée.

Cependant, aucune différence n'a été observée entre les deux groupes, suggérant que l'ajout de la modalité haptique dans le jeu numérique linéaire n'a pas apporté de bénéfice. Il est possible que les enfants aient principalement encodé les informations véhiculées par le jeu numérique linéaire (l'écart identique entre chaque nombre, la distance d'un nombre à un autre) sous la forme visuelle et peu ou pas sous la forme haptique. Cette interprétation est en accord avec l'hypothèse de Gentaz et al. (2010), selon laquelle « les humains ne se représentent pas mentalement les distances perçues via un mouvement de la main dans un espace euclidien ». L'information de distance perçue par la main ne pourrait donc pas être codée aussi précisément, sous forme haptique que sous forme visuelle, c'est pourquoi l'encodage visuel, plus efficace, serait préféré.

Par ailleurs, nous n'avons obtenu aucune corrélation significative entre la connaissance des doigts et les compétences numériques dans cette étude, contrairement aux résultats de Noël (2005), et Fayol, Barrouillet & Marinthe (1998). Cependant, on remarque des corrélations significatives entre la connaissance des doigts et l'écriture des chiffres dans deux observations sur trois : sens correct de tracé et écriture non en miroir. Les enfants ayant une bonne connaissance de leurs doigts sont aussi ceux ayant le mieux réussi à tracer les chiffres selon le sens correct de tracé et également ceux ayant le moins écrit de chiffres en miroir. Il est important de noter que les moyennes obtenues en connaissance des doigts dans les deux groupes sont élevées (score sur 10), et que les écarts-types sont faibles : groupe multisensoriel, M = 7.93, ET = 0.33 ; groupe classique, M = 7.41, ET = 0.33. Il est donc probable que cette tâche, tout comme celle de dénombrement, ait subit un « effet plafond ». Par conséquent ces résultats sont à interpréter avec précaution.

En conclusion, nous avons cherché à déterminer si des entraînements multisensoriels, mettant en jeu la modalité haptique, pouvaient avoir des effets bénéfiques sur les apprentissages numériques chez les jeunes enfants. Les résultats n'ont pas permis de savoir si ces entraînements multisensoriels amélioraient les compétences numériques, cependant ils ont montré que l'utilisation du sens haptique, dans des exercices de préparation à l'écriture des chiffres, améliorait la qualité de leur tracé : un plus grand nombre de chiffres est écrit selon le sens correct de tracé.

REMERCIEMENTS

Nous remercions les enseignantes des écoles maternelles de Grenoble, Sonia, Blandine, Catherine, les enfants, et leurs parents pour leur participation à cette étude. Nous remercions également Isabelle Nicolas, pour sa participation au recueil des données et pour avoir conduit une partie des entraînements.

RÉFÉRENCES

BARSALOU, L. W. (2008). Grounded Cognition. *Annual Review of Psychology, 59*, 617-645.

BOOTH, J. L. & SIEGLER, R. S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development, 79*, 1016-1031.

DEHAENE, S., BOSSINI, S. & GIRAUX, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology General, 122*, 371-371.

DEHAENE, S., IZARD, V., SPELKE, E. & PICA, P. (2008). Log or linear? Distinct intuitions of the number scale in Western and Amazonian indigene cultures. *Science, 320*, 1217-1220.

DEHAENE, S. (2009). Origins of mathematical intuitions. The Year in Cognitive Neuroscience. *Annals of the New York Academy of Sciences, 1156*, 232-259.

DEHAENE, S., PIAZZA, M., PINEL, P., & COHEN, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive neuropsychology, 20*, 487-506.

FAYOL, M. (2012). *L'Acquisition du nombre*. Paris : PUF.

FAYOL, M., BARROUILLET, P. & MARINTHE, C. (1998). Predicting arithmetical achievement from neuro-psychological performance: A longitudinal study. *Cognition, 68*, B63-B70.

FISCHER, J.-P. (2010). Vers une levée du mystère des écritures en miroir (des chiffres) chez l'enfant. *L'Année psychologique, 110*, 227-251.

FISCHER, M. H., KAUFMANN, L. & DOMAHS, F. (2012). Finger Counting and Numerical Cognition. *Frontiers in Psychology, 3*. doi:10.3389/fpsyg.2012.00108

GENTAZ, É. (2009). *La main, le toucher et le cerveau*. Paris : Dunod.

GENTAZ, É., FAINETEAU, H., GILET, E., BLUTEAU, J., PALLUEL-GERMAIN, R. & DIARD, J. (2010). L'estimation kinesthésique des distances: études comportementales et analyse probabiliste. *L'Année psychologique, 110*, 453.

GENTAZ, É., COLÉ, P. & BARA, F. (2003). Évaluation d'entraînements multisensoriels de préparation à la lecture pour les enfants en grande section de maternelle: une étude sur la contribution du système haptique manuel. *L'Année psychologique, 103*, 561-584.

GILMORE, C. K., MCCARTHY, S. E. & SPELKE, E. S. (2007). Symbolic arithmetic knowledge without instruction. *Nature, 447*, 589-591.

HELLER, M. & GENTAZ, É. (in press). *Psychology of touch and blindness*. New York: Taylor & Francis.

HILDRETH, G. (1950). The development and training of hand dominance: IV. Developmental problems associated with handedness. *The Pedagogical Seminary and Journal of Genetic Psychology, 76*, 39-100.

ITAKURA, S. & IMAMIZU, H. (1994). An exploratory study of mirror-image shape discrimination in young children : vision and touch. *Perceptual and motor skills, 78*, 83-88.

KALENINE, S., PINET, L. & GENTAZ, É. (2011). The visual and visuo-haptic exploration of geometrical shapes increases their recognition in preschoolers. *International Journal of Behavioral Development, 35*, 18-26.

NOËL, M.-P. (2005). Finger gnosia: a predictor of numerical abilities in children? *Child Neuropsychology, 11*, 413-430.

RAMANI, G. B. & SIEGLER, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child development, 79*, 375-394.

RAMANI, G. B., SIEGLER, R. S. & HITTI, A. (2012). Taking it to the classroom: Number board games as a small group learning activity. *Journal of Educational Psychology, 104*, 661-672.

SALA, S. & CUBELLI, R. (2007). Directional apraxia: A unitary account of mirror writing following brain injury or as found in normal young children. *Journal of Neuropsychology, 1*, 3-26.

SIEGLER, R. S. & BOOTH, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child development, 75*, 428-444.

SIEGLER, R. S. & OPFER, J. E. (2003). The development of numerical estimation evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science, 14*, 237-250.

SIEGLER, R. S. & RAMANI, G. B. (2009). Playing linear number board games--but not circular ones--improves low-income preschoolers' numerical understanding. *Journal of Educational Psychology, 101*, 545.

SIMNER, M. L. (1984). The grammar of action and reversal errors in children's printing. *Developmental Psychology, 20*, 136.

SIMON, O., MANGIN, J.-F., COHEN, L., LE BIHAN, D. & DEHAENE, S. (2002). Topographical layout of hand, eye, calculation, and language-related areas in the human parietal lobe. *Neuron, 33*, 475.

THOMPSON, C. A. & SIEGLER, R. S. (2010). Linear numerical-magnitude representations aid children's memory for numbers. *Psychological Science, 21*, 1274-1281.

VAN NIEUWENHOVEN, C., GRÉGOIRE, J. & NOËL, M.-P. (2001). *Tedi-math: test diagnostique des compétences de base en mathématiques*. Paris : ECPA.

Résumé

Depuis la naissance, l'enfant possède des intuitions numériques lui permettant d'appréhender approximativement les quantités. Cette capacité repose sur le système approximatif du nombre (SAN). La présente thèse avait pour objectif d'identifier les principaux prédicteurs de la réussite en mathématiques, d'examiner les caractéristiques du SAN et de tester des interventions destinées à favoriser les apprentissages numériques des enfants, mettant en jeu leurs intuitions numériques. La précision du SAN, les capacités de mémoire de travail et la précision avec laquelle l'association entre les nombres symboliques à leurs quantités respectives (i.e., le « mapping ») est réalisée, semblent être des capacités importantes dans les apprentissages numériques. Une première étude, s'intéressant aux trois facteurs susmentionnés, a montré qu'à 5 ans, les deux prédicteurs principaux de la réussite en arithmétique sont la précision du SAN et du mapping, alors qu'à 7 ans ce sont les capacités de mémoire de travail et la précision du mapping. Les deux études suivantes ont montré que le SAN pouvait traiter des quantités avec le toucher et que sa précision se développait avec l'âge, en particulier entre 5 et 10 ans, puis stagnait jusqu'à l'âge adulte. Si la précision du SAN mesurée tactilement a augmenté au cours de séances d'entraînements, aucun effet sur les performances en arithmétique n'a été observé dans la quatrième étude. Dans ces dernières études, les relations observées entre la précision du SAN mesurée tactilement et visuellement, et les performances en arithmétique dépendaient de l'âge des participants, de la modalité sensorielle mise en jeu pour mesurer la précision du SAN et des tâches arithmétiques utilisées. Les deux dernières études avaient pour but d'améliorer la précision de mapping. Entraîner les capacités de mapping chez des enfants de 5 ans via un jeu de déplacement sur ligne numérique a amélioré leur connaissance de la chaîne numérique verbale, mais pas leurs performances en arithmétique. Enfin, le phénomène de « calibration » visuelle a permis d'améliorer la précision de mapping chez l'enfant de 7 ans et chez l'adulte. Des études supplémentaires sont nécessaires pour déterminer si ce processus peut être utilisé pour favoriser les apprentissages. Ces résultats nous éclairent sur la pertinence d'utiliser les intuitions numériques des enfants dans les apprentissages numériques.

Abstract

At birth, infants have basic numerical intuitions that allow them to comprehend quantities. This ability depends on the approximate number system (ANS). This thesis aimed to find the main predictors of mathematical achievement, to explore the ANS's nature, and to test training programs designed to promote numerical learning. Many important cognitive factors are involved in numerical learning including ANS acuity, working memory (WM) and the precision of "mapping" symbolic numbers to their corresponding quantities. A first study examined the effects of WM, mapping and ANS on numerical learning (as measured by arithmetic tasks), and showed that at 5 years old, the two dominant predictors were ANS acuity and mapping acuity, whereas at 7 years old, they were working memory capacity and mapping acuity. The following two studies examined the nature of ANS and found that the ANS could process quantities perceived by touch and that its acuity increased with age, especially between 5 and 10 years old, and then remained stable until adulthood. In the fourth study, ANS acuity measured with touch increased during training sessions, but no transfer on arithmetic performance was observed. Moreover the relationship between arithmetic performance and ANS acuity (measured with touch or with vision) depended on participants' age, the sensory modality used to measure ANS acuity and the arithmetic tasks employed. The goal of the last two studies was to improve mapping acuity. Training the mapping capacities in 5-year-old children, with a linear number board game, improved their counting knowledge, but not their arithmetic performance. Finally, visual "calibration" process was efficient to improve mapping acuity in 7-year-old children, and in adults. Further investigations are needed to determine whether this phenomenon can be used to promote learning. These results provide insights in order to know whether it could be appropriated to involve children's basic numerical intuitions in mathematical learning.