

Comment le nombre vient aux enfants ?

K. Mazens, F. Gimbert, Laboratoire de psychologie et neurocognition, Université Grenoble-Alpes et CNRS

SCIENCES COGNITIVES

Dès la naissance, l'être humain possède une intuition numérique, qui va s'affiner et qui sera utilisée dans de nombreuses situations de la vie quotidienne. Vers l'âge de deux ans, lorsque l'enfant entre dans le langage oral, il commence à découvrir le système numérique symbolique construit depuis des siècles. De nombreux travaux s'interrogent aujourd'hui sur les liens entre ces différents systèmes numériques et sur leur rôle dans les apprentissages. Certains troubles du calcul commencent à être mieux compris à la lumière de ces avancées de la recherche. Cet article présente l'état actuel des connaissances sur le développement des compétences numériques et sur ses difficultés.

DE QUELLES FAÇONS L'ENFANT APPRÉHENDÉ-T-IL LES QUANTITÉS ?

À la naissance, l'être humain possède déjà une sorte d'intuition numérique appelée le « sens des nombres » [1, 2]. Cette intuition numérique, que l'on retrouve également chez certains animaux, serait un héritage de notre évolution [3]. Il est aisé d'imaginer des situations dans lesquelles la capacité de quantifier des ensembles a pu s'avérer utile pour la survie d'une espèce : optimiser sa quête de nourriture, estimer la supériorité numérique de son groupe avant d'attaquer, etc. La précision de cette intuition numérique dépend de la taille des ensembles à quantifier. Lorsque nous sommes en présence d'un ensemble de 4 objets ou plus, notre appréhension de la quantité est dite approximative (ex. : lorsque nous entrons dans une pièce dans laquelle il y a 15 personnes, nous ne pouvons pas dire d'emblée qu'il y en a 15). À l'inverse, lorsque nous sommes en présence d'un ensemble de 1 à 3 objets (voire 4 chez certains individus), notre appréhension de la quantité est dite exacte (ex. : s'il y a 3 bonbons sur la table, nous percevons d'emblée cette quantité de façon exacte). Bien que très rapides, ces deux processus présentent certaines limites. L'estimation est imprécise, tandis que la subitisation ne permet de traiter que des petites quantités. Avec

l'entrée dans le langage et l'apprentissage des mots-nombre, l'enfant accède à un autre processus de quantification permettant l'appréhension exacte de toutes les quantités : le dénombrement.

Estimation

Cette capacité repose sur le système approximatif du nombre (SAN), qui nous permet de comparer deux quantités, de faire des calculs approximatifs ou d'estimer la quantité d'un ensemble d'objets. Il est dit approximatif car il est imprécis. Il en résulte, par exemple, que deux quantités trop proches ne seront pas distinguées par ce système. Le SAN permet de traiter des quantités présentées dans différentes modalités sensorielles : visuelle, auditive et tactile [4, 5]. Pour déterminer la précision du SAN, la plupart des études utilisent une tâche de comparaison approximative de quantités. Il s'agit de choisir, parmi deux ensembles de points, celui représentant la plus grande quantité. Les ensembles de points sont présentés rapidement, de façon à ce qu'il soit impossible de les dénombrer. L'utilisation de cette tâche auprès de différents groupes d'âge, depuis le nourrisson jusqu'à l'âge adulte, a permis de montrer que la précision du SAN s'affinait avec l'âge, permettant la discrimination de quantités de plus en plus proches [2, 6].

Subitisation

Cette faculté (« subitizing » pour les Anglo-Saxons) permet d'identifier très rapidement et précisément les très petites

quantités, inférieures ou égales à 4, sans avoir recours au comptage. Ce processus a été identifié grâce à une tâche de jugement de quantité, en remarquant que les temps de réponse pour les petites quantités de 1 à 3 étaient très similaires et très rapides, tandis que les temps de réponse pour les quantités à partir de 4 augmentaient linéairement avec la quantité. Cette limite s'explique par le fait que notre système visuo-attentionnel est incapable de traiter plus de 4 objets simultanément dans l'espace. Au-delà, afin de traiter tous les objets, le processus de dénombrement, qui est un processus séquentiel, prend le relais. La subitisation joue un rôle décisif dans l'acquisition de la signification des premiers mots-nombre. Il permet au jeune enfant d'associer les premiers mots-nombre appris à leur quantité exacte. Des enfants, dès deux ans, sont ainsi capables d'identifier précisément des collections d'objets comprises entre 1 et 3, sans avoir à les dénombrer.

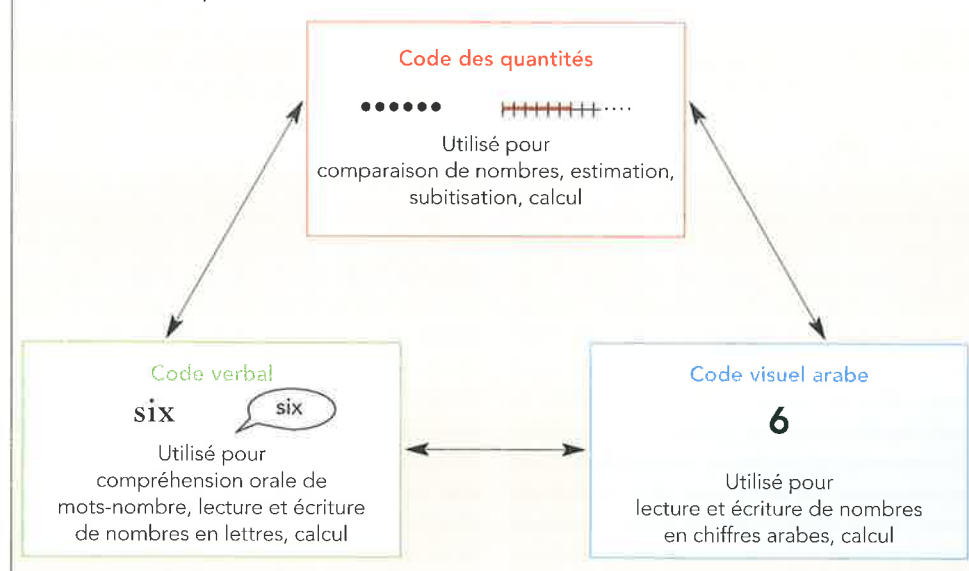
Dénombrement

Le dénombrement consiste à mettre en correspondance la chaîne numérique verbale avec chaque élément d'une collection afin de déterminer le cardinal (la numérosité totale) de celle-ci. Il permet ainsi d'appréhender les grandes quantités de manière exacte. Le dénombrement étant à la base des apprentissages numériques, il est abordé plus en détail dans la partie « Quels sont les premiers pas vers l'arithmétique ? ».

COMMENT LES NOMBRES SONT-ILS REPRÉSENTÉS ET TRAITÉS AU NIVEAU CÉRÉBRAL ?

Dès que l'enfant a appris à dire, lire et écrire des nombres, il possède, tout comme l'adulte, trois codes pour représenter le nombre. En effet, dans notre culture occidentale, un nombre peut être représenté en chiffres arabes (« 6 »), ou à l'aide d'un mot-nombre (« six »), ou bien encore par une quantité concrète, discrète (••••••) ou continue (une posi-

Figure 1
Le modèle du triple code



tion sur une ligne numérique). Grâce aux techniques d'imagerie cérébrale, l'équipe de Dehaene a découvert que chacune de ces représentations activait des circuits corticaux particuliers. Cette organisation anatomique et fonctionnelle pour le traitement des nombres a été appelée le « triple code » [7] (figure 1). Lorsque nous voyons un chiffre arabe, « 6 », le cortex visuel est sollicité pour décoder ce symbole avant de l'associer à la quantité correspondante. Si nous voyons ce même nombre écrit en lettres, « six », les zones cérébrales impliquées dans le traitement du langage, situées dans l'hémisphère gauche, sont aussi mises en jeu pour le décodage orthographique, lexical et phonologique du mot. Enfin, l'accès à la quantité associée à un chiffre arabe, à un mot-nombre ou bien à un ensemble d'objets met toujours en jeu le sillon intrapariétal, région essentielle pour accéder à la sémantique des nombres. Ces différents réseaux cérébraux communiquent entre eux, permettant ainsi le passage d'un code à l'autre en fonction de la tâche demandée. Toute tâche numérique fait appel à un ou plusieurs de ces codes. Par exemple, si un enfant est amené à choisir parmi deux sachets de bonbons ayant visiblement un contenu différent, il utilisera spontanément

ses capacités d'estimation pour choisir celui où la quantité est la plus importante. Lors d'une dictée de nombres à écrire en chiffres, le code verbal est utilisé pour comprendre le mot-nombre dit oralement par l'enseignant, puis le code arabe entre en jeu pour écrire les chiffres correspondants. Le passage d'un code à un autre, comme dans l'exemple de la dictée, est rapide chez l'adulte maîtrisant bien les nombres, mais nécessite une pratique répétée chez le jeune enfant pour devenir efficace.

REPRÉSENTATION DES QUANTITÉS SOUS FORME D'UNE LIGNE

Les nombres et l'espace

De nombreuses études ont mis en évidence l'existence d'un lien fort entre les nombres et l'espace. On retrouve d'ailleurs cette notion d'espace dans certaines expressions courantes de la langue française comme « 5 est plus près de 6 que de 9 » ou « je sais compter très loin ». Une première observation liant nombres et espace est l'effet de distance : plus deux nombres sont voisins, plus nous mettons de temps à les discriminer. Ainsi, par exemple, nous mettons plus de temps pour comparer 64 et 65 que pour comparer 34 et 65. De plus, nous mettons aussi plus de temps pour comparer 124 et 125

que 4 et 5. Cette seconde observation est appelée l'effet de taille : pour une différence identique entre deux nombres, les temps de réponse augmentent à mesure que les nombres deviennent plus grands. Ces observations permettent de mettre en évidence un phénomène essentiel pour comprendre comment nous traitons les nombres : chaque fois que nous sommes confrontés à un nombre, notre cerveau ne peut s'empêcher de le traiter comme une quantité. Ainsi, lorsque deux nombres doivent être comparés, deux quantités sont automatiquement activées. Or, un nombre donné active non seulement la quantité correspondante, mais également les quantités voisines. C'est pourquoi, à cause de l'imprécision de ces activations, il est plus coûteux, donc plus long, de comparer deux nombres « proches » que deux nombres « éloignés ».

Une ligne numérique mentale...

La métaphore d'une ligne numérique mentale a été évoquée afin de décrire l'organisation de la représentation spatiale des quantités et d'expliquer ces différents effets observés. Ainsi, nous nous représentons mentalement les quantités comme étant alignées et ordonnées sur une droite. Des quantités très différentes occupent donc des positions très espacées sur cette ligne, et des quantités proches des positions rapprochées, donc confondables plus facilement (cf. effet de distance). Cette ligne numérique mentale est dite compressible, ce qui expliquerait l'effet de taille observé : les petites quantités apparaissent très espacées alors que les plus grandes sont plus rapprochées. Ainsi, plus les quantités augmentent, plus l'espace entre elles diminue, comme sur une échelle logarithmique.

... orientée de gauche à droite

Une autre observation, tout aussi surprenante, a montré que nous associons spontanément les grands nombres avec le côté droit de l'espace et les petits nombres avec le côté gauche. Ce phénomène, appelé l'effet SNARC (spatial numerical association of response codes) dépendrait de la direction de l'écriture. Il a été observé que la direction de cette association s'inverse dans les cultures qui

lisent de droite à gauche (Arabes et Hébreux par exemple). Ce résultat a permis de préciser que notre représentation mentale des quantités serait organisée, selon un ordre croissant, sur une ligne orientée de gauche à droite.

Modification avec le développement et l'éducation

Notre ligne numérique mentale se modifie au cours du développement et en fonction de l'éducation. Ces résultats sont issus de mesures faites chez des enfants et des adultes grâce à une tâche appelée « tâche d'estimation sur ligne numérique ». Imaginée par l'équipe de Siegler [8], cette tâche a été conçue pour accéder à la précision de la représentation mentale des quantités. Il s'agit d'estimer la position d'un nombre cible (ex. : placer le nombre 7) sur une ligne bornée présentant 0 à gauche et 10, 100 ou 1000 à droite. Ce paradigme a permis de montrer qu'avec l'apprentissage les enfants passent d'une représentation logarithmique, c'est-à-dire accordant plus d'espace entre les petits nombres qu'entre les grands nombres, à une représentation linéaire, dans laquelle le même espace est conservé entre tous les nombres. L'âge du passage d'une représentation logarithmique à une représentation linéaire dépend de l'échelle utilisée dans la tâche : la représentation est linéaire à sept ans pour les nombres de 0 à 100 et à neuf ans pour les nombres de 0 à 1000.

Le rôle de l'éducation dans la modification de la ligne numérique mentale a été mis en évidence en comparant les réponses d'adultes mundurucus (indiens d'Amazonie n'ayant pas accès à l'instruction mathématique) à celles d'adultes américains. Contrairement aux Américains, les Mundurucus se sont révélés avoir une organisation logarithmique de la représentation des nombres entre 0 et 10, ce qui suggère qu'une éducation mathématique serait nécessaire pour construire une représentation linéaire des quantités.

Jouer avec une ligne numérique pour affiner la ligne numérique mentale des enfants

La linéarité de la représentation des quantités joue un rôle essentiel dans le

développement des connaissances numériques. En utilisant la tâche d'estimation sur ligne numérique auprès d'enfants de cinq à neuf ans, des chercheurs ont montré que plus les enfants ont une représentation linéaire, meilleurs sont leurs scores à un test de mathématiques. Etant donné que la représentation des quantités semble se linéariser avec l'éducation en mathématiques, Siegler s'est demandé quels outils pédagogiques pourraient aider les enfants à construire cette linéarité. Pour passer d'une représentation logarithmique à une représentation linéaire des nombres, il faut que l'enfant intègre qu'il existe la même distance entre 1 et 2 qu'entre 9 et 10, et qu'entre tous les nombres consécutifs (n et $n + 1$). Pour favoriser cette intégration, on peut utiliser un jeu de déplacement de pions sur une ligne numérique. L'hypothèse inhérente au choix de la forme linéaire du jeu était que la proximité entre le matériel physique et la représentation interne des quantités devrait permettre un apprentissage efficace. Ce jeu ressemble au jeu de l'oie, sauf que le plateau est linéaire horizontal au lieu d'être circulaire. En fonction de l'âge des enfants, on choisit l'étendue des nombres (de 0 à 10 pour les très jeunes enfants, puis de 0 à 30, etc.). On utilise des pions et un dé dont on fait varier les nombres en fonction de la ligne (ex. : pour la ligne entre 0 et 10, le dé ne comprend que les quantités 1 et 2). Une différence importante avec les jeux de plateau classiques est qu'on demande aux enfants de dire à voix haute les nombres de la ligne sur lesquels ils passent avec leur pion et non les chiffres du dé. Ainsi, la grandeur des nombres inscrits sur le plateau de jeu est encodée par divers indices favorisant la mémorisation : le nombre de mouvements faits pour déplacer le pion jusqu'à un nombre donné (indice moteur) ; le nombre de mots-nombre entendus et dits (indice verbal) ; la distance parcourue par le pion depuis le départ (indice visuel). Une série d'études menées avec des enfants de quatre à six ans issus de milieux sociaux défavorisés a montré que jouer avec ce jeu pendant 4 ou 5 séances de 15 minutes développait

bien la linéarisation de la représentation des quantités [8]. De plus, le jeu faisait aussi progresser les enfants dans certaines compétences numériques, telles que la connaissance de la chaîne numérique verbale, la lecture de nombres écrits en chiffres arabes et l'arithmétique. Il est intéressant de noter que les enfants ayant le moins d'expérience avec des jeux de société sont ceux ayant le plus progressé grâce à ce jeu.

L'ENFANT ASSOCIE-T-IL SPONTANÉMENT, COMME L'ADULTE, LES SYMBOLES NUMÉRIQUES À DES QUANTITÉS ?

Chaque fois qu'un adulte est confronté à un nombre, son cerveau ne peut s'empêcher de le traiter comme une quantité. Qu'en est-il chez l'enfant ? Tout d'abord, l'effet de distance (plus deux nombres sont voisins, plus nous mettons de temps à les discriminer) a été observé chez des enfants de cinq ans, suggérant qu'ils associaient déjà les nombres symboliques à des quantités. Une étude menée à l'université de Harvard a apporté une preuve supplémentaire pour renforcer cette idée [9]. Persuadées que les jeunes enfants peuvent se baser sur leur intuition des quantités pour raisonner à partir de nombres symboliques, ces chercheuses ont proposé à des enfants de cinq ans de résoudre des problèmes d'addition, de soustraction et de comparaison (voir figure 2).

La réponse impliquait toujours de choisir le personnage ayant le plus de bonbons à la fin de l'histoire. Les résultats montrent qu'en moyenne les enfants réussissent la plupart du temps à trouver la réponse correcte. Or, il n'est pas envisageable que ces enfants aient eu recours au calcul exact pour résoudre ces problèmes, puisque les nombres mis en jeu étaient beaucoup trop grands pour permettre à des enfants de cet âge de trouver le résultat correct. Mais alors comment ces enfants ont-ils procédé ? En remarquant que les réponses des en-

Figure 2
Illustration d'un problème d'addition proposé aux enfants de cinq ans dans l'expérience de Gilmore, McCarthy et Spelke [9]



fants étaient meilleures lorsque les deux nombres à comparer étaient éloignés que lorsqu'ils étaient proches, les auteurs en ont déduit qu'ils avaient réussi à résoudre ces problèmes en convertissant les nombres présentés en quantités approximatives. Les enfants, dès cinq ans, seraient donc capables de construire une manière de résoudre des problèmes symboliques en utilisant leur système approximatif du nombre. Cette étude met bien en évidence les bénéfices apportés par le recours de ces enfants à leur sens des nombres. Encourager les enfants, même plus grands, à s'appuyer sur leur intuition numérique, par exemple pour estimer le résultat attendu d'un calcul, ne peut être que bénéfique pour garder le sens parfois oublié des quantités derrière les symboles.

QUELS SONT LES PREMIERS PAS VERS L'ARITHMÉTIQUE ?

La chaîne verbale et le dénombrement
Dans notre société, dès que l'enfant commence à maîtriser relativement bien sa langue maternelle, vers deux ou trois ans, il rencontre les nombres verbaux, soit pour désigner des petites quantités (ex. : «tu as deux bonbons»), soit pour commencer à répéter la suite des nombres (ex. : «un-deux-trois»). Au début, la chaîne verbale apprise par cœur n'a aucune signification numérique. Le dénombrement commence lorsque l'en-

fant met en correspondance terme à terme les éléments d'une collection avec les éléments de la suite conventionnelle des mots-nombre. Cette activité suppose de connaître la suite des mots-nombre, de pointer les objets à dénombrer (le pointage peut être visuel et/ou tactile) et de coordonner mots-nombre et pointages afin de respecter le principe de stricte correspondance terme à terme (à un mot-nombre correspond un seul objet et réciproquement). Les enfants commencent à maîtriser cette activité assez tôt à condition qu'on les mette dans des situations optimales (pouvoir pointer les objets avec le doigt, vérifier un comptage exécuté par quelqu'un d'autre). Avec l'âge et la pratique, le dénombrement peut s'appliquer à des collections plus importantes et devient moins coûteux au niveau de la charge mentale.

Écriture des chiffres et transcodage

L'enfant peut commencer à se familiariser assez tôt avec certains chiffres arabes qu'il rencontre dans sa vie quotidienne ou à l'école. Par contre, il faudra plusieurs années pour qu'il parvienne à lire et à écrire des nombres à plusieurs chiffres sans erreur de transcodage et pour qu'il comprenne l'écriture positionnelle. Le transcodage concerne le passage d'un code à un autre, par exemple passer d'un mot-nombre oral à son écriture en chiffres arabes. Le code arabe ne comprend que 10 chiffres (de 0 à 9) alors que le code verbal comprend beaucoup plus de mots (le lexique comprend les mots de zéro à seize, les noms des

dizaines, cent, mille, million, milliard). L'enfant va devoir apprendre par cœur ces deux codes, les règles qui permettent de construire les nombres (la syntaxe) et la correspondance entre ces deux codes. Apprendre les nombres en langue française est particulièrement fastidieux, car la suite des nombres verbaux n'est pas toujours logique et le transcodage pas toujours transparent. De ce fait, la mémorisation peut être difficile et certaines erreurs fréquentes. Par exemple, après « quarante-neuf », l'enfant peut dire « quarante-dix », comme pour « soixante-dix », ou encore, dans une dictée de nombres en chiffres arabes, écrire « 10020 » pour « cent vingt ».

Sur l'écriture stricto sensu des chiffres arabes, une erreur fréquemment observée en grande section de maternelle et CP est l'écriture en miroir (écriture symétriquement correcte des chiffres, qui existe également pour les lettres). On sait aujourd'hui que cette écriture en miroir est un phénomène normal au cours du développement et qu'une des explications concerne le rôle de l'amorçage moteur [10]. L'orientation que l'enfant donne à un chiffre est déterminée par le geste moteur qui a juste précédé. Un enfant écrira plus ou moins un chiffre en miroir en fonction du chiffre qu'il a écrit juste avant. Par exemple, le chiffre 6 commence à être écrit par un geste de droite à gauche alors que le chiffre 3 commence par être écrit par un geste de gauche à droite. Si l'enfant a écrit correctement le chiffre 6, il risque d'écrire ensuite le chiffre 3 en miroir (figure 3).

Du dénombrement à l'arithmétique

Après avoir compris que les nombres verbaux et les nombres écrits en chiffres désignent des quantités, l'enfant va apprendre à manipuler les nombres pour comprendre qu'il n'est plus nécessaire de compter les éléments un à un lorsqu'on a une opération à effectuer. Par exemple, s'il doit additionner les trois bonbons qu'il a dans sa main droite avec les deux bonbons qu'il a dans sa main gauche, il n'a pas besoin de tout recompter, il peut effectuer l'opération $3 + 2$ et ainsi obtenir un résultat identique (5 bonbons). Avant de connaître

Figure 3
Geste d'amorçage et écriture en miroir



par cœur la réponse, c'est-à-dire de pouvoir la récupérer en mémoire à long terme, les enfants vont utiliser diverses stratégies [11]. Exemples de stratégies utilisées par les enfants pour résoudre de petites additions (ex. : $3 + 4$) : compter à partir de 1, compter à partir du plus grand des deux termes (« minimum »), décomposer le calcul ($3 + 3 + 1$). Au cours de l'école maternelle, les enfants utilisent plutôt des stratégies de comptage. Au CP, pratiquement tous les enfants commencent à utiliser la stratégie « minimum » et quelques enfants commencent à utiliser la décomposition. Les stratégies qui consistent à compter à partir de 1 diminuent puis disparaissent alors que la fréquence de la récupération augmente. Au-delà de l'évolution avec l'âge, l'utilisation de l'une ou l'autre de ces stratégies varie chez un même enfant en fonction de différents facteurs. Ces facteurs peuvent être liés à la tâche ou à l'enfant lui-même. Tout d'abord, il y a la difficulté de l'addition. L'enfant choisira plus facilement le comptage pour un problème difficile ($5 + 3$) et la récupération pour un problème facile ($2 + 2$). Le temps dont dispose l'enfant entre également en considération. Si on lui demande de donner une réponse rapidement, il recourra plus à la récupération en mémoire, au risque de se tromper. Ensuite, si l'enfant a une bonne base de connaissances en calcul, c'est-à-dire s'il connaît beaucoup de résultats par cœur, il utilisera plus la récupération. Enfin, des facteurs affectifs peuvent également influencer le choix de l'enfant dans l'utilisation d'une stratégie plutôt qu'une autre. Il s'agit par exemple de la confiance en soi. Un enfant qui n'a pas confiance en lui ou qui veut être parfaitement sûr de sa réponse préférera utiliser une stratégie de

comptage plutôt que la récupération en mémoire.

Pouvoir produire une réponse exacte et rapide est une acquisition majeure pour que l'enfant puisse ensuite réaliser des calculs plus complexes ou focaliser son attention sur d'autres aspects des problèmes qui lui seront proposés. En d'autres termes, l'enfant aura plus de ressources attentionnelles disponibles s'il n'a pas à effectuer les petits calculs de base. La pratique intensive des procédures arithmétiques est donc fondamentale. Les enfants parviennent plus ou moins facilement à faire ce cheminement vers la récupération en mémoire ou vers des procédures très rapides. Pour ceux qui ont des difficultés, mieux vaut les laisser utiliser le comptage, y compris sur les doigts, plutôt que les obliger à donner une réponse par cœur, qui risque au contraire de retarder leur apprentissage en renforçant leurs erreurs.

Lorsque les enfants commencent à apprendre les tables de multiplication, on observe un effet négatif sur les tables d'addition, pour lesquelles les temps de réponse augmentent. La raison de ce phénomène est que les faits arithmétiques ne sont pas séparés dans notre mémoire. Notre mémoire fonctionne de façon associative, et c'est également ce qui explique que les tables de multiplication soient si difficiles à retenir. Par exemple, lorsque nous devons résoudre 7×8 , nous hésitons entre 56, 48, 63 et 54, mais pas avec 57, qui est pourtant très proche de la réponse exacte. La raison est que 57 n'existe pas dans les tables alors que 48, 63 et 54 sont des résultats enregistrés dans notre mémoire. Pour rappeler un résultat exact, il faut donc que notre mémoire des faits arithmétiques ne soit pas trop sensible aux interférences, et sur ce point il existe vraisemblablement des différences entre individus.

DOIGTS ET NOMBRES : QUELS LIENS ?

Quand on s'interroge sur les liens entre doigts et nombres, on trouve des éléments de réponse à différents niveaux et

des travaux très intéressants, parfois éloignés de ce qu'on aurait intuitivement pensé. L'utilisation des doigts pour désigner des quantités remonte aux temps anciens [12]. Bien avant d'avoir inventé un système symbolique pour représenter des quantités et pour pouvoir compter, l'être humain a utilisé les parties de son corps. Ainsi, les quantités étaient nommées par une partie du corps, comme les doigts et les articulations (ce système est encore utilisé dans certaines tribus, notamment en Nouvelle-Guinée). C'est d'ailleurs des dix doigts de la main que proviendrait la base 10. Remarquons que d'autres bases sont utilisées, notamment la base 60 pour découper le temps en minutes et secondes. Cette base proviendrait de la rencontre de deux civilisations, une utilisant les trois articulations des quatre doigts autres que le pouce, et une autre utilisant les cinq doigts ($3 \times 4 \times 5 = 60$). Pour l'enfant notamment, les doigts de la main constituent une représentation analogique des quantités qui est toujours disponible, et sur laquelle il peut s'appuyer dans différents contextes : pour faire une correspondance terme à terme, pour désigner une quantité, pour effectuer un petit calcul. L'utilisation des doigts est relativement identique entre les individus d'une culture donnée. En Europe, on utilise par exemple les doigts en partant du pouce de la main gauche pour désigner les cinq premiers chiffres, puis on utilise la main droite. Les configurations de doigts sont également identiques. Par exemple, pour désigner une quantité de trois éléments, on lève le pouce, l'index et le majeur.

Les travaux en neurosciences ont mis en évidence la proximité anatomique des zones du cerveau (lobe pariétal) dédiées à la représentation des doigts et à la représentation des quantités. Fayol et al. ont montré ce lien au cours du développement de l'enfant, notamment entre la grande section de maternelle, le CP et le CE2 (les mêmes enfants ont été suivis pendant quatre ans) [13]. Le degré de maturation du lobe pariétal a été exploré à l'âge de cinq ans à travers des habiletés perceptivo-tactiles. Les

épreuves évaluant ces habiletés consistaient notamment à demander à l'enfant de reconnaître les doigts préalablement stimulés par l'adulte (l'enfant a les yeux fermés lorsque l'adulte touche certains de ses doigts). Les autres mesures effectuées chez l'enfant concernaient son développement intellectuel général et ses capacités dans diverses épreuves numériques. Les résultats indiquent que les performances dans des activités numériques qui requièrent un traitement des quantités, comme le calcul mental et la résolution de problèmes, sont mieux prédites par les habiletés perceptivo-tactiles que par le développement général. Par contre, dans des activités qui font plus appel à la mémoire verbale, comme la connaissance des nombres et des algorithmes opératoires, la réussite est mieux prédite par le développement général. En résumé, le meilleur prédicteur du développement arithmétique chez l'enfant de huit ans est sa faculté, à cinq ans, de reconnaître et de différencier ses doigts, plus que son niveau de développement intellectuel.

QU'EST-CE QUE LA DYSCALCULIE ?

Si le terme de dyslexie est aujourd'hui largement répandu dans le grand public, le terme de dyscalculie l'est beaucoup moins. La compréhension de ce trouble a pourtant bénéficié d'avancées considérables ces dernières années, grâce aux travaux menés en neurosciences et sciences cognitives. La proportion d'enfants dyscalculiques varie de 3 à 8 %, en fonction des critères de diagnostic retenus. Les filles et les garçons sont autant atteints, et les causes peuvent être génétiques et/ou environnementales. La dyscalculie peut être associée à d'autres troubles comme la dyslexie (30 %) ou le trouble déficitaire d'attention avec hyperactivité (25 %) [14]. Le diagnostic n'est pas toujours évident, et il est parfois difficile de différencier un véritable trouble d'un simple retard. Une dyscalculie peut être suspectée lorsqu'un enfant présente de grandes

difficultés dans les apprentissages mathématiques alors que son développement intellectuel correspond à celui des enfants de son âge, qu'il suit une scolarité normale et qu'il ne présente pas de trouble sensoriel (vue et audition normales). Par ailleurs, il n'existe pas qu'un seul type de dyscalculie mais plutôt des dyscalculies [15].

Une première forme de dyscalculie, que l'on appelle parfois la dyscalculie pure, ne concerne qu'environ 1 % de la population. Les élèves concernés par ce trouble sont en grande difficulté dès le début des apprentissages, même pour des capacités qui paraissent élémentaires : dénommer des petites quantités, estimer des quantités, mémoriser les tables simples. Deux hypothèses tentent aujourd'hui de donner une explication à ce trouble. Pour certains auteurs, l'origine se situerait au niveau du système approximatif du nombre, qui serait moins précis et qui, dès le départ, ne permettrait pas aux enfants d'appréhender les quantités avec précision. Pour d'autres auteurs, l'origine se situerait plutôt au niveau d'une difficulté à lier les nombres symboliques à des représentations analogiques (c'est-à-dire des quantités). Ces difficultés qui concernent l'appréhension des quantités peuvent être repérées assez tôt dans les apprentissages, et il existe aujourd'hui quelques jeux et logiciels qui peuvent être utilisés pour aider les enfants.

Les autres formes de dyscalculie sont associées à d'autres difficultés dans des domaines tels que le langage, l'attention, la mémoire de travail, les habiletés visuo-spatiales. Les enfants présentent alors des profils de réussite et d'échec différents selon les aspects de la cognition numérique qui sont évalués. Une partie importante des difficultés concerne la connaissance des faits arithmétiques. Les enfants commettent alors beaucoup d'erreurs de calcul mental, mettent beaucoup de temps à répondre, ont des difficultés à mémoriser les tables et n'utilisent pas les stratégies les plus optimales (différentes causes sont actuellement étudiées : faible représentation de la magnitude des nombres,

difficultés phonologiques, sensibilité à l'interférence...). Les difficultés peuvent aussi concerner l'écriture des nombres, le transcodage (passage des nombres symboliques aux nombres verbaux dans les deux sens). Ces difficultés vont notamment être présentes chez des enfants dyspraxiques ou dysphasiques. Enfin, des difficultés visuo-spatiales peuvent se répercuter dans des épreuves de dénombrement, dans l'écriture positionnelle, dans le positionnement des chiffres dans les opérations.

L'existence d'erreurs au cours des apprentissages est tout à fait normale. Il faudra s'interroger sur la présence d'un éventuel trouble si ces erreurs persistent dans le temps. L'enseignant peut repérer les aspects de la cognition numérique qui présentent un retard, mais il faut recourir à un bilan complet auprès d'un psychologue spécialisé si l'on veut mieux comprendre l'origine des difficultés et les habiletés plus générales qui peuvent en partie expliquer le trouble.

QUELLES INTERVENTIONS SONT POSSIBLES ?

Voici quelques pistes pour les enseignants et pour les parents qui souhaiteraient aider les enfants dans un cadre autre que celui de l'apprentissage scolaire ou de l'intervention d'un spécialiste. Rappelons qu'avec de jeunes enfants l'approche ludique est un bon moyen d'obtenir l'adhésion de l'enfant. Il existe aujourd'hui de nombreux jeux de société

qui font appel aux nombres. Bien évidemment, ces jeux n'ont pas été pensés en termes de remédiation, mais ils offrent différentes situations dans lesquelles l'enfant est confronté à différents aspects des nombres : différentes représentations simultanées des nombres (quantité, chiffres, mots-nombre), décomposition des nombres, petits calculs arithmétiques, etc. L'efficacité n'est pas démontrée scientifiquement, mais tout laisse penser qu'ils ne peuvent qu'être favorables aux apprentissages. Plus scientifiquement, des chercheurs ont élaboré des jeux de plateau ou informatisés qui s'appuient sur des résultats d'études réalisées auprès d'enfants. C'est le cas de Siegler, qui a montré que jouer à partir d'une ligne numérique permettait de favoriser les apprentissages, surtout chez les enfants de milieu défavorisé, qui ont peu l'occasion de jouer chez eux. En France, Dehaene et son équipe ont créé deux logiciels en accès libre qui s'appuient sur leurs découvertes en neurosciences : *L'attrape nombres**, destiné aux enfants de cinq à dix ans, et *La course aux nombres***, destiné aux enfants de quatre à huit ans. Ces logiciels s'appuient sur le modèle du triple code et ont comme principe d'aider les enfants à renforcer les circuits cérébraux de représentation et de manipulation des nombres. Ces logiciels sont présentés sous forme ludique, mais précisons que ce sont des jeux de remédiation destinés à des enfants présentant des difficultés. Pour maintenir la motivation de l'enfant et pour rendre le jeu plus efficace, il est

préférable d'avoir des temps de jeux assez courts mais réguliers. En France également, Bruno Vilette a créé un logiciel, *L'estimateur*, destiné à entraîner la ligne numérique mentale [16].

CONCLUSION

Si les enfants ont une intuition des nombres dès la naissance, le chemin qui mène aux savoirs et savoir-faire mathématiques de fin d'école élémentaire est long et nécessite de nombreux apprentissages. Le nombre va se construire dans ses différentes dimensions, que l'enfant parviendra progressivement à comprendre et à relier : nombre approximatif et nombre exact, codes des représentations, etc. Les travaux de ces dernières années mettent l'accent sur la représentation spatiale des nombres, sur la consolidation des liens entre les différents codes et sur le sens du nombre, qui tend parfois à être perdu par les élèves se centrant sur des opérations de calcul compliquées. Au-delà des difficultés inhérentes à tout apprentissage, les données de la recherche permettent de commencer à mieux comprendre les causes de certaines difficultés, mais il reste encore de nombreuses expériences à mener, notamment pour développer et tester de nouvelles méthodes d'apprentissage et de remédiation. □

Les auteurs déclarent ne pas avoir de liens d'intérêts.

* <http://www.attrape-nombres.com>.

** <http://www.lacourseauxnombres.com>.

Références

- [1] DEHAENE S. : *La bosse des maths. Quinze ans après*, Odile Jacob, 2010, Paris.
- [2] IZARD V., SANN C., SPELKE E.S., STRERI A. : « Newborn infants perceive abstract numbers », *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 2009; 106 : 10382-5.
- [3] BRANNON E.M., ROITMAN J.D. : « Nonverbal representations of time and number in animals and human infants », in MECK W.H. : *Functional and neural mechanisms of interval timing*, CRC Press, 2003, Boca Raton; p. 143-82.
- [4] BARTH H., LA MONT K., LIPTON J., SPELKE E.S. : « Abstract number and arithmetic in preschool children », *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 2005; 102 : 14116-21.
- [5] GIMBERT F., GENTAZ E., CAMOS V., MAZENS K. : « Children's approximate number system in haptic modality », *Perception*, 2016; 45 : 32-45.
- [6] HALBERDA J., FEIGENSON L. : « Developmental change in the acuity of the "number sense": The approximate number system in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults », *Dev. Psychol.*, 2008; 44 : 1457-65.
- [7] DEHAENE S., PIAZZA M., PINEL P., COHEN L. : « Three parietal circuits for number processing », *Cogn. Neuropsychol.*, 2003; 20 : 487-506.
- [8] RAMANI G.B., SIEGLER R.S. : « How informal learning activities can promote children's numerical knowledge », in KADOSH R.C., DOWKER A. : *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*, Oxford University Press, 2015, New York; p. 1135-53.
- [9] GILMORE C.K., MCCARTHY S.E., SPELKE E.S. : « Symbolic arithmetic knowledge without instruction », *Nature*, 2007; 447 : 589-91.
- [10] FISCHER J.P. : « Vers une levée du mystère des écritures en miroir (des chiffres) chez l'enfant », *Année Psychol.*, 2010; 110 : 227-51.
- [11] SIEGLER R.S. : « Individual differences in strategy choices : Good students, not-so-good students, and perfectionists », *Child Dev.*, 1988; 59 : 833-51.
- [12] IFRAH G. : *Les chiffres ou l'histoire d'une grande invention*, R. Laffont, 1985, Paris.
- [13] FAYOL M., BARROUILLET M., MARINTHE C. : « Predicting arithmetical achievement from neuro-psychological performance : A longitudinal study », *Cognition*, 1998; 68 : 63-70.
- [14] HABIB M. : *La constellation des dys. Bases neurologiques de l'apprentissage et de ses troubles*, De Boeck Solal, 2014, Paris.
- [15] MAZEAU M., POUHET A. : *Neuropsychologie et troubles des apprentissages chez l'enfant : du développement typique aux « dys- »*, Elsevier Masson, 2014, Issy-les-Moulineaux.
- [16] VILETTE B. : « L'Estimateur : un programme de remédiation des troubles du calcul », *ANAE*, 2009; 102 : 165-70.