M6 ONDES MECANIQUES

I.- INTRODUCTION

On appelle onde une perturbation qui se propage dans l'espace et dans le temps. Dans cette expérience, nous allons nous intéresser aux ondes mécaniques, c'est-à-dire aux ondes qui nécessitent un support matériel pour que la propagation de la perturbation ait lieu.

II.- THEORIE

Ondes longitudinales et transversales

Lorsque la perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation (vibration d'une corde), l'onde est transversale. Lorsque la perturbation est parallèle à la direction de propagation (onde de pression dans un gaz ou liquide, onde d'un ressort), l'onde est longitudinale.

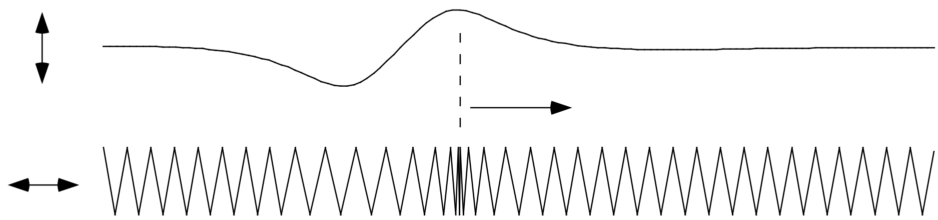

Figure 1.- *Onde transversale (corde) et longitudinale (ressort).*

Ondes sinusoïdales

Si l'on soumet la corde ou le ressort à une perturbation sinusoïdale, l'amplitude de la perturbation ξ(x,t) est donnée par

(1) $$\xi(x,t) = A \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right]$$

où λ est la longueur d'onde et v la vitesse de propagation de l'onde.

La perturbation ξ(x,t) a une double périodicité :

- périodicité dans l'espace donnée par λ
- périodicité dans le temps donnée par T

La fréquence et la pulsation de l'onde sont données par :

(2) $$f = \frac{1}{T} \quad ; \quad [f] = s^{-1} = Hz \quad \text{et} \quad \omega = 2\pi f \quad ; \quad [\omega] = \text{radian } s^{-1}$$

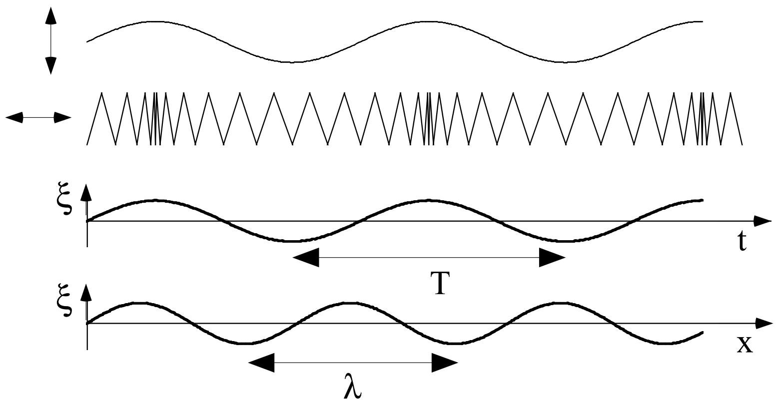

Figure 2.- *Variation spatiale et temporelle d'une onde sinusoïdale.*

la vitesse v de propagation de l'onde est données par:

(3) $$v = \lambda f \qquad [v] = m\ s^{-1}$$

Dans un milieu non dispersif, la vitesse de propagation est la même pour toutes les ondes se propageant dans ce milieu. Ainsi la vitesse de propagation ne dépendra que des propriétés physiques du milieu propagateur.

Ondes stationnaires

Lorsque deux ondes sinusoïdales de même amplitude A et de même longueur d'onde λ se propagent en sens inverse (fig. 3a), leur superposition crée une onde stationnaire (fig. 3 b).

$$\xi_1(x,t) = A \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x+vt)\right]$$

$$\xi_2(x,t) = A \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)\right]$$

$$\xi(x,t) = \xi_1(x,t) + \xi_2(x,t)$$

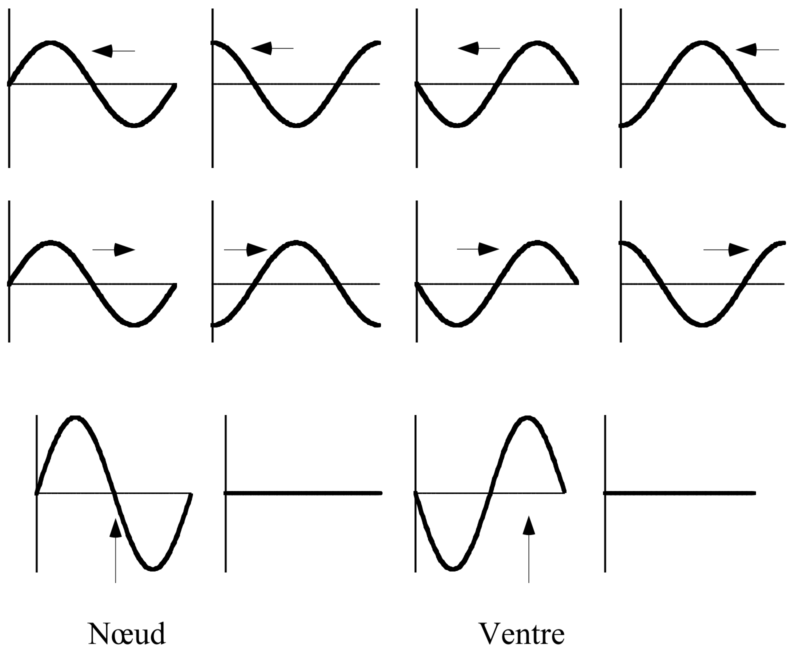

Figure 3

Nous voyons apparaître des points de l'espace pour lesquels l'amplitude est toujours nulle : ce sont les *noeuds* de vibrations. Le maximum de l'amplitude apparaît également en des points déterminés appelés *ventres* de vibrations.

(4) $$\xi(x,t) = \xi_1(x,t) + \xi_2(x,t) = 2A\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}x\right]\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}vt\right]$$

On réalise facilement des ondes stationnaires par réflexion d'ondes. Si on fixe un point du système de façon à ce que l'onde ne puisse plus transférer son énergie et sa quantité de mouvement plus loin (paroi dans un tube, fixation rigide d'une corde) alors, l'onde est totalement réfléchie et les ondes incidentes et réfléchies se superposent. Pour une longueur de corde L fixée, seules des ondes stationnaires ayant un noeud à chaque extrémité (amplitude nulle) peuvent exister et ainsi la relation entre la longueur d'onde λ des ondes stationnaires possibles et la longueur L de la corde s'obtient de l'équation (4) :

(5) $$\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}L\right] = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2L}{n}$$

l'onde correspondant à n = 1 s'appelle *vibration fondamentale ou 1ère harmonique.*

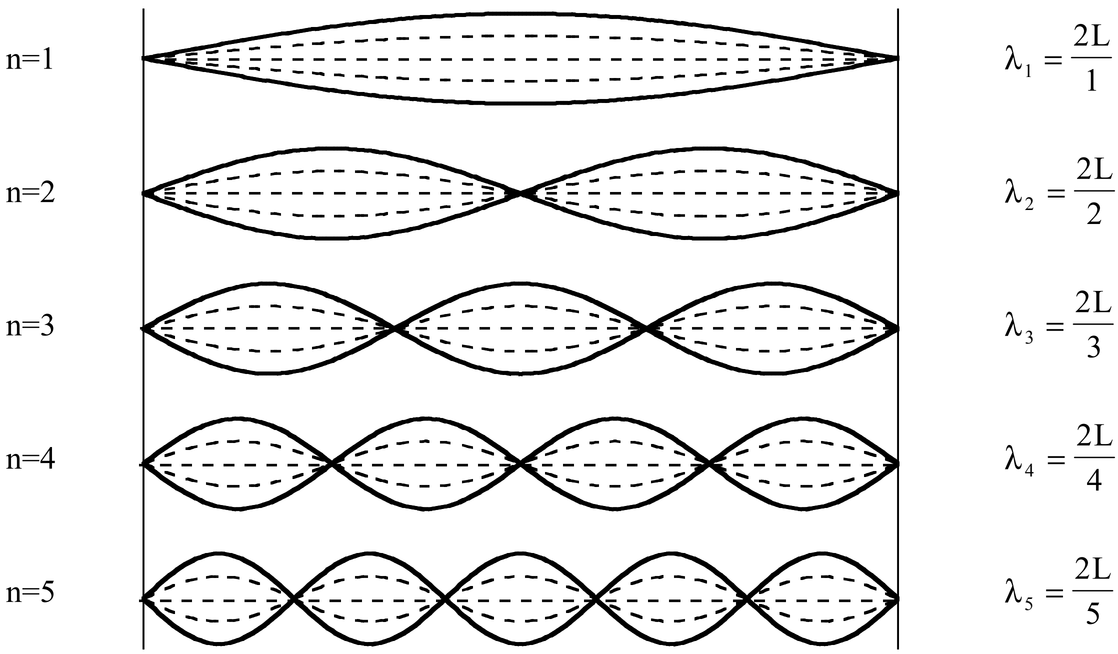

Figure 4.- *Ondes stationnaires dans une corde fixée à ses deux extrémités.*

III.- EXPERIENCE

A) Onde transversale : corde vibrante

Nous allons étudier la propagation d'une onde transversale dans une corde métallique tendue avec une force F. On peut montrer que la vitesse de propagation des ondes transversales est donnée par:

$$v = \sqrt{\frac{F}{m_L}} \qquad (6)$$

où F est la force mettant la corde sous tension $[F] = N$ et m_L est la masse linéique de la corde $[m_L] = kg\ m^{-1}$.

Pour réaliser cette expérience, nous disposons d'un banc de mesure (sonomètre) sur lequel est tendue une corde contenant un élément magnétique. La tension de la corde se règle avec la position du poids (masse M) sur le levier. En position (1), la tension est Mg, en (2) la tension est 2Mg et ainsi de suite. La corde est excitée par un actuateur piloté par le générateur de fréquence. La bobine de détection convertit les oscillations de la corde en un signal électrique qui peut être visualisé sur l'oscilloscope.

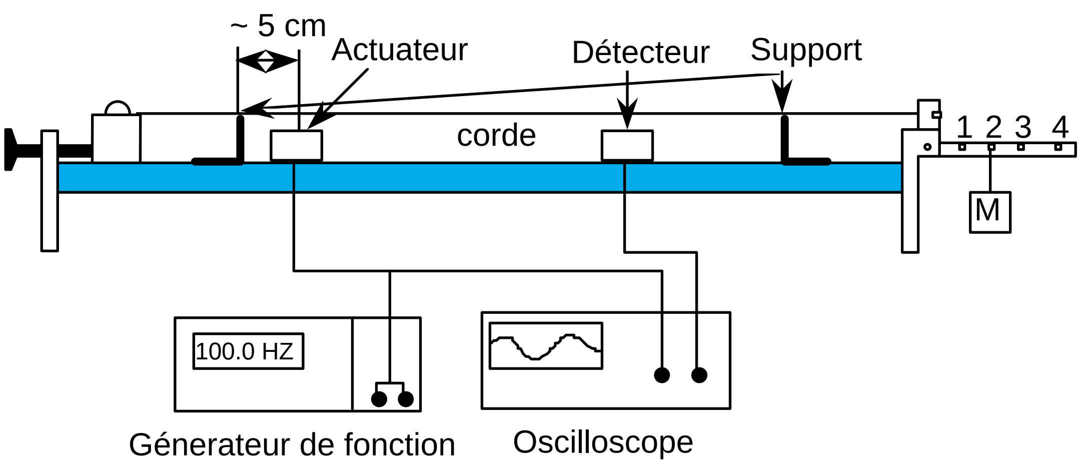

Figure 5

L'actuateur consiste en une bobine produisant un champ magnétique $H = H_0 \cos(\omega t)$. Ce champ H aimante la corde avec une aimantation M dans la même direction que H comme indiqué sur la figure 6. Ainsi que se soit pendant le cycle positif ou négatif, la champ H et l'aimantation M sont toujours parallèles. **En se souvenant que deux aimants placés Nord-Sud s'attirent, on en déduit que la force totale est toujours attractive et qu'elle varie suivant une fréquence double de celle donnée par le générateur**. Une description plus rigoureuse pour le doublement de la fréquence est donnée dans l'appendice I.

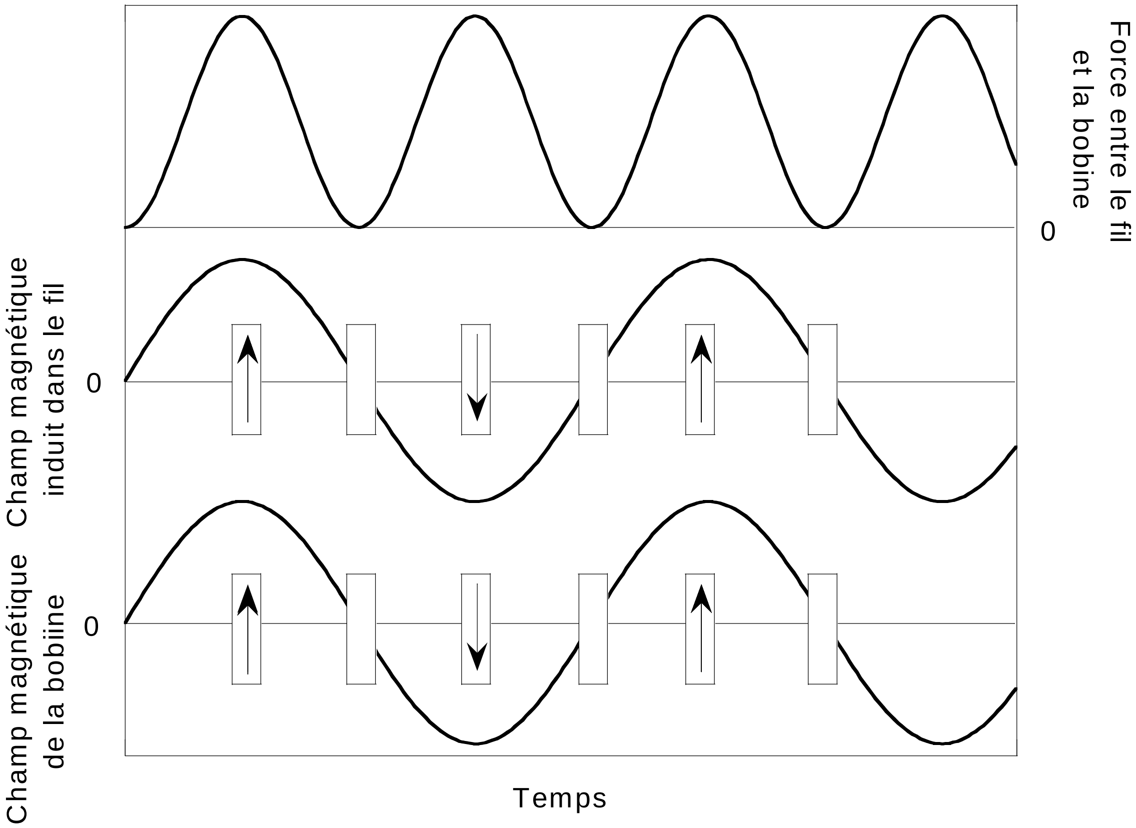

Figure 6

B) <u>onde sonore dans un gaz (onde longitudinale)</u>

Les ondes sonores peuvent aussi bien se décrire en termes de déplacement des molécules $\xi(x,t)$ qu'en termes de variations de pression p(x,t). Ces deux grandeurs sont reliées entre elles par :

(7) $$p(x,t) = E\frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}$$

Pour un tube de longueur L fermé aux deux extrémités, les ondes stationnaires vérifient :

(8) $$\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}L\right] = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_n = \frac{2L}{n}$$

La figure 7 montre la fondamentale et les deux premières harmoniques des ondes stationnaires dans un tube fermé aux deux extrémités. On constate que les noeuds de déplacements correspondent à des ventres de pressions.

Exemples d'ondes sonores dans un tube fermé:

déplacement $\xi(x,t)$ **pression $p(x,t)$**

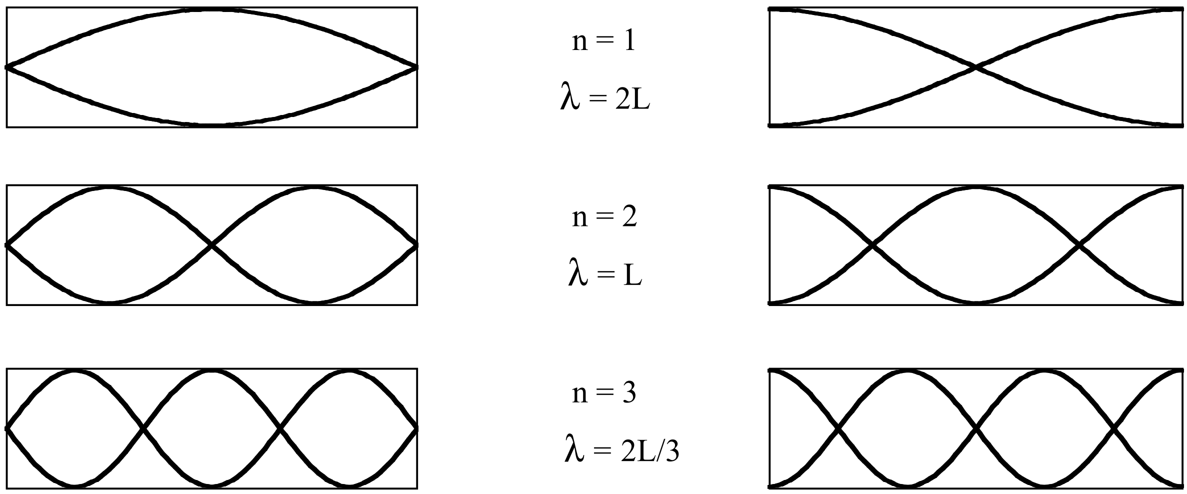

Figure 7

Vitesse des ondes sonores

Pour un gaz la vitesse de propagation d'une onde sonore est donnée par :

(9) $$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}$$

M : masse moléculaire du gaz $[M] = \text{kg mol}^{-1}$
T : température absolue $[T] = \text{K}$
$R = 8.31\ \text{J K}^{-1}\ \text{mol}^{-1}$: constante des gaz parfaits

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\text{chaleur spécifique à pression constante}}{\text{chaleur spécifique à volume constant}}$$

Pour mesurer la vitesse du son dans un gaz, nous allons utiliser un tube de longueur L fermé aux deux extrémités comme illustré sur le figure 8 :

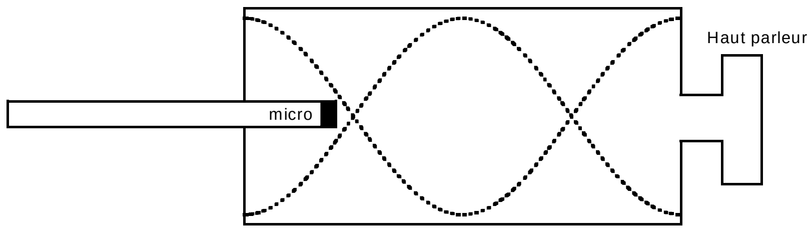

Figure 8

Une onde de fréquence f est délivrée par le haut-parleur. Lorsque la fréquence est ajustée de façon à ce que la relation $\lambda_n f_n = v$ soit vérifiée, une onde stationnaire s'établira dans le tube. Le nombre de ventres de l'amplitude de pression est mesuré par un petit tube mobile au bout duquel est attaché un microphone. Aux positions des ventres de pression, la tension générée par le microphone est maximale. Aux positions des noeuds de pression, la tension est nulle.

IV.- MANIPULATIONS

A) Corde vibrante

Pour cela on dispose d'une corde de diamètre 0.432 mm (m_L = 1.12 g/m) que l'on tend avec la masse M de 1 kg en position 3 (tension de 3Mg). **Le générateur délivre une excitation à la fréquence f_{ex} mais la corde vibre à une fréquence f =2 f_{ex}.**

a) Vérifier que la corde est un milieu non dispersif, c'est-à-dire que $\lambda \cdot f = v =$ constante.

1) En fixant la longueur de la corde L à 50 cm et en variant la fréquence f, chercher tout d'abord à reconnaître la vibration fondamentale (n=1) et ses harmoniques (n>1) comme montré sur la figure 4. Lorsque le détecteur est bien positionné, l'oscilloscope permet de repérer l'établissement d'ondes stationnaires.

2) Varier L en prenant successivement L = 60, 50, 40 et 30 cm. Dans chaque cas, déterminer la fréquence f de l'onde stationnaire de la deuxième harmonique (n=2). Cette harmonique est la plus facile à mesurer.

3) Porter sur un graphique λ en fonction de 1/f et vérifier qu'il s'agit bien d'une droite (la pente est égale à v).

L [m]	λ [m]	f_{ex} [Hz]	f [Hz]	1/f [s]	v [m/s]
0.3					
0.4					
0.5					
0.6					
				Valeur moyenne	

b) Vérifier la relation $v = \sqrt{\dfrac{F}{m_L}}$

1) Prendre L = 50 cm et chercher les mêmes ondes stationnaires correspondant à la deuxième harmonique (n=2) en variant la tension de la corde entre Mg et 5Mg.

F [N]		f_{ex} [Hz]	f [Hz]	v [m/s]	v^2 [m^2/s^2]	m_L [kg/m]
1Mg						
2Mg						
3Mg						
4Mg						
5Mg						
					Valeur moyenne	

2) Porter sur un graphique v^2 en fonction de la tension F de la corde. La pente de la droite donne l'inverse de la masse linéique m_L. Calculer m_L et comparer ce résultat avec la valeur moyenne obtenue dans le tableau ci-dessus.

B) Vitesse du son dans un gaz

a) Vitesse du son dans l'air

1) Déterminer les fréquences de résonance f_n et le nombre de noeuds correspondants.

f_n [Hz]	n (nbre de noeud)	λ_n [m]	$1/\lambda_n$ [m^{-1}]	v [ms^{-1}]
			Valeur moyenne	

2) Porter sur un graphique f_n en fonction de $1/\lambda_n$ et déterminer la vitesse du son dans l'air.

3) Calculer γ de l'air ($M = 28.9 \cdot 10^{-3}$ kg mol^{-1}).

APPENDICE I

La force sur la corde est la conséquence de l'inhomogénéité du champ généré par la bobine à l'endroit de la corde. Cela à pour effet de produire une force dont la composante verticale est donnée par:

(7)
$$F_z = \vec{M} \cdot \vec{\nabla} H_z = M_z \frac{\partial H_z}{\partial z}$$
$$\text{avec } \vec{M}(t) = \mu_o \mu_r \vec{H}(t) = \mu_o \mu_r \vec{H}_o \cos(\omega t)$$

où μ_r est la perméabilité magnétique de la corde (μ_r » 1)

D'où
$$F_z = \mu_o \mu_r H_o \cos(\omega t) \frac{\partial H_o}{\partial z} \cos(\omega t) \div \cos^2(\omega t) \div \frac{\cos(2\omega t) + 1}{2}$$

Ceci montre mathématiquement que l'excitation de la corde se fait à une fréquence double de celle donnée par le générateur.