Numéro de la dernière page : 9

Titre : Tangram en carré

Degrés : 1P - 4P

Durée : 90 minutes

<u>Résumé :</u> Le jeu de Tangram (appelé en chinois les sept planches de la ruse ou jeu des sept pièces) est un des plus anciens jeux géométriques connus. Avec ces sept pièces, on peut construire bien des formes différentes.
Mais combien de carrés différents peut-on construire en utilisant seulement certaines pièces du Tangram ?
Cette question peut être déclinée de plusieurs manières en fonction du degré concerné et de vos envies.

Dans cette activité, on peut, par exemple :
1) considérer des décompositions différentes de carrés éventuellement de même aire ;
2) considérer des carrés d'aires distinctes.

Plusieurs autres questionnements similaires peuvent être trouvé dans pages qui suivent.

Objectifs et composantes selon le PER :

MSN 14 – Comparer et sérier des grandeurs ...

- … en construisant et exprimant une mesure avec des unités non-conventionnelles
- … en effectuant des comparaisons directes et indirectes

Tangram en carré

1) Découpe les pièces le long des lignes.

2) Avec les pièces que tu as découpées, construis le plus de carrés différents.
Tu n'as pas besoin d'utiliser toutes les pièces à chaque fois.
Dessine toutes les possibilités.

Titre : Tangram en carré

Degrés concernés : 1P - 4P

Prérequis : aucun

Objectifs :

- parvenir à identifier des configurations qui ne diffèrent que par un mouvement (isométrie) du carré obtenu.

Compétences travaillées :

MSN-15 : Modélisation

Résoudre un problème de mesurage, notamment :

- trier et organiser des informations
- mettre en œuvre une démarche de résolution
- ajuster par essais successifs
- déduire une information nouvelle à partir de celles qui sont connues
- vérifier, puis communiquer une démarche (oralement) et un résultat en utilisant un vocabulaire ainsi que des symboles adéquats

MSN-14 : Comparer et sérier des grandeurs

- approcher de façon perceptive quelques grandeurs par manipulation (aires)
- comparer directement deux ou plusieurs objets selon une grandeur : aire
- comparer directement ou indirectement plusieurs objets selon une grandeur : aire

Matériel : pour chaque groupe

- un jeu de Tangram (pièces à découper fournies en Annexe p. 5)

Truc pratique : prévoir une enveloppe par élève lui permettant de ranger ses pièces de Tangram.

Attention : les plastifieuses classiques ne conviennent pas pour plastifier les pièces de Tangram, en effet elles ne soudent que le bord du la fourre en plastique dans laquelle la feuille est mise, mais elle ne colle pas la fourre à la feuille de papier. Quand l'enfant découpe les pièces dans la feuille plastifiée, le plastique et le papier se séparent. Il faut prendre du plastique transparent adhésif et plastifier des feuilles sur lesquelles sont imprimées au préalable les Tangrams.

Durée estimée : 90 minutes

Proposition de déroulement : L'activité se déroule en 3 parties :

Distribuer des feuilles cartonnées avec la forme du Tangram et les faire découper aux élèves.

1ère partie – Travail en groupe
Les élèves travaillent en groupes d'au plus 4 élèves.

Après que l'enseignant ait donné la consigne aux élèves sous forme orale ou écrite au tableau, les élèves travaillent par petits groupes sur la question. L'enseignant passe dans les rangs pour répondre à d'éventuelles questions.

Pour les 1P – 2P

> Faire travailler les groupes en parallèle et afficher au tableau chaque solution en disant aux groupes qu'ils doivent en trouver d'autres (travail coopératif, c'est la classe en entier qui fait la tâche).
> Il est possible que les élèves proposent comme solutions différentes, des solutions qui diffèrent des solutions déjà présentées seulement par un mouvement du carré obtenu (isométries). Les afficher toutes et lancer la discussion sur l'équivalence des solutions lors de la mise en commun

Pour les 3P - 4P

> Les élèves dessinent leurs solutions.

En cas de difficultés pour les dessins, on peut distribuer plusieurs Tangram par groupe (éventuellement déjà découpés). On peut aussi travailler avec des photos dans les classes qui sont habituées et/ou ont des tablettes.

Lorsqu'une grande partie des groupes pensent avoir trouvé toutes les solutions, passer à la mise en commun.

2e partie – Mise en commun
Pour les 3P - 4P

> L'enseignant prend la feuille d'un premier groupe et dessine au tableau leurs carrés (prendre la feuille d'un groupe qui ne les a pas tous trouvés). Puis il questionne les autres groupes pour compléter la liste des carrés possibles.

Organiser les solutions selon le nombre de pièces ou selon l'aire des carrés. Ce classement dépend de la méthode de résolution choisie par l'enseignant.

Il devrait y avoir entre 7 et 9 carrés.

Il est possible que les élèves proposent comme solutions différentes, des solutions qui diffèrent des solutions déjà présentées seulement par un mouvement du carré obtenu (isométries). En profiter pour lancer la discussion sur l'équivalence des solutions.

Lorsque toutes les solutions proposées par les élèves sont dessinées au tableau, l'enseignant peut demander si toutes les solutions sont là.

Si les élèves n'ont plus de propositions, l'enseignant propose à son tour des solutions de deux types :

- les solutions manquantes
- des solutions qui diffèrent des solutions déjà présentées seulement par un mouvement du carré obtenu, si les élèves ne les ont pas déjà proposées

Le deuxième type de solutions permet de lancer la discussion sur l'équivalence des solutions.

Il semble difficile à cet âge d'aborder la question plus théorique de l'exhaustivité des solutions.

Analyse a priori de l'activité :

Démarches prévisibles des élèves

- tâtonnements

Difficultés potentielles

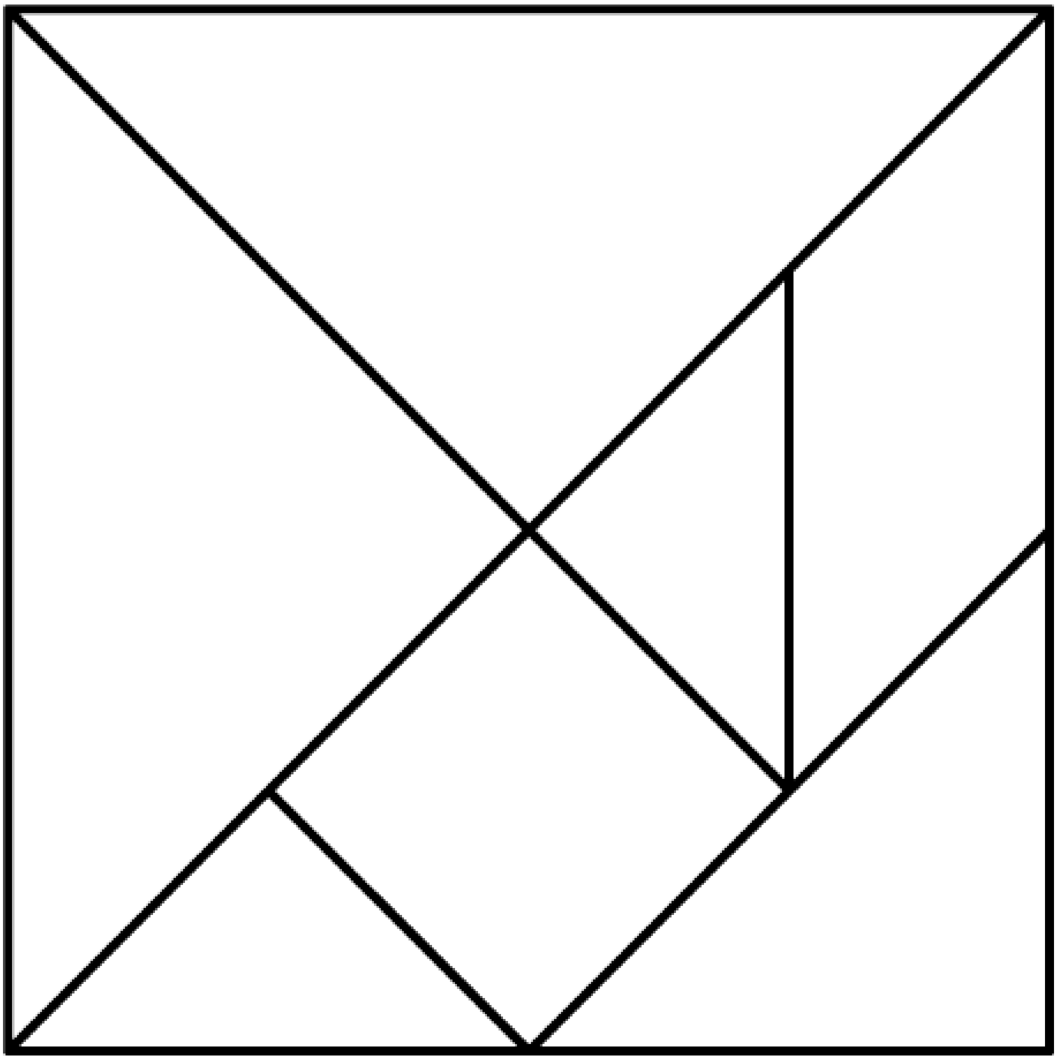
- mauvaise compréhension de la consigne
- difficultés à reproduire les solutions (on peut proposer aux élèves de prendre des photos, il est aussi possible de découper plusieurs Tangrams par élève)
- difficultés à se représenter les isométries

Interventions de l'enseignant
voir le Déroulement

Variantes et/ou développements possibles :

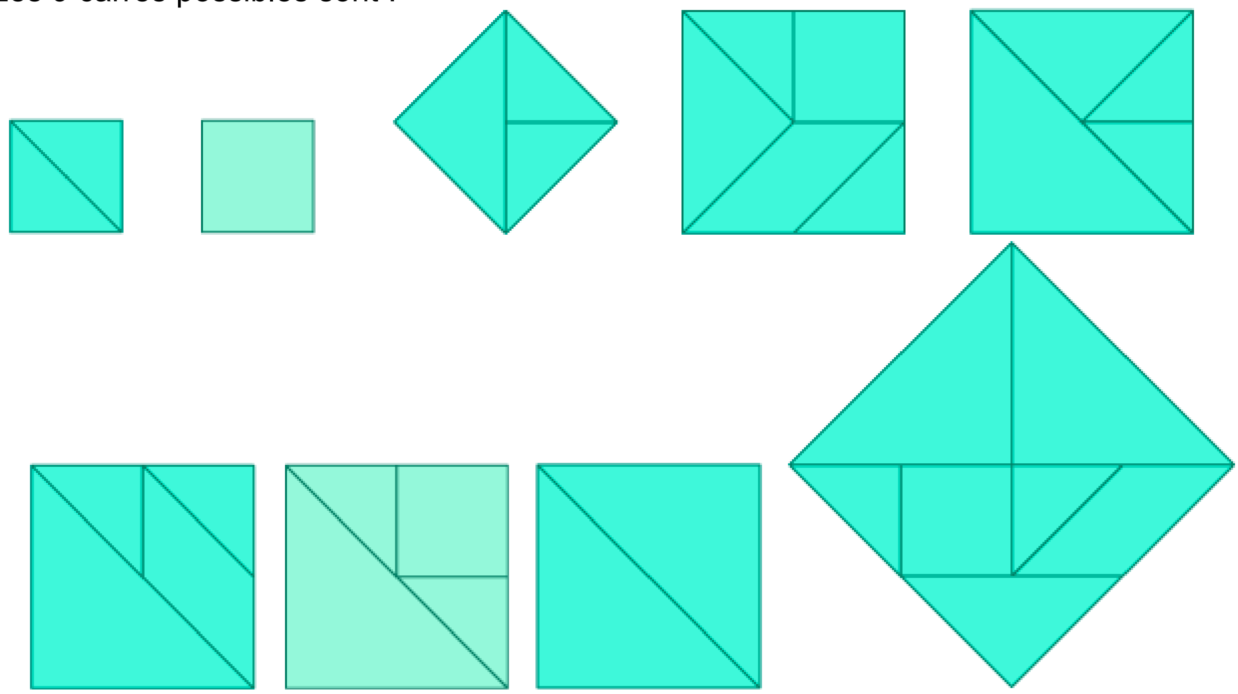
Variables didactiques :

<u>Annexes</u> :



Résolution

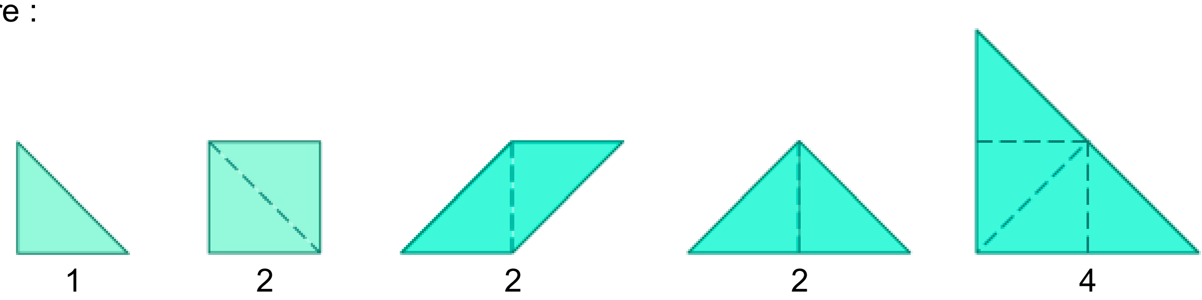
Les 9 carrés possibles sont :



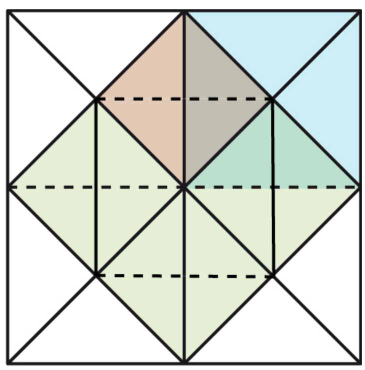
Pour les degrés concernés, la démonstration suivante est donnée à titre informatif pour l'enseignant

Une preuve combinatoire

On considère que le petit triangle est l'unité de base. Dans ce cas, les pièces ont pour aire :



Assertion de travail que l'on ne va pas démontrer :
Les seuls carrés constructibles avec les pièces du Tangram sont d'aire 2, 4, 8 ou 16.
De plus, pour former ces quatre carrés, les pièces du Tangram se disposent exactement sur la grille ci-dessous.



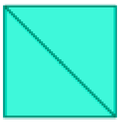
Cette grille est le pavage à l'aide du triangle unité du carré que l'on obtient avec toutes les pièces du Tangram ; les seuls carrés que l'on peut y trouver comportent 2 (carré rouge), 4 (carré bleu), 8 (carré vert) ou 16 pièces (carré entier).

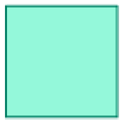
Cette observation n'est en aucun cas une preuve ; elle nécessiterait une démonstration complète que nous n'allons pas faire ici. Vous la trouverez dans la fiche destinée au PO.

A l'aide de cette assertion, on montre ci-dessous que les seuls carrés que l'on peut construire sont bien ceux décrits plus haut

La question qu'il faut se poser est la suivante :
Comment peut-on écrire les nombres 2, 4, 8, et 16 (les aires des carrés possibles) à l'aide de l'addition et des nombres 1, 1, 2, 2, 2, 4, 4 (les aires des pièces du Tangram) ?

<u>Carré d'aire 2 :</u>
2 peut s'écrire comme 1 + 1 ou 2

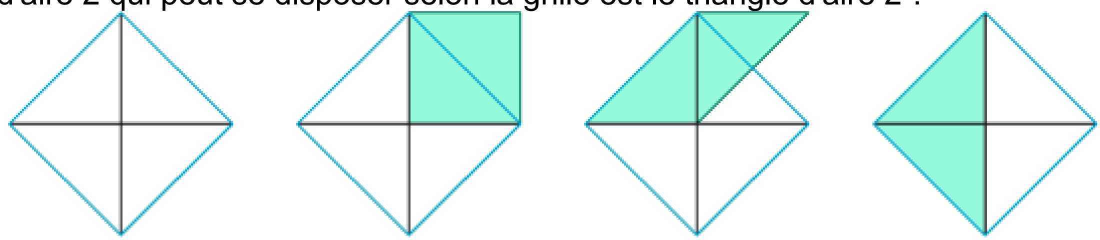
Pour 1+1, on obtient : .

Pour 2, la seule pièce d'aire 2 qui est aussi un carré est 

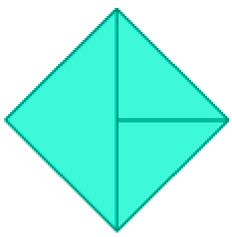
<u>Carré d'aire 4 :</u>
4 peut s'écrire : 1 + 1 +2, 2 + 2 ou 4

Pour 4, la seule pièce d'aire 4, n'est pas un carré.
Pour 2 + 2, il n'est pas possible de combiner 2 pièces d'aire 2 pour construire un carré.

Pour 1 + 1 + 2, si on observe le carré d'aire 4 triangles unités, on constate que la seule pièce d'aire 2 qui peut se disposer selon la grille est le triangle d'aire 2 :



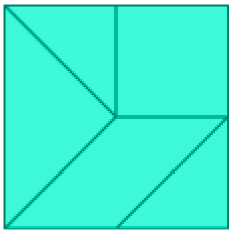
La seule possibilité est donc :



<u>Carré d'aire 8</u>

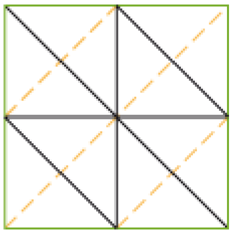
8 peut s'écrire comme : 1 + 1 + 2 + 2 + 2, 1 + 1 + 2 + 4, 4 + 4

Pour 1 + 1 + 2 + 2 + 2, il s'agit d'utiliser toutes les pièces sauf les deux grands triangles. On a un exemple :

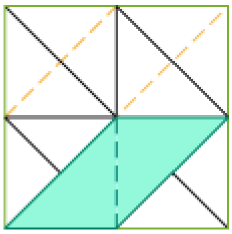


Mais est-ce le seul ?

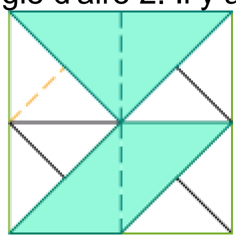
Reprenons la grille pour un carré d'aire 8. Les triangles unités peuvent être disposés de deux manières : soit l'hypoténuse est placée selon une diagonale noire, soit elle est placée selon une diagonale orange.



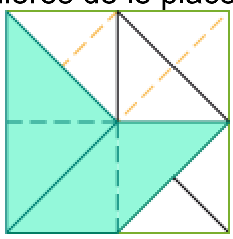
Commençons par placer le parallélogramme. A symétrie centrale près, le seul moyen de le placer sur la grille est :



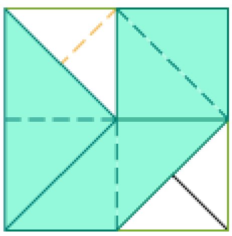
Plaçons ensuite le triangle d'aire 2. Il y a deux manières de le placer :



et

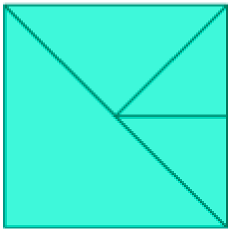
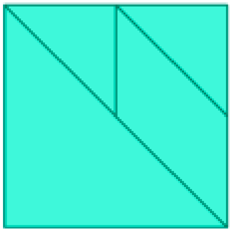
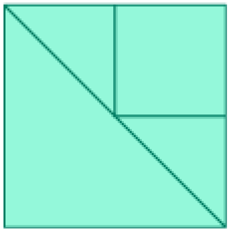


Cependant, dans la première configuration, il est impossible de disposer ensuite le carré. On choisit donc la deuxième configuration et le carré n'a ensuite qu'une unique possibilité de placement :



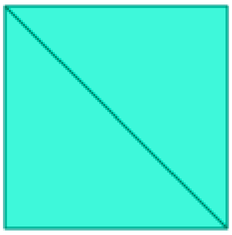
Les triangles d'aire 1 se placent enfin de manière unique pour former la configuration proposée.

Pour 1 + 1 + 2 + 4, les trois combinaisons avec chacune des pièces d'aire 2 sont possibles :

Elles sont uniques par le même type d'arguments que ci-dessus.

Pour 4 + 4, la seules possibilité est :



<u>Carré d'aire 16 :</u>

La seule possibilité d'obtenir 16 est de prendre toutes les pièces et donc de faire le carré maximal. De plus, par le même type d'arguments que ci-dessus, cette configuration des pièces constitue l'unique solution.