

Titre : Problème de Poids



Degré : 5P – 8P

Durée : 30 à 45 minutes

Résumé :

Cette activité aborde la comparaison d'objets sans passer par leur mesure. Il s'agit, à l'aide d'une balance, de trouver la bille la plus lourde parmi 6 billes indiscernables. Aucune méthode n'est suggérée.

En jouant sur la course de vitesse, cette activité induit les élèves à déterminer une stratégie optimale.

Une analyse des méthodes utilisées ainsi qu'une discussion sur le facteur chance permettra aux élèves de prendre du recul sur leurs méthodes et de mettre en place consciemment une stratégie optimale.

Objectifs et composantes selon le PER :

MSN 24 — Utiliser la mesure pour comparer des grandeurs...

...en utilisant l'instrument de mesure adapté à la situation

...en estimant la mesure des grandeurs

Problèmes de Poids



Tu disposes de 9 billes et d'une balance à deux plateaux. Toutes les billes ont le même poids sauf une qui est plus lourde.

Seulement en t'aidant de la balance, trouve le plus rapidement possible laquelle est plus lourde et lève la main dès que tu as trouvé.

Titre : Problèmes de Poids

Degrés concernés : 5P – 8P

Prérequis :

Objectifs :

- organiser un mesurage et une procédure
- déterminer une stratégie optimale
- comparer directement ou indirectement plusieurs objets en fonction de leur masse
- distinguer la masse par rapport à d'autres grandeurs

Compétences travaillées :

MSN-25 : Modélisation

Résoudre un problème de mesurage, notamment :

- trier et organiser des informations
- mettre en œuvre une démarche de résolution
- ajuster par essais successifs
- poser une conjecture, puis valider ou réfuter
- déduire une information nouvelle à partir de celles qui sont connues
- vérifier, puis communiquer une démarche et un résultat en utilisant un vocabulaire ainsi que des symboles adéquats

MSN-24 : Comparer et sérier des grandeurs

- Organiser un mesurage et une procédure : masse
- Estimer des grandeurs : masses
- Comparer, classer et mesurer des grandeurs (masses) par manipulation de solides

Matériel : pour chaque groupe (voir Annexe p. 5 pour du matériel alternatif)

- 1 balance à plateaux (Roberval)
- 1 set de billes à peser à fabriquer (voir Annexe p. 5 pour la marche à suivre)

Durée estimée : 30 à 45 minutes

Proposition de déroulement : L'activité se déroule en 4 parties :

1^{ère} partie

Les élèves travaillent en groupes d'au plus 4 élèves (tout dépend du nombre de balances à disposition). Dans chaque groupe, on désigne un élève qui ne dit rien et qui manipule les billes pour que les enfants ne soient pas guidés par le poids dans leur main.

Après que l'enseignant ait donné la consigne aux élèves sous forme orale ou écrite au tableau, l'enseignant annonce qu'il va remplir la table donnée en Annexe (p. 5) avec leurs résultats. Les élèves essaient ensuite de trouver la bille la plus lourde le plus rapidement possible (obligatoirement à l'aide de la balance) et lèvent la main dès qu'ils ont trouvé. L'enseignant note au fur et à mesure au tableau les groupes qui ont répondu et complète la table donnée en Annexe en questionnant chaque groupe. A l'aide de cette table, l'enseignant peut déduire la méthode utilisée par les élèves et si le facteur chance intervient (voir l'Analyse de la table p. 8).

Mettre fin au concours de vitesse lorsque tous les groupes ont trouvé.

2^e partie

Examiner la table avec les élèves. Observer que, en général, les plus rapides sont ceux qui ont fait le moins de pesées.

Trouver un exemple où la chance a pu intervenir. S'il n'y en a pas, l'enseignant peut donner un exemple (voir l'Analyse de la table p. 8).

Faire enfin émerger que, pour aller vite, il faut faire un minimum de pesées sans compter sur la chance.

3^e partie

Les élèves travaillent à nouveau en groupe pour déterminer une stratégie en un minimum de pesées sans compter sur la chance. L'enseignant passe dans les rangs pour les relancer (voir Interventions de l'Enseignant p. 5).

4^e partie

Mise en commun et conclusion : discussion entre les élèves lors de laquelle ils ont la possibilité

- de dire comment ils ont procédé
- de comparer leurs résultats
- d'exprimer les difficultés rencontrées et la manière de résoudre.

L'enseignant institutionnalise finalement les deux méthodes optimales.

Analyse a priori de l'activité :

Démarches prévisibles des élèves

- les élèves trouvent facilement une stratégie en 3 pesées. Mais la stratégie optimale est en 2 pesées (voir Démarche probable des élèves mais non optimale, p. 7, pour le détail).
- les élèves ne déduisent pas toutes les informations d'une pesée. Par exemple, s'ils mettent 2 billes sur chaque plateau et que la balance s'équilibre, ils tendront à comparer les deux billes mises de côté avec les autres pour vérifier que la plus lourde est bien là.

Difficultés potentielles

- mauvaise compréhension de la consigne
- les élèves peuvent ne pas comprendre que même si on ne pèse pas certaines billes, on peut quand même déduire des informations sur leur poids
- méconnaissance du fonctionnement d'une balance
- découragement
- difficulté d'utilisation du matériel
- gestion du groupe déficiente

Interventions de l'enseignant

3^{ème} partie

- analyse de la table (voir Éléments pour la synthèse)

4^{ème} partie

Relancer les élèves avec les indications suivantes

- pour faire un minimum de pesées, il faut mettre plusieurs billes sur chaque plateau et déduire le maximum d'informations d'une pesée
- peut-on trouver la bille la plus lourde parmi trois billes en une seule pesée ?
- il existe une méthode en deux pesées

+ cf. Déroulement

Variantes et/ou développements possibles :

Variables didactiques :

Le nombre de billes à peser

Remplacer la bille lourde par une bille plus légère que les autres (la stratégie est identique)

Annexes :

Table des résultats à remplir au tableau

Groupe	Nombre de pesées	Nombre de billes sur chaque plateau lors de la première pesée	
...			

Confection des billes

Vous pouvez confectionner des billes en bois ou en pâte à modeler.

Billes en pâte à modeler :

Matériel : pâte à modeler, une bille en verre

A l'aide d'une balance de cuisine, confectionner 8 billes pâte à modeler de poids égal. Pour la neuvième bille, insérer la bille en verre dans une portion de pâte à modeler et façonner pour que cette bille ait la même taille que les 8 autres.

Billes en bois

Matériel : 9 perles en bois (d'un diamètre assez grand, p.ex 45 mm), baguette en bois de diamètre égal au trou de la perle, petites billes de plomb.

Bouchez le trou de 8 perles avec la baguette de bois.

Bouchez une extrémité de la neuvième perle à l'aide d'un morceau de baguette, remplissez le trou de petites billes de plomb et refermez à l'aide d'un deuxième morceau de baguette.

Poids en LEGO :

Matériel : 18 briques LEGO, pâte à modeler

Chaque « Bille » sera constituée de deux briques LEGO. Pour la bille plus lourde, ajoutez de la pâte à modeler à l'intérieur de la brique supérieure.

Vous pouvez aussi utiliser les balles de jonglage confectionnées avec l'activité « Balles de jonglage ».

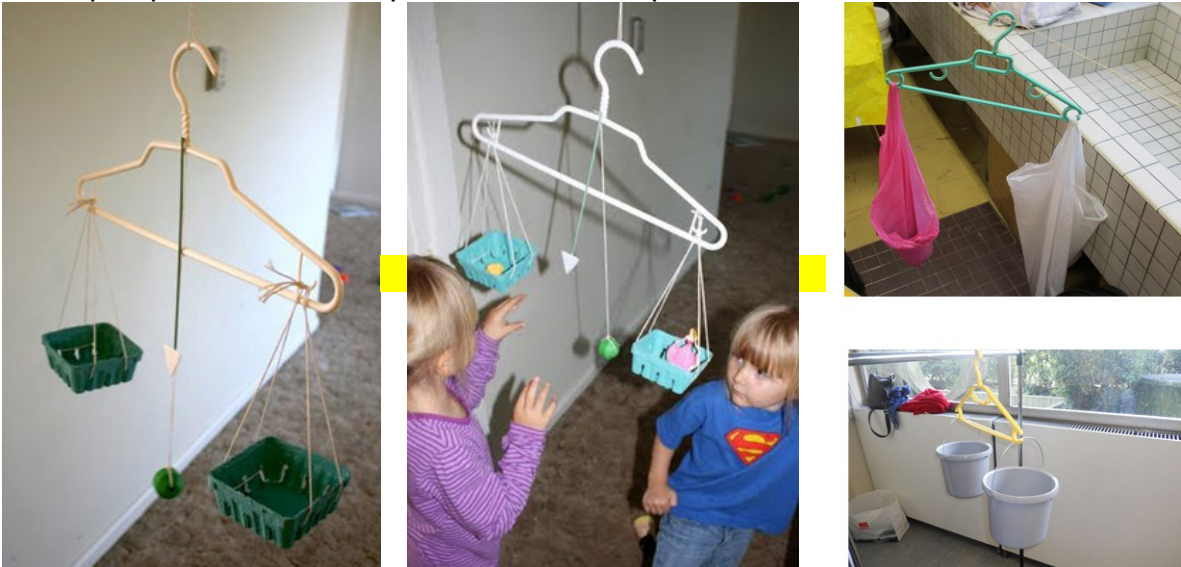
Notez aussi que les cintres n'ont pas tous la même précision. Pour certains, la différence de poids doit être plus grande que pour d'autres. Faites quelques tests à la maison avant de proposer l'activité.

Matériel alternatif

Chaque établissement primaire possède une balance à plateaux. De plus, les classes de 6P en possèdent une supplémentaire.

Vous pouvez aussi confectionner vos propres balances à l'aide de cintres.

Voici quelques idées, de la plus élaborée à la plus rudimentaire :



Balance de gauche

Matériel : un cintre (que vous suspendrez), de la ficelle et deux récipients.
Si vous voulez ajouter la flèche, vous aurez de plus besoin d'une perle en bois, d'une baguette et d'un triangle en bois ou en carton.

Attachez les récipients au cintre avec la ficelle (attention à la symétrie). Au centre du cintre, attachez la perle en bois puis une baguette avec le triangle.

Crédit images :

Balance de gauche et explications :

<http://www.cabaneaidees.com/2012/12/deux-balances-a-fabriquer>

Balance en bas à droite :

<http://lecoledesfees.canalblog.com/archives/2012/03/21/23820191.html>

Balance en haut à droite : <http://edddlb.blogspot.ch/p/construction-de-mobiles-de-poissons.html>

Voir aussi : <http://productionsdeseleves.blogspot.ch/2008/03/les-balances-ecole-du-19-km-la-runion.html>

Résolution

Notation : nous utiliserons les symboles suivants pour indiquer la position de la balance

- ? lorsqu'on effectue la pesée
- = la balance est à l'équilibre
- / la balance penche à droite
- \ la balance penche à gauche

Séparer les 9 billes en trois groupe de 3 billes notés (1a,1b, 1c), (2a, 2b, 2c) et (3a, 3b, 3c).

Pesée 1 : (1a,1b, 1c) ? (2a, 2b, 2c)

Trois résultats possibles :

Résultat de la Pesée 1	(1a,1b, 1c) = (2a, 2b, 2c)	(1a,1b, 1c) / (2a, 2b, 2c)	(1a,1b, 1c) \ (2a, 2b, 2c)
Conclusion	Les billes sur la balance ont toutes le même poids. La bille plus lourde est donc dans le groupe (3a, 3b,3c).	La bille plus lourde est sur le plateau de droite.	La bille plus lourde est sur le plateau de gauche.
Pesée 2	(3a) ? (3b)	(2a) ? (2b)	(1a) ? (1b)

Dans tous les cas, la pesée 2 est de la forme (a) ? (b)

A nouveau trois résultats sont possibles :

Résultat de la Pesée 2	(a) = (b)	(a) / (b)	(a) \ (b)
Conclusion	Les billes sur la balance ont toutes le même poids. La bille plus lourde est la c.	La bille plus lourde est la b.	La bille plus lourde est la a.

Démarche probable des élèves mais non optimale

Pesée 1 : (1a, 1b, 1c,1d) ? (2a, 2b, 2c, 2d)

Trois résultats possibles :

Résultat de la Pesée 1	(1a,1b,1c,1d) = (2a,2b,2c,2d)	(1a,1b,1c,1d) / (2a,2b,2c,2d)	(1a,1b,1c,1d) \ (2a,2b,2c,2d)
Conclusion	Les billes sur la balance ont toutes le même poids. La bille plus lourde est donc dans la bille restée sur la table.	La bille plus lourde est sur le plateau de droite.	La bille plus lourde est sur le plateau de gauche.
Pesée 2		(2a, 2b) ? (2c, 2d)	(1a, 1b) ? (1c, 1d)

Dans les deux cas, la pesée 2 est de la forme (a, b) ? (c, d). Cette fois-ci, seuls deux issues sont possibles, car la bille différente est forcément parmi ces 4 billes.

Résultat de la Pesée 2	(a, b) / (c, d)	(a, b) \ (c, d)
Conclusion	La bille plus lourde est sur le plateau de droite	La bille plus lourde est sur le plateau de gauche.
Pesée 3	(c) ? (d)	(a) ? (b)

La dernière pesée permet de conclure.

Éléments pour la synthèse (+ exemple(s) de résolution)

Analyse de la table

L'idée de cette table est que l'enseignant puisse déduire la méthode des différents groupes sans que les autres groupes soient influencés. Elle permet aussi de déduire si un groupe a bénéficié du facteur chance.

Par exemple, si un groupe est parvenu à trouver la bille la plus lourde en 2 pesées mais que le nombre de billes est 1 et 1, il ne peut pas avoir trouvé la méthode optimale et on peut donc déduire qu'il a eu de la chance.

En supposant que les élèves soient cohérents dans leurs pesées, voici ce que l'on devrait obtenir dans la table :

Nombre possible de pesées	Nombre de billes sur chaque plateau lors de la première pesée		
De 1 à 36	1	1	Cas 1
De 2 à 7	2	2	Cas 2
De 2 à 4	3	3	Cas 3
De 1 à 3	4	4	Cas 4

Cas 1

On suppose que les élèves comparent chaque bille une à une.

On peut utiliser ce cas pour illustrer le facteur chance. En effet, il est très rare d'avoir besoin des 36 pesées. Faire remarquer aux élèves que le nombre maximal de pesées avec cette méthode est 36 en faisant le calcul au tableau avec les élèves ou en leur demandant de faire le calcul.

Cas 2

C'est la méthode la plus rarement utilisée par les élèves. On suppose que les élèves comparent les billes deux par deux en laissant la 9ème bille de côté. Dans le pire des cas, il devront ainsi faire 6 pesées plus une pesée pour déterminer quelle bille parmi les deux est la plus lourde.

On peut aussi utiliser ce cas pour illustrer le facteur chance. En effet, il est très rare d'avoir besoin des 7 pesées. Faire remarquer aux élèves que le nombre maximal de pesées avec cette méthode est 7 en faisant le calcul au tableau avec les élèves ou en leur demandant de faire le calcul.

Cas 3

En général les élèves ont la démarche suivante :

Si à l'issue de la première pesée ils obtiennent $(1a, 1b, 1c) = (2a, 2b, 2c)$, certains élèves font tout de même la pesée $(1a, 1b, 1c) ? (3a, 3b, 3c)$ pour s'assurer que la bille la plus lourde est bien dans les troisième groupe.

Après avoir déterminé dans quel groupe de trois billes se trouve la plus lourde, les élèves font une pesée de la forme $(a) ? (b)$. Si $(a) = (b)$, certains élèves feront tout de même la pesée $(a) ? (c)$ pour s'assurer que la plus lourde est bien la bille c.

Les groupes ayant fait ce raisonnement et ayant fait 2 pesées peuvent aussi intervenir en disant qu'ils ont eu de la chance. Leur demander d'expliquer pourquoi mais ne pas les relancer.

Cas 4

Les élèves font la démarche décrite en page 7.

Le seul cas où l'on peut conclure en 2 pesées, grâce au facteur chance, est lorsque la bille mise de côté est la plus lourde.

Les cas qu'il faut analyser sont le 1, le 2 et le 4 si les élèves ont conclu en 2 pesées. Ne parler des autres cas que si les élèves les évoquent.

