



En un coup de ciseau I

(sur un article d'Erik D. Demaine)

Shaula Fiorelli Vilmart

UniGe

16 février 2010



On dessine un polygone régulier sur une feuille.

Problème

Peut-on plier la feuille pour pouvoir ensuite découper le polygone régulier en un seul coup de ciseau rectiligne ?

Problème équivalent

Peut-on plier la feuille de telle manière à ramener tous les côtés du polygone sur un seul côté ?

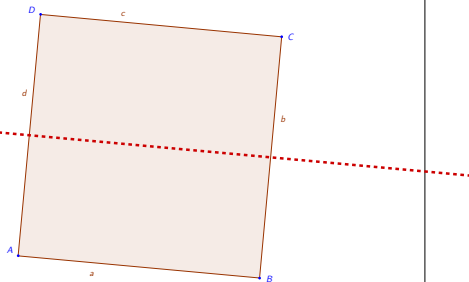
Nous nous restreindrons ici aux polygones convexes.

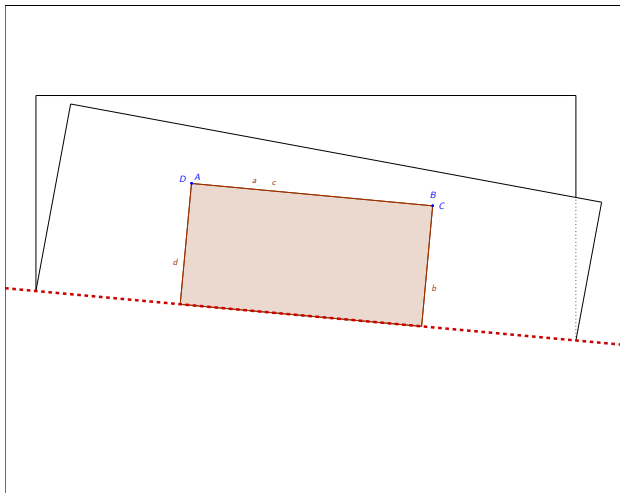
Polygones réguliers - le carré



Comment ramener tous les côtés du carré sur un seul ?

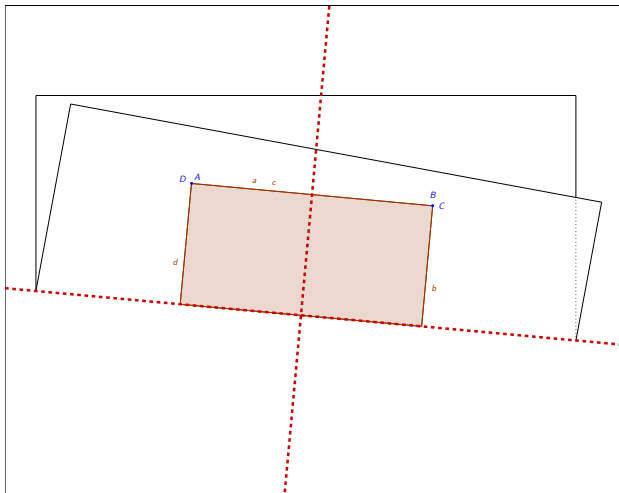
- **Idée :**
on plie en deux





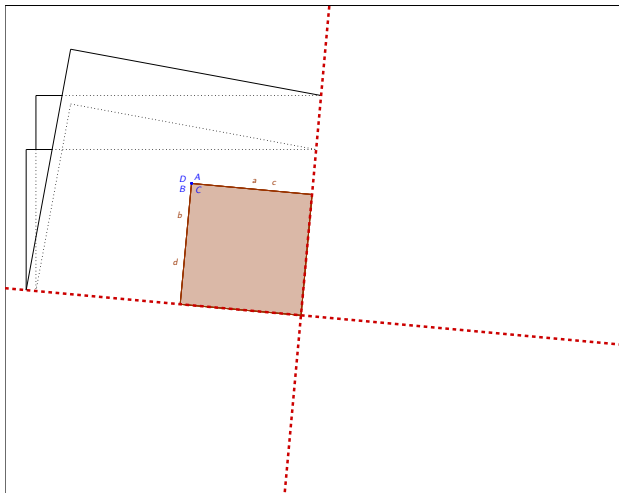
Comment ramener tous les côtés du carré sur un seul ?

- **Idée :**
on plie en deux
⇒ on obtient un rectangle



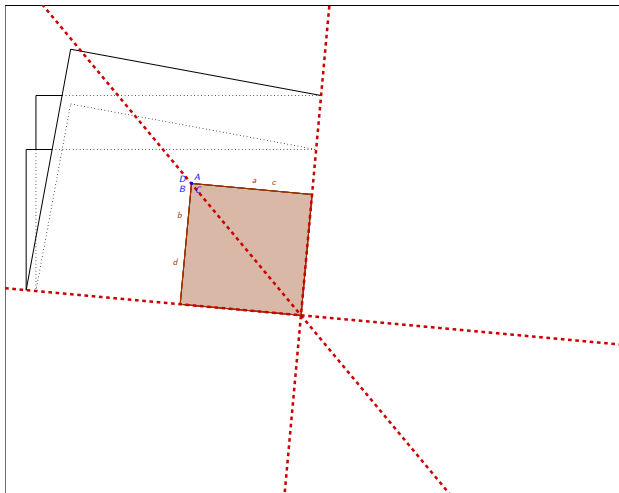
Comment ramener tous les côtés du carré sur un seul ?

- **Idée :**
on plie en deux
⇒ on obtient un rectangle
- On plie encore en deux



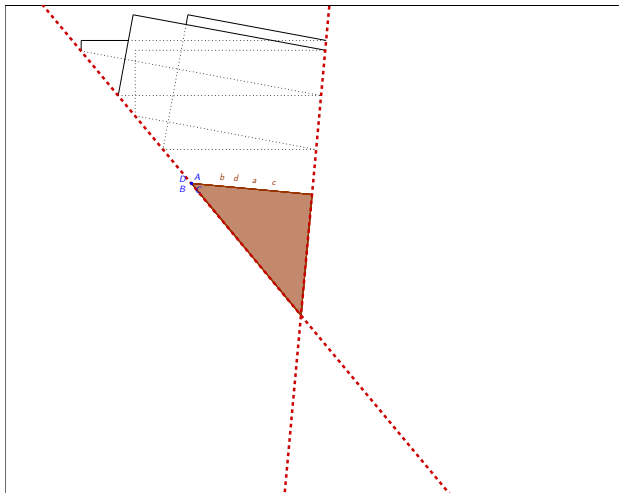
Comment ramener tous les côtés du carré sur un seul ?

- **Idée :**
on plie en deux
⇒ on obtient un rectangle
- On plie encore en deux
⇒ on obtient un carré



Comment ramener tous les côtés du carré sur un seul ?

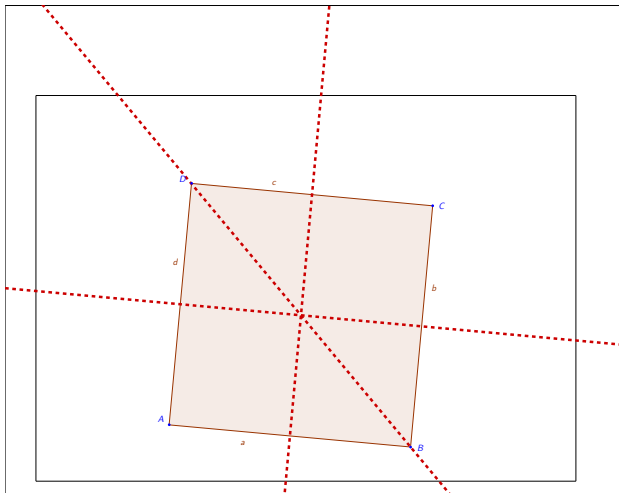
- **Idée :**
on plie en deux
⇒ on obtient un rectangle
- On plie encore en deux
⇒ on obtient un carré
- On plie encore en deux mais sur une diagonale



Comment ramener tous les côtés du carré sur un seul ?

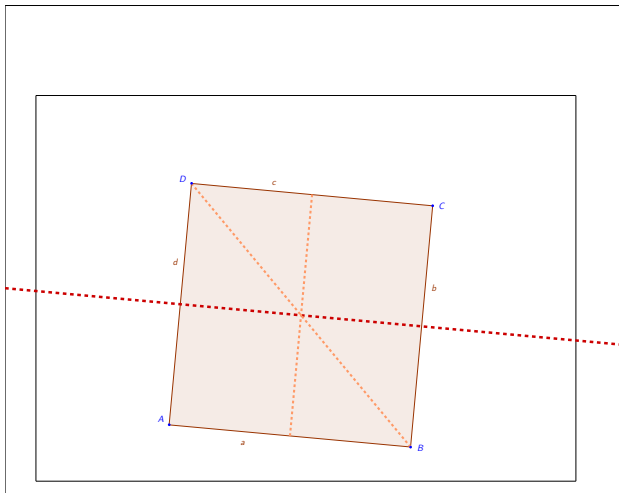
- **Idée :**
on plie en deux
⇒ on obtient un rectangle
- On plie encore en deux
⇒ on obtient un carré
- On plie encore en deux mais sur une diagonale
⇒ on peut couper

Polygones réguliers - le carré



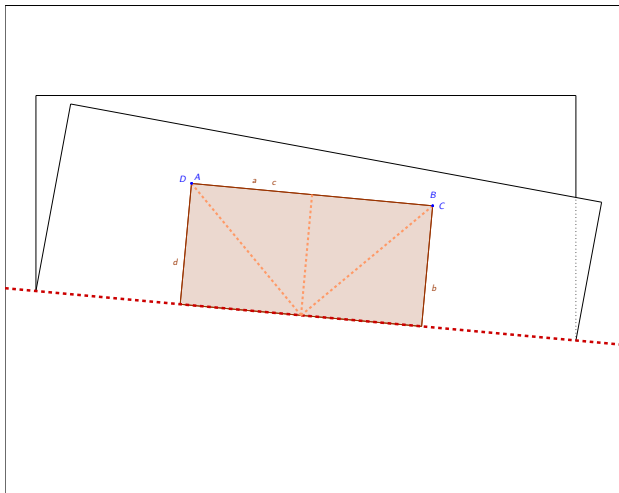
Déplions la feuille et observons nos plis.

Polygones réguliers - le carré



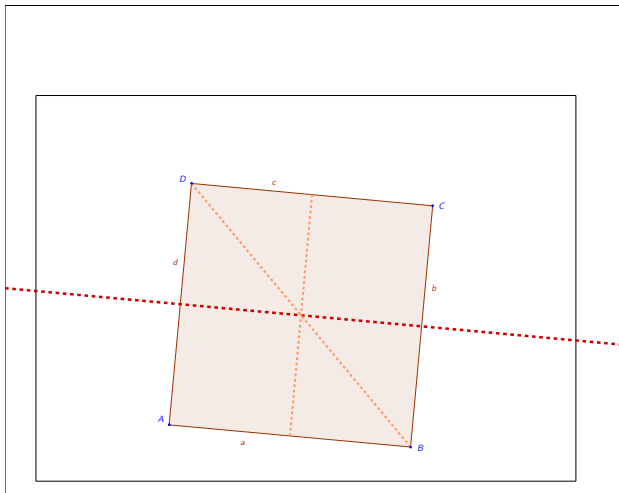
Le premier pli permet de superposer exactement les côtés du carré les uns sur les autres.

Polygones réguliers - le carré



Le premier pli permet de superposer exactement les côtés du carré les uns sur les autres.

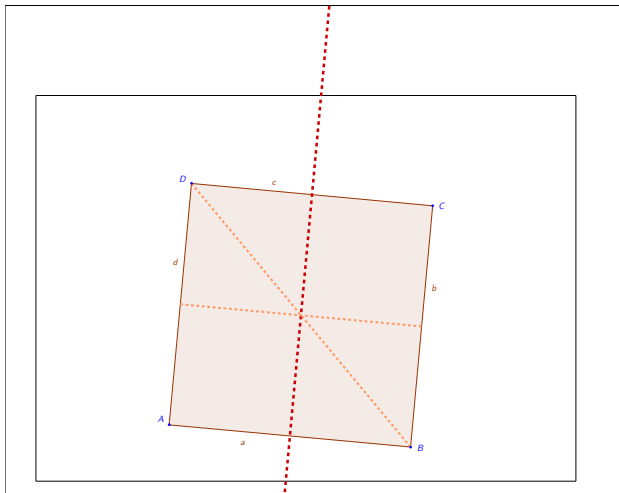
Polygones réguliers - le carré



Le premier pli permet de superposer exactement les côtés du carré les uns sur les autres.

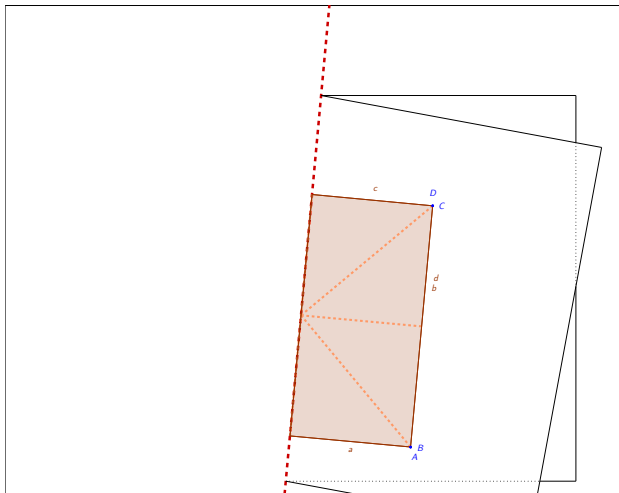
On appelle cette droite un **axe de symétrie**

Polygones réguliers - le carré



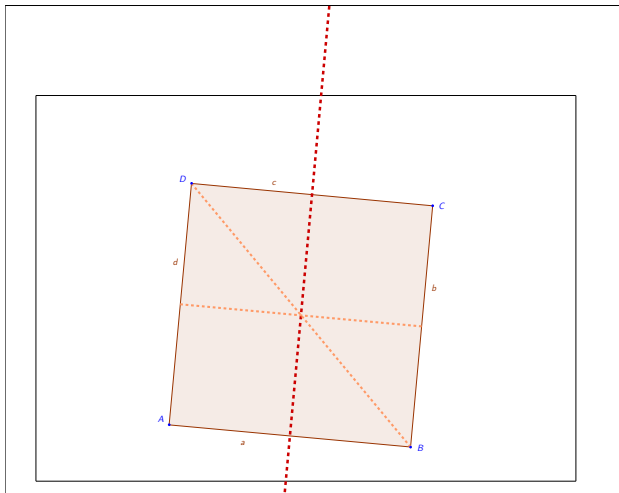
Le deuxième pli permet de faire la même chose.

Polygones réguliers - le carré



Le deuxième pli permet de faire la même chose.

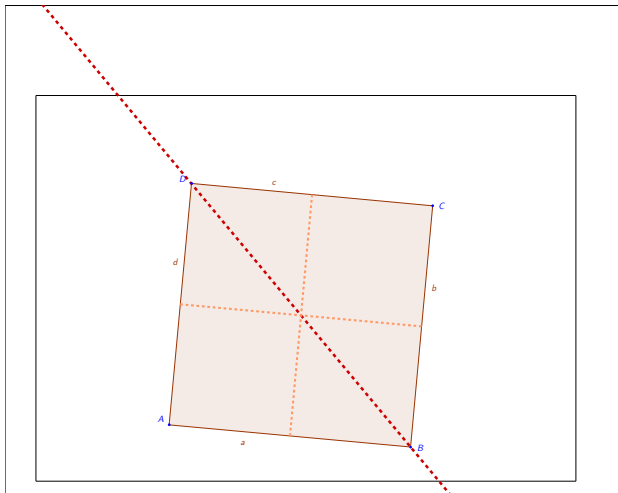
Polygones réguliers - le carré



Le deuxième pli permet de faire la même chose.

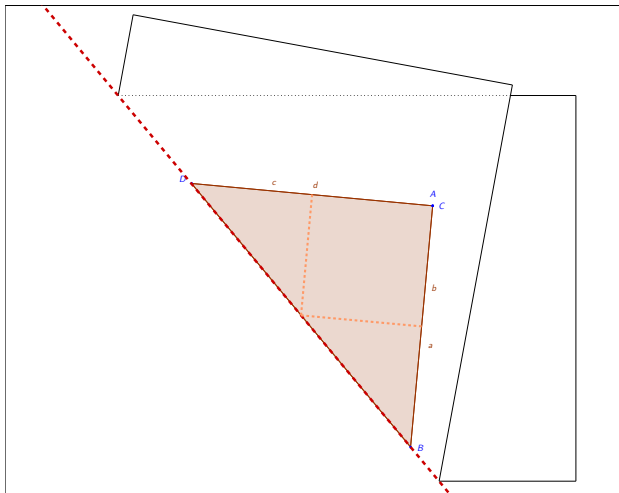
C'est aussi un **axe de symétrie**.

Polygones réguliers - le carré



Le troisième pli est aussi un **axe de symétrie**.

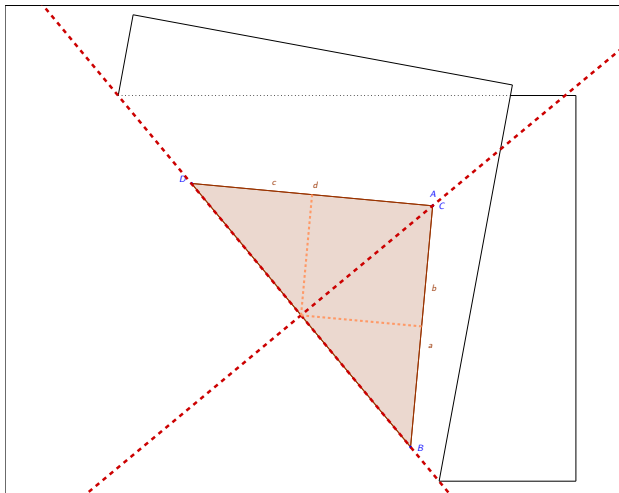
Polygones réguliers - le carré



Le troisième pli est aussi un **axe de symétrie**.

On obtient cette fois un triangle (isocèle)

Polygones réguliers - le carré

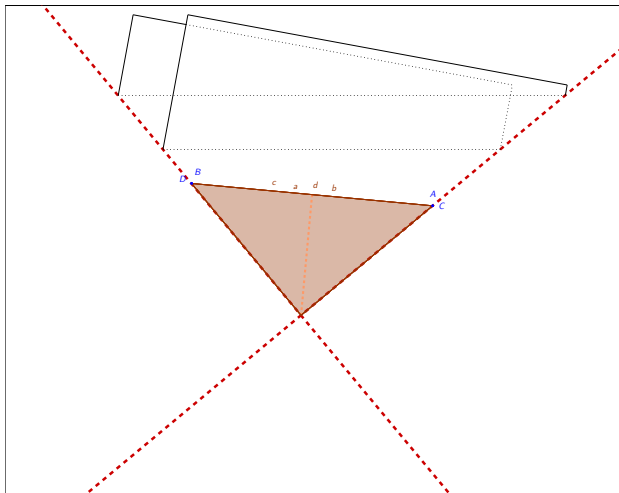


Le troisième pli est aussi un **axe de symétrie**.

On obtient cette fois un triangle (isocèle) qu'on peut aussi plier en deux.

(Ce pli est sur l'axe de symétrie du triangle isocèle)

Polygones réguliers - le carré



Le troisième pli est aussi un **axe de symétrie**.

On obtient cette fois un triangle (isocèle) qu'on peut aussi plier en deux.

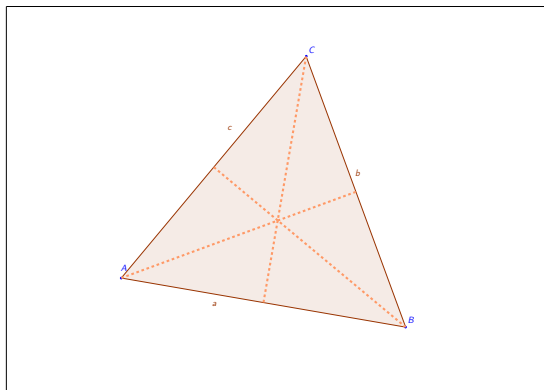
(Ce pli est sur l'axe de symétrie du triangle isocèle)

On obtient une nouvelle façon de découper le carré.

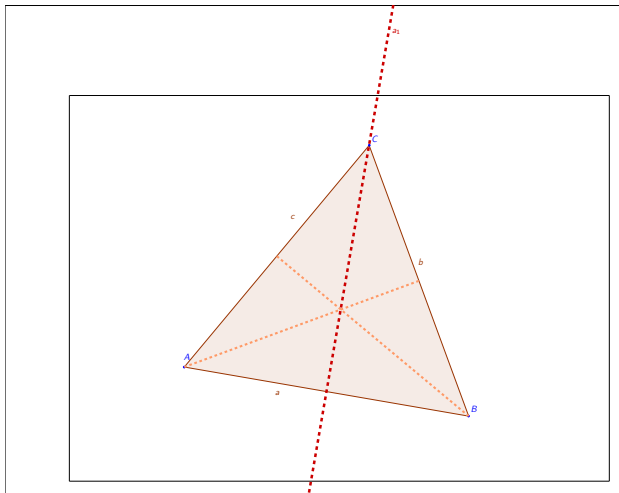
Polygones réguliers - le triangle équilatéral



Le triangle équilatéral a
3 axes de symétrie



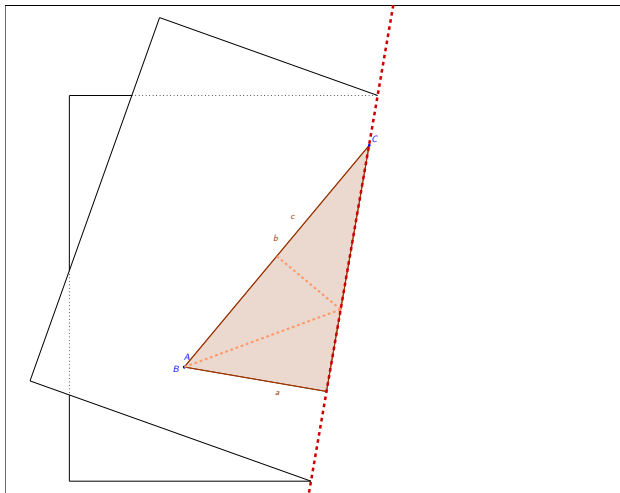
Polygones réguliers - le triangle équilatéral



Le triangle équilatéral a
3 axes de symétrie

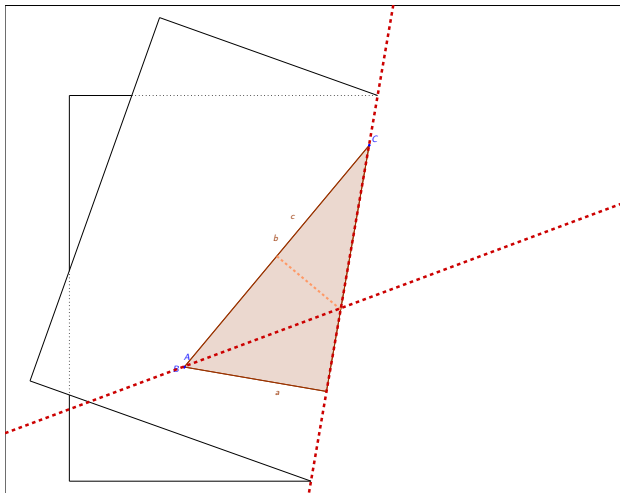
- on plie sur un axe de symétrie

Polygones réguliers - le triangle équilatéral



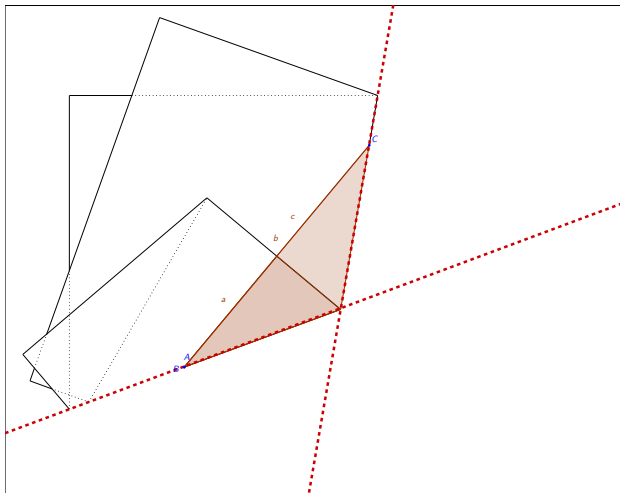
Le triangle équilatéral a
3 axes de symétrie

- on plie sur un axe de symétrie
⇒ on obtient un triangle (rectangle)



Le triangle équilatéral a
3 axes de symétrie

- on plie sur un axe de symétrie
⇒ on obtient un triangle (rectangle)
- on plie sur un axe de symétrie du triangle équilatéral

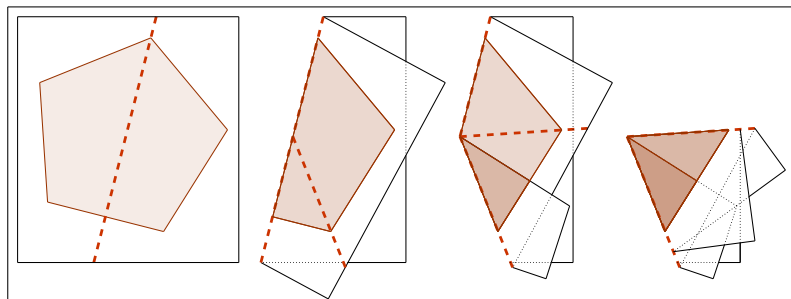


Le triangle équilatéral a
3 axes de symétrie

- on plie sur un axe de symétrie
⇒ on obtient un triangle (rectangle)
- on plie sur un axe de symétrie du triangle équilatéral
⇒ on peut couper

Remarquons que si l'on plie sur l'autre axe de symétrie, on ne gagne rien

Polygones réguliers - le pentagone



Pour le pentagone, on plie toujours sur les axes de symétrie.