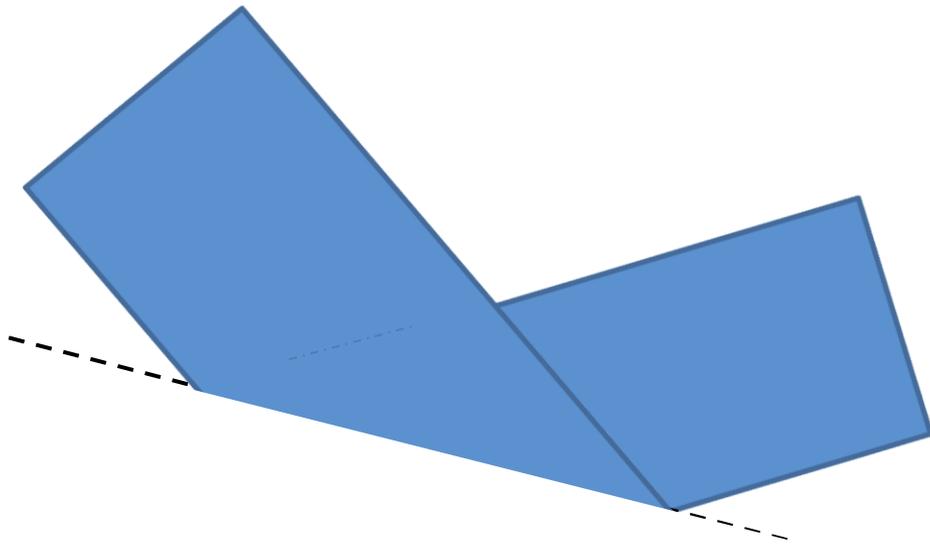


Comparaison de l'axiomatique de
la règle et du compas avec celle du
pliage.

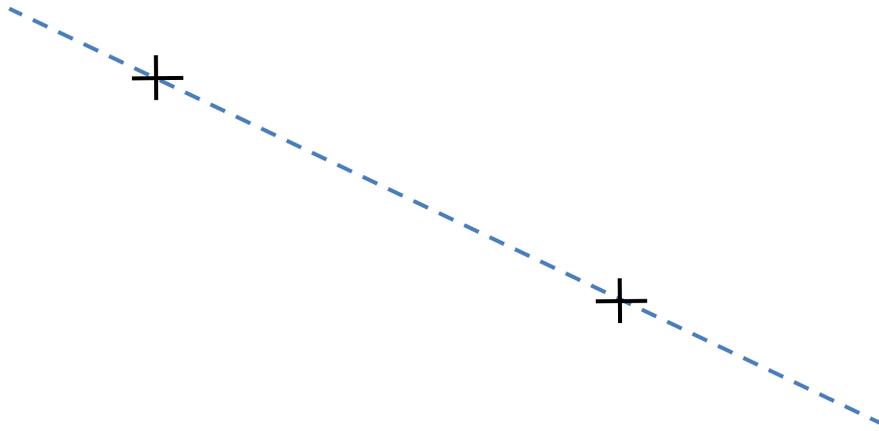


Les axiomes de la règle et du compas : l'axiomes d'existence de la géométrie euclidienne



Les axiomes de la géométrie euclidienne

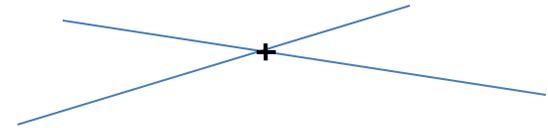
- (E1) Par deux points passent une unique droite.



Les axiomes de la géométrie euclidienne

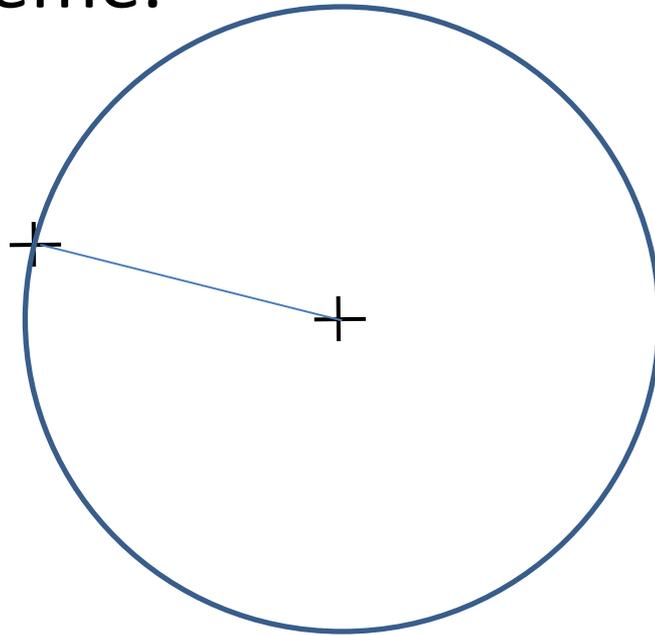
Axiome implicite chez Euclide, un nouveau point est construit s'il est obtenu comme intersection de

- deux droites connues,



Les axiomes de la géométrie euclidienne

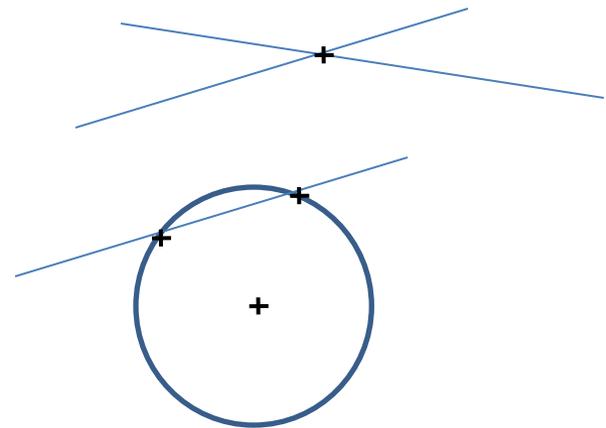
- (E3) Etant donné deux points il existe un unique cercle centré en un des points et passant par le deuxième.



Les axiomes de la géométrie euclidienne

Axiome implicite chez Euclide, un nouveau point est construit s'il est obtenu comme intersection de

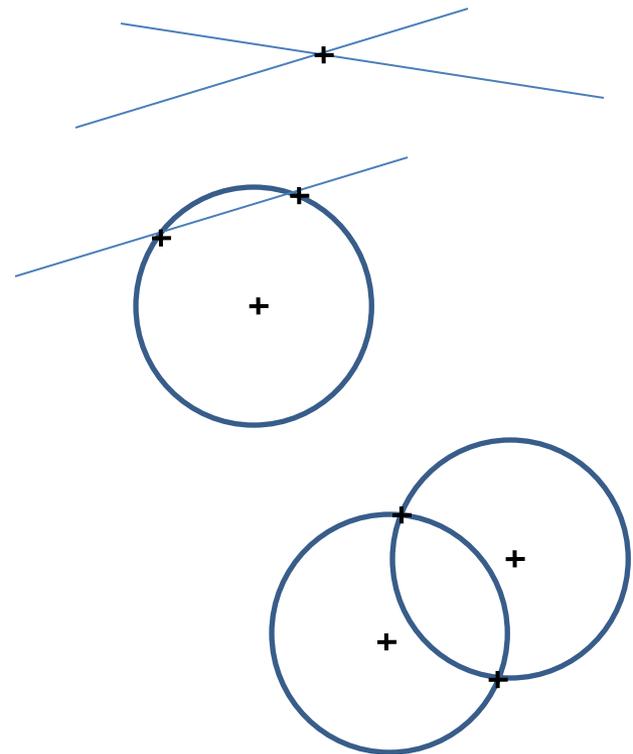
- deux droites connues,
- d'une droite et d'un cercle,



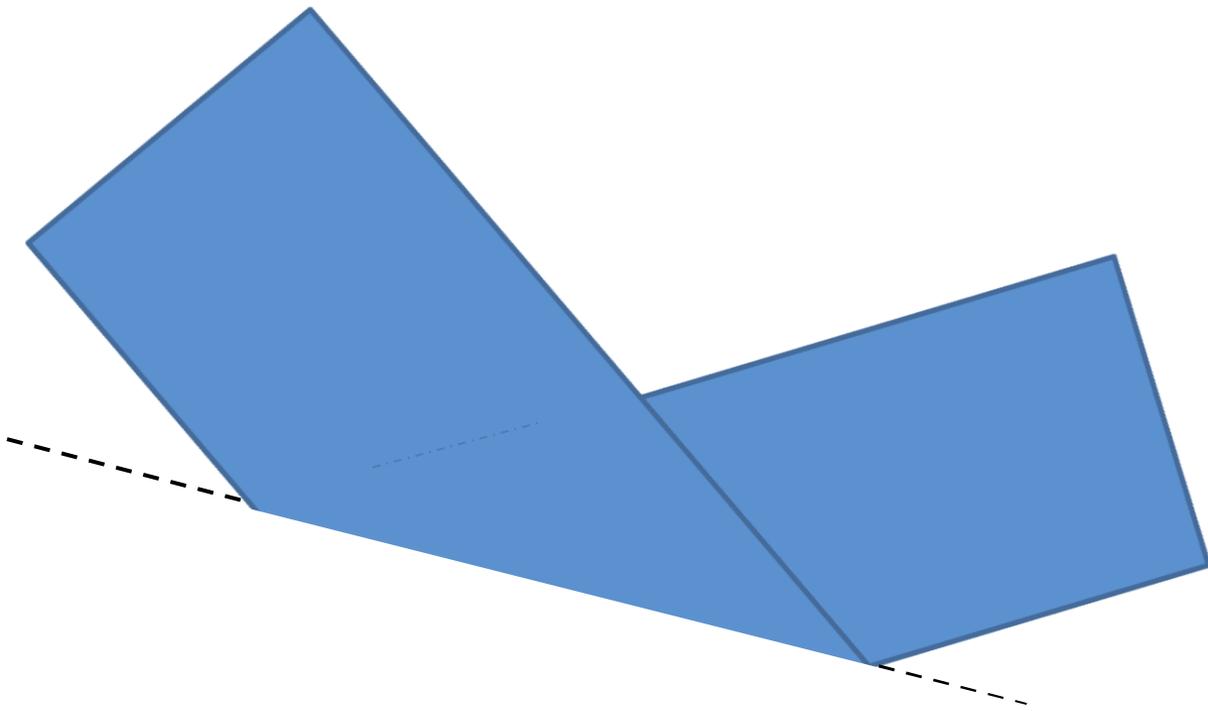
Les axiomes de la géométrie euclidienne

Axiome implicite chez Euclide, un nouveau point est construit s'il est obtenu comme intersection de

- deux droites connues,
- d'une droite et d'un cercle,
- ou de deux cercles



L'axiomatique du pliage selon Hurita

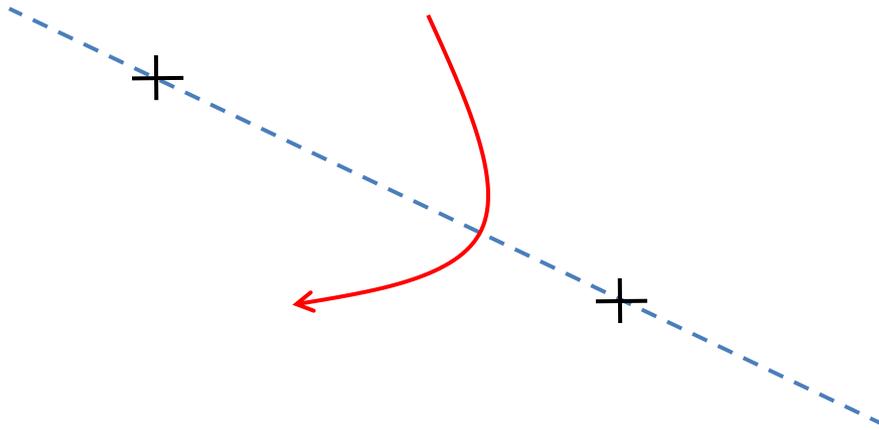


Quelques pliages particuliers

- Les axiomes du pliages

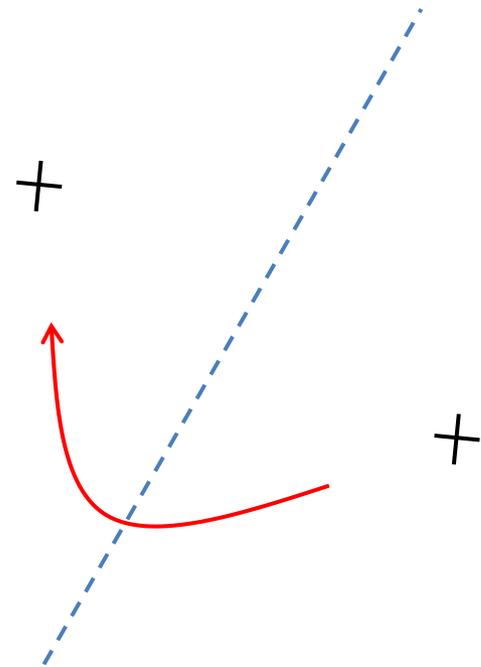
Les axiomes du pliage

- A1, par deux points passe un pli.



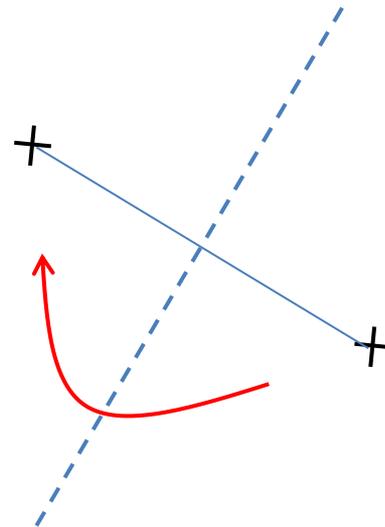
Les axiomes du pliage

- A2 Etant donné deux points, il existe un pli ramenant l'un sur l'autre.



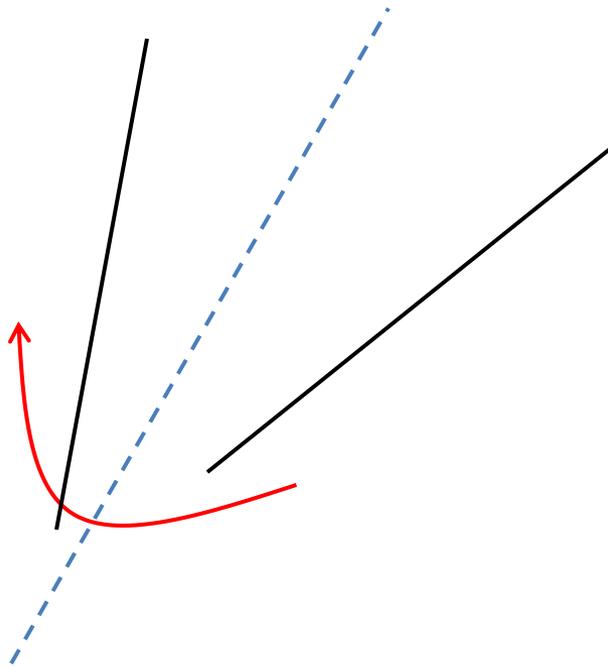
Les axiomes du pliage

- A2 Etant donné deux points, il existe un pli ramenant l'un sur l'autre.
- Il s'agit de plier le long de la médiatrice du segment défini par les deux points.



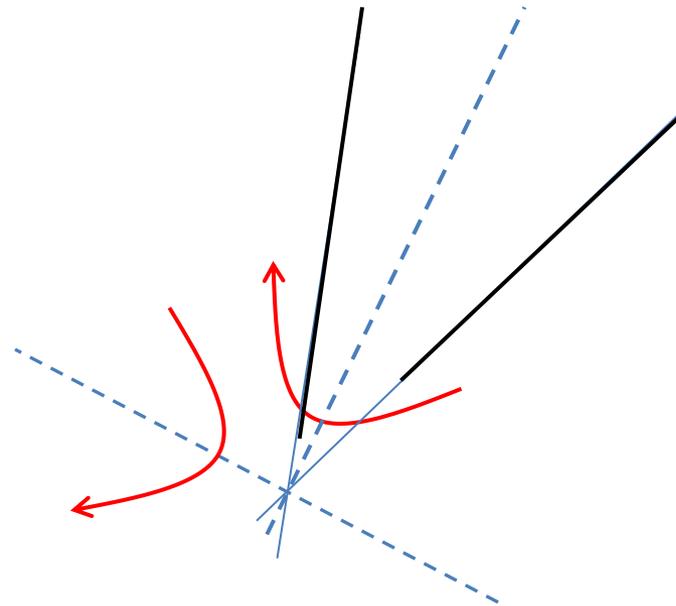
Les axiomes du pliage

- A3 Etant donné deux droites, il existe un pli ramenant l'un sur l'autre.



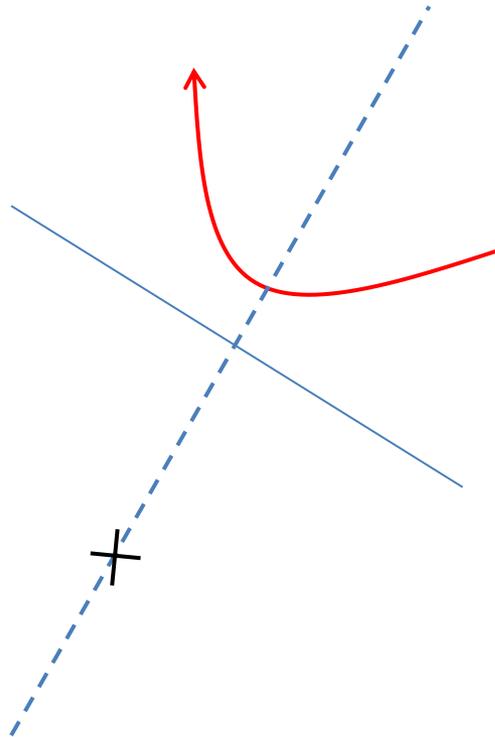
Les axiomes du pliage

- A3 Etant donné deux droites, il existe un pli amenant l'une sur l'autre.
- Il s'agit de plier le long de la bissectrice d'un des angles formés par ces droites
- Ce pli n'est pas unique



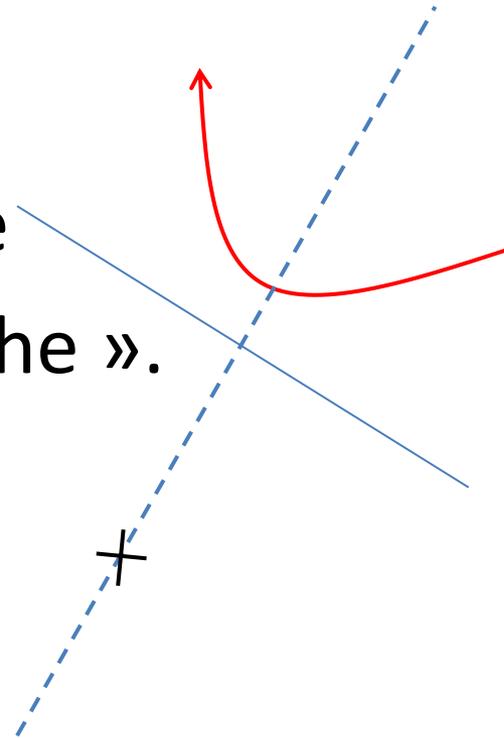
Les axiomes du pliage

- A4 Etant donné un point et une droite, il existe un pli passant par le point perpendiculaire à la droite.



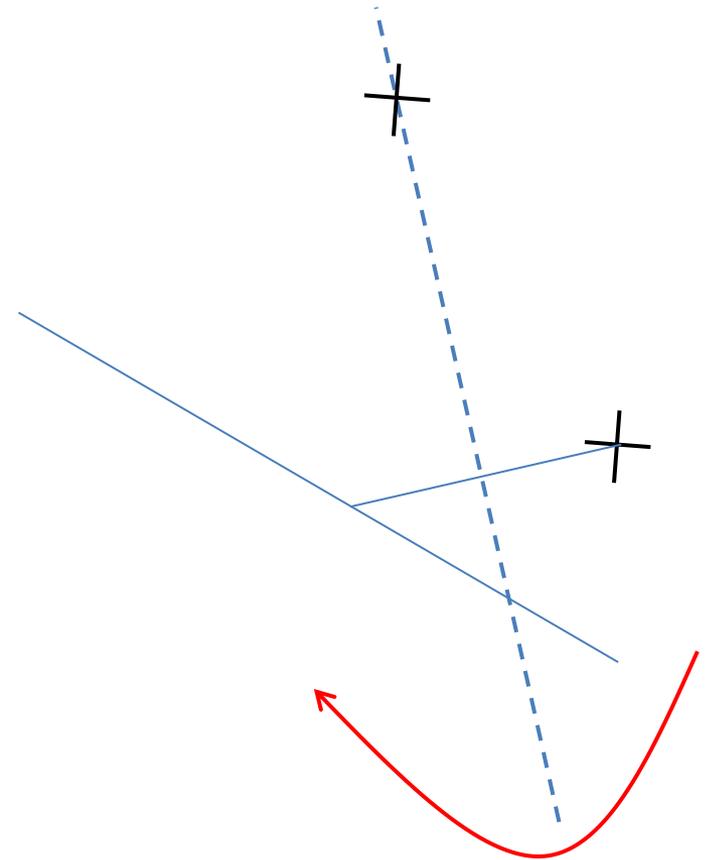
Les axiomes du pliage

- A4 Etant donné un point et une droite, il existe un pli passant par le point perpendiculaire à la droite.
- Ce pli fixe le point et ramène la demi-droite « de droite » sur celle « de gauche ».



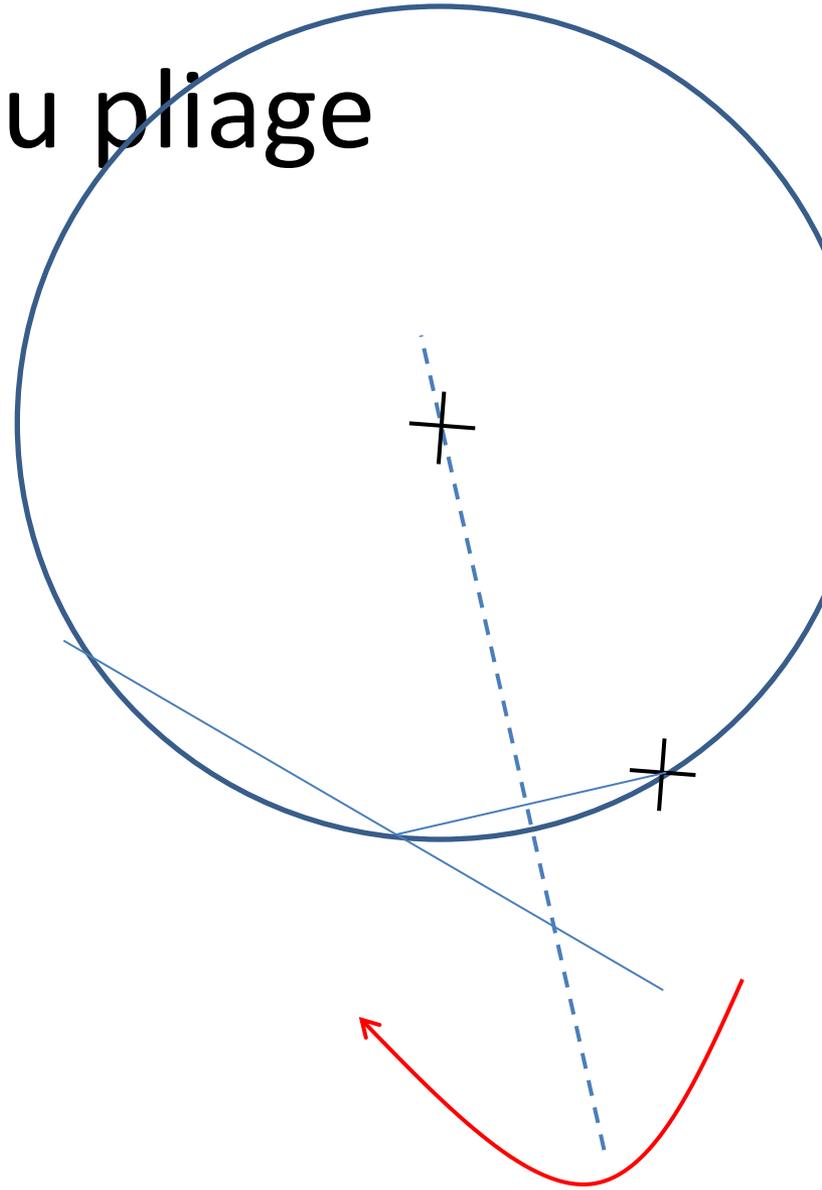
Les axiomes du pliage

- A5 Etant donné deux points et une droite, il existe un pli passant par le premier point amenant le deuxième point sur la droite, pour autant que la distance entre les deux points soit plus grande que la distance entre le point fixe et la droite.



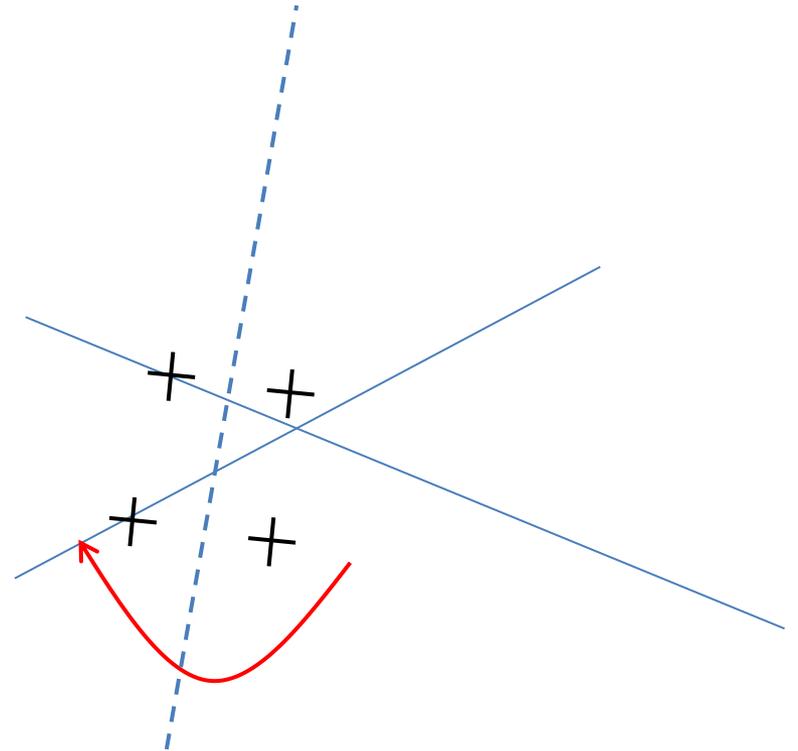
Les axiomes du pliage

- L'axiome A5 permet de construire, s'ils existent, le ou les points d'intersection entre un cercle et une droite.
- Algébriquement ceci correspond à la résolution d'une équation quadratique.



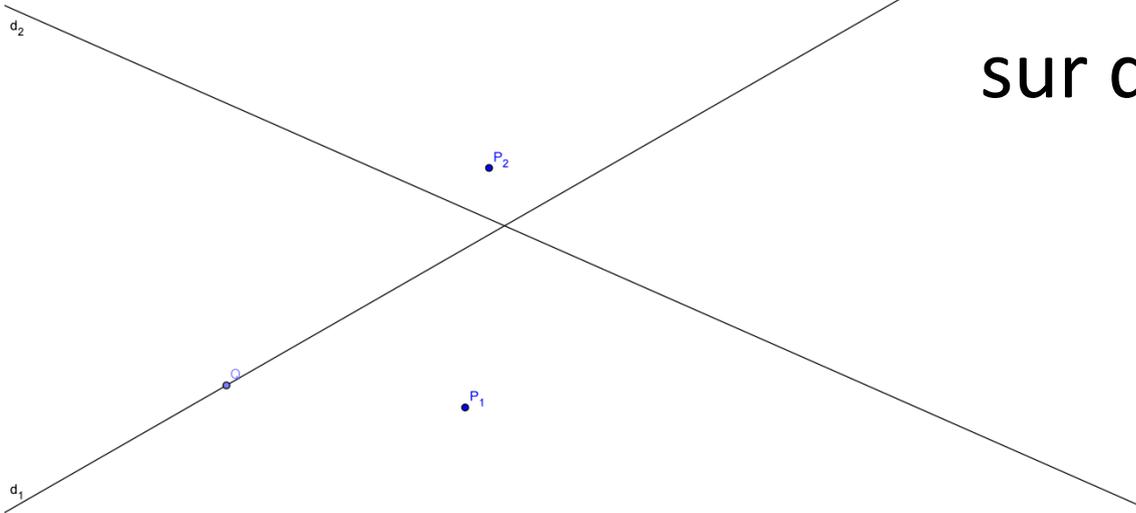
Les axiomes du pliage

- A6 Etant donné deux points et deux droites, il existe un pli amenant le premier point sur la première droite et le deuxième point sur la deuxième droite, pour autant que la distance entre les deux points soit plus grande que la distance entre les deux droites.

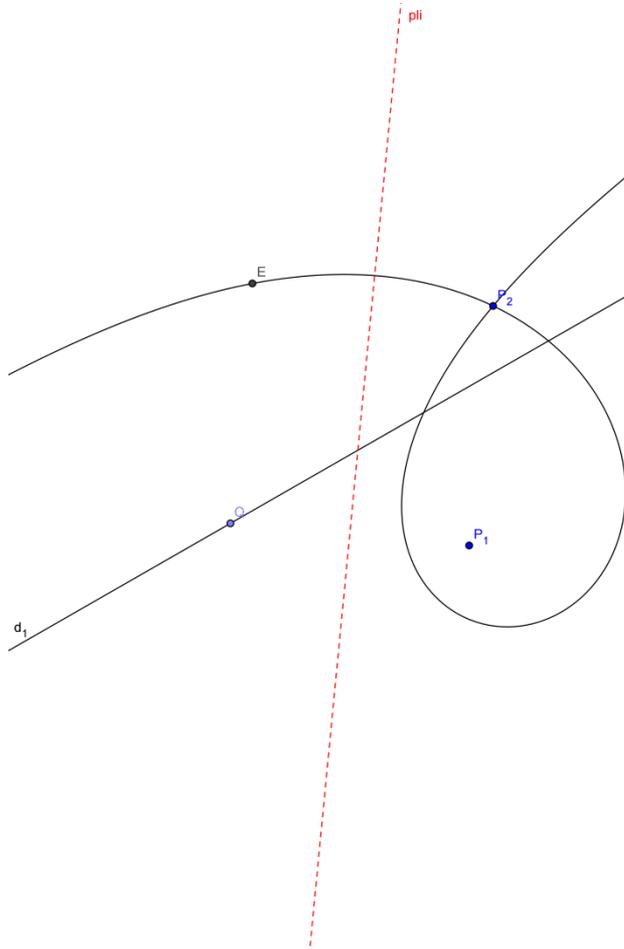


A6 revisité par la géométrie dynamique

- Comment trouver un pli envoyant P_1 sur d_1 et P_2 sur d_2 ?

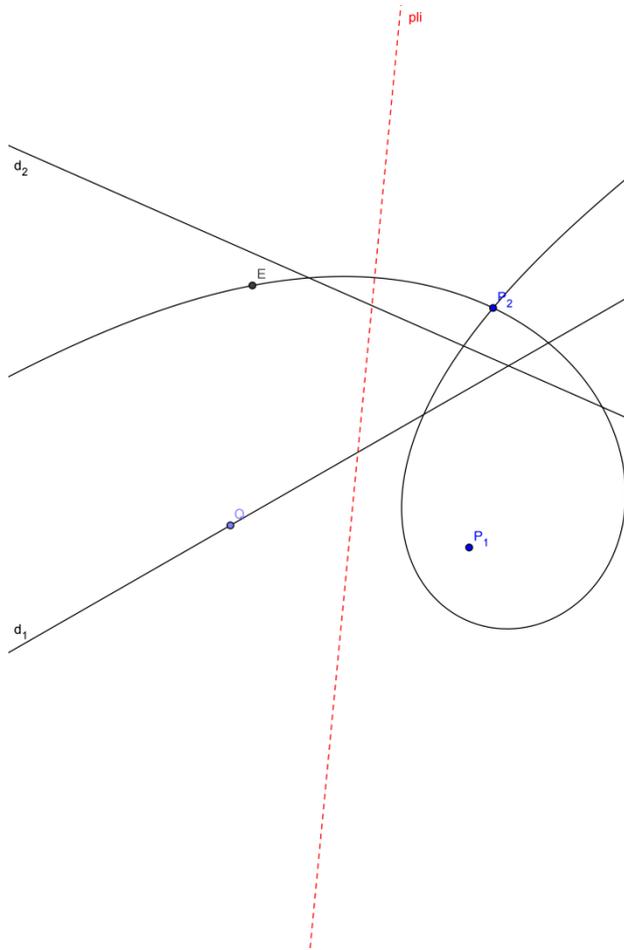


A6 revisité par la géométrie dynamique



- On peut visualiser avec un logiciel de géométrie dynamique, le lieu des points image E du point P_2 relativement au pli envoyant P_1 sur n'importe quel point Q de d_1 .

A6 revisité par la géométrie dynamique



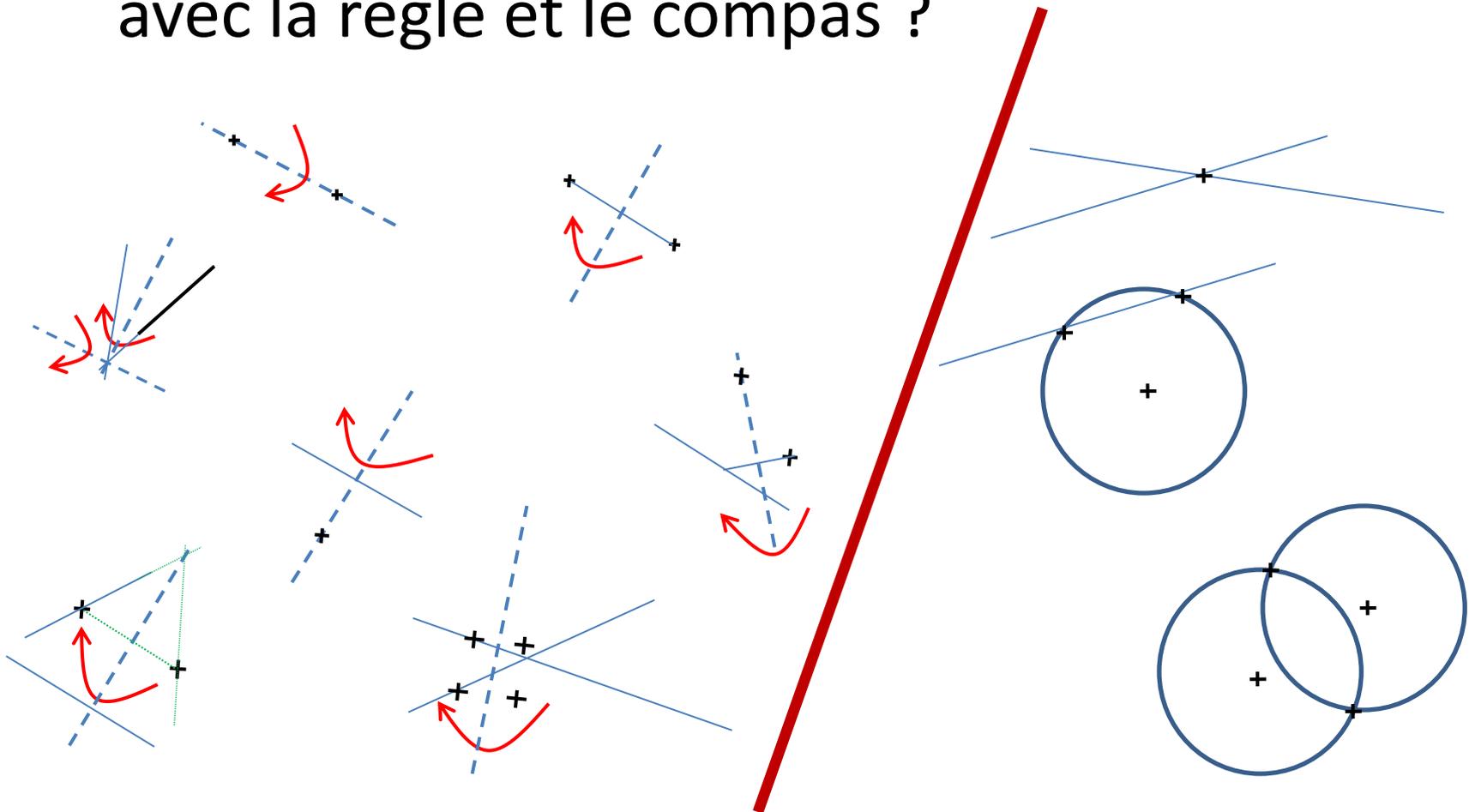
- Les intersections de cette courbe avec d_2 déterminent les plis données par A6.
- Il est intéressant de remarquer qu'il y en a 3, algébriquement ceci correspond à la résolution d'une équation cubique.

Les axiomes du pliage

- Axiome implicite du pliage :
- Un point est construit s'il est l'intersection de deux plis existants.
- Un point est construit s'il est l'image d'un point existant par un pli.

Comparaison des deux systèmes d'axiomes

Question : Peut-on faire plus avec les pliages ou avec la règle et le compas ?



Comparaison des deux systèmes d'axiomes

- Les deux systèmes d'axiomes permettent de définir des points comme intersection de deux droites. Ceci correspond à la résolution d'équations linéaires.
- Le théorème de Descartes, permet de déduire que la géométrie euclidienne ne peut essentiellement résoudre que des équations quadratiques (en plus des linéaires).
- A5 permet de résoudre des équations linéaires et A6 des équation cubiques

Comparaison des deux systèmes d'axiomes

- L'axiomatique du pliage de Hurita est donc plus puissante que celle d'Euclide.
- Explicitement on peut donner la construction de la trisection d'un angle par pliage, construction impossible à la règle et au compas.