Commission genevoise de l'Enseignement des Mathématiques (CEM)

http://wwwedu.ge.ch/cem

Usages d'une calculatrice dans un cours de mathématiques

de la première primaire au onzième degré

PROPOSITIONS D'ACTIVITES

PISTES DE REFLEXION

OCTOBRE 2006

Brochure réalisée par

Eric Burdet (EP), Pierre-Marie Charrière (CO) et Jean-Marie Delley (PO)

Avec le soutien de

SERVICE ECOLE-MEDIAS (SEM)

DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE (DGEP)

DIRECTION GENERALE DU CYCLE D'ORIENTATION (DGCO)

DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT POST-OBLIGATOIRE (DGPO)

Remarques

- Par calculatrice scientifique, on entend une calculatrice ni graphique, ni symbolique. Durant la rédaction de cette brochure, nous avons travaillé avec les modèles de calculatrices TI106 et TI34II qui sont actuellement (en 2006) utilisés dans l'enseignement genevois, mais ce document et les activités proposées se veulent indépendants du choix de tel ou tel modèle.

- Cette brochure est appelée à être modifiée et complétée suite aux futures utilisations par les enseignants des activités proposées, tant dans le travail quotidien dans les classes que lors de formations.

- Tous les éléments qui composent cette brochure – notamment les activités – peuvent être librement utilisés, adaptés et modifiés par les enseignants. Ils sont soumis à la licence Creative Commons *Paternité-NonCommercial-ShareAlike 2.5* [1], ce qui signifie qu'il suffit de citer les auteurs du document d'origine, que toute utilisation commerciale est interdite, et que toutes les éventuelles modifications doivent être mises à disposition de la communauté selon ces mêmes conditions.

- Ils sont téléchargeables sur le site de la CEM à l'adresse suivante : http://wwwedu.ge.ch/cem/brochurecalc.html.

Cette photo montre la « calculette » hydraulique
construite pour la Cité des Sciences de la Villette.
Elle additionne deux nombres binaires de quatre chiffres.[2]

Tous nos remerciements vont aux personnes qui ont contribué, directement ou indirectement, à la réalisation de cette brochure ; tout particulièrement Laura Weiss, Ruhal Floris et les formateurs du secteur des mathématiques de l'école primaire pour leur relecture.

---

[2] Avec l'aimable autorisation de l'inventeur Bernard Gitton.

Table des matières

1. Introduction

A la fin des années 70, le prix des calculatrices de poche disponibles sur le marché devient accessible ; on assiste alors aux premières expériences d'utilisation de ces nouveaux outils dans les milieux scolaires, surtout au secondaire. Dans les années 80, à l'école primaire (EP), quelques mallettes de « calculatrices 4 opérations » sont mises par l'institution à disposition des enseignant-e-s intéressé-e-s, et on fournit aux maîtres du cycle d'orientation (CO) ces mêmes outils pour qu'ils les utilisent en classe. Au post-obligatoire (PO), chaque élève est tenu de s'acheter une calculatrice non graphique et non programmable, dont le modèle est laissé à son libre choix. A l'époque, la règle implicite consiste à autoriser aux élèves l'utilisation d'un outil technologique une fois qu'ils maîtrisent la technique de calcul qu'il permet.

Depuis la fin des années 90, avec l'importance que prend l'informatique dans le monde du travail, l'apparition généralisée de calculettes dans la société et sous la poussée de quelques enseignant-e-s particulièrement motivé-e-s, l'institution scolaire décide qu'il faut intégrer les nouvelles technologies dans les pratiques pédagogiques. Les plans d'études et moyens d'enseignement en préconisent désormais l'usage (voir annexe 7.1) et le matériel technologique à disposition dans les établissements croît de manière importante. Des logiciels comme CabriGéomètre, Mapple, Mathematica, … ainsi que d'autres outils MITIC[3] - CD, DVD, Internet, … - sont de plus en plus souvent utilisés lors de la production ou de la mise en pratique de séquences pédagogiques. Ce phénomène touche tous les ordres d'enseignement ainsi que l'Université.

Ces évolutions ne vont par sans susciter quelques résistances de la part de certains acteurs, enseignant-e-s ou parents. L'émergence de nouvelles technologies a souvent suscité de telles réactions ; si l'on prend soin de dépasser les échanges d'arguments définitifs assénés de part et d'autre à l'emporte-pièce, ces résistances permettent d'interroger les pratiques des précurseurs et de poser de bonnes questions :

- Quel statut donner à ces outils : simples substituts de calcul ou réelles aides à la construction de savoirs mathématiques ?
- Doivent-ils être gérés de façon autonome par les élèves ou pris en compte par les maîtres dans leur enseignement ?
- Doivent-ils toujours être laissés à la libre disposition des élèves ou plutôt être gérés en alternance avec du calcul « à la main » (particulièrement durant les évaluations) ?
- Qu'en est-il réellement des bénéfices attendus, mais aussi des coûts et des risques d'une telle démarche d'intégration ?

Cette brochure n'a pas pour objectif de traiter en profondeur toutes ces questions, les auteurs n'en ont ni les moyens, ni les compétences. Nous partons de la constatation qu'aujourd'hui les calculatrices de poche sont devenues très bon marché et conviviales, qu'elles offrent des possibilités en constant développement, qu'elles permettent de sous-traiter des calculs mathématiques qui auparavant ne pouvaient qu'être réalisés exclusivement « à la main » (opérations sur les fractions, statistiques, …).

[3]MITIC : Médias, Images et Technologies de l'Information et de la Communication

Il nous paraît donc opportun de nous questionner en étudiant dans quelle mesure une intégration raisonnée des calculatrices peut s'opérer au sein des enseignements de mathématiques.

2. La situation actuelle

2.1. Quelques exemples

En Suisse, dans les programmes 7-8-9 canton de **Vaud**, on trouve : « (...) l'enseignant propose des activités stimulantes qui engagent la participation de tous, individuellement ou en groupes et éveillent la curiosité : jeux, histoire des mathématiques, usage de la calculatrice, de logiciels informatiques, construction de modèles, de solides, etc. ». Il s'agit d'« utiliser la calculatrice avec pertinence », puisque « d'usage courant dans notre société, [la calculatrice] remplace efficacement divers algorithmes fastidieux ». En **France**, à l'école primaire, les travaux numériques prennent appui sur la pratique du calcul exact ou approché, sous différentes formes souvent complémentaires : le calcul mental, le calcul à la main (dans le cas de nombres courants et d'opérations techniquement simples), l'emploi d'une calculatrice. Au collège, Il s'agit de conduire tous les élèves du cycle central à une maîtrise des calculatrices scientifiques élémentaires. Le programme officiel précise que « la calculatrice est un objet courant (...) une utilisation optimale nécessite un apprentissage sur plusieurs points… »[4].

Voici ce que l'on peut lire dans les programmes officiels en **Belgique** : **«** Calculatrices et ordinateurs sont des outils performants qui permettent des gains de temps et ouvrent de nouvelles perspectives. Au premier degré, on préconise l'usage de calculatrices comme outils d'investigation pour les propriétés des nombres et des opérations. Au deuxième degré, les ressources et les limites des calculatrices scientifiques doivent devenir familières aux élèves. Le recours aux calculatrices graphiques et aux ordinateurs est vivement conseillé. Ils facilitent l'étude des fonctions et de l'algèbre … »

Le programme de la formation **québécoise** précise que « la technologie, qui influe sur la mathématique et sur son utilisation, ne saurait se substituer aux activités intellectuelles. Elle demeure cependant d'une grande utilité. Elle permet notamment à l'élève de faire des apprentissages en mathématique, d'explorer des situations plus complexes, de manipuler un grand nombre de données, d'utiliser une diversité de modes de représentation, de simuler et de faciliter des calculs fastidieux. Il peut ainsi se consacrer à des activités signifiantes, développer ses aptitudes en calcul mental et approfondir le sens des concepts et des processus mathématiques. »

On constate donc que l'intégration pédagogique des MITIC, en particulier des calculatrices, est maintenant largement instituée dans les cantons et pays francophones proches du notre [5].

---

[4] Bulletin officiel (BO) hors série n° 1 du 14 février 2002 et programmes édités par le CNDP

[5] Voir également l'annexe 7 pour référencer la place donnée aujourd'hui aux calculatrice dans les plans d'étude et moyens d'enseignement EP/CO/PO

2.2. En Suisse romande

Dès 1998, le plan d'études romand de mathématiques de l'enseignement primaire mentionne la calculatrice comme outil de calcul à partir de la première primaire. Lors de la récriture du plan d'études du cycle d'orientation, un livret spécifique sur l'usage de la calculatrice et des outils informatiques a été intégré.

En 1998, la Commission genevoise de l'Enseignement des Mathématiques (CEM) a pris position dans ce débat en recommandant d'introduire l'utilisation systématique des calculatrices dans les cours de mathématiques dès l'école primaire, ainsi qu'en produisant un cahier des charges pour les machines (voir annexe 7.2). La CEM a proposé de distinguer deux périodes d'apprentissage : 1EP-4EP et 5EP-9CO[6]. Suivant cette recommandation, le Département de l'Instruction Publique (DIP) genevois met depuis septembre 1999 à disposition :

- dès la 1re primaire, des calculatrices effectuant les 4 opérations ; les machines restent en classe et sont gérées par l'enseignant-e[7] ;
- dès la 5e primaire et jusqu'à la fin du Cycle d'Orientation des calculatrices scientifiques (avec calcul de fractions, de puissances, menus déroulants, respect de l'écriture mathématique, …) ; les machines sont distribuées gratuitement aux élèves qui en sont alors responsables durant toute leur scolarité obligatoire[8].

Qu'en est-il maintenant de la réalité sur le terrain ? De quelle façon les enseignant-e-s ont-ils intégré ces calculatrices dans leurs pratiques ? Force est de constater qu'il ne suffit pas de mettre à disposition un outil pour qu'une utilisation raisonnée et raisonnable s'institue. De nombreux maîtres – surtout à l'EP – estiment que les calculatrices n'ont pas leur place dans les cours de mathématiques, d'autres - plutôt au CO ou au PO - continuent de penser qu'il s'agit exclusivement d'une aide au calcul et qu'il est de la responsabilité de l'élève d'apprendre à l'utiliser, l'enseignant décidant seulement quand son usage est autorisé.

2.3. Objectifs de cette brochure

Cette brochure se propose de contribuer au débat, avec deux objectifs principaux :

- mettre en avant - pour tous ceux que cela intéresse : maîtres, mais aussi parents ou décideurs - un certain nombre d'informations autour des **différents usages possibles** d'une calculatrice dans les cours de mathématiques dès l'école primaire, avec les bénéfices attendus, mais aussi les coûts et les risques d'une telle démarche ;
- proposer à tous les enseignants **des activités « clés en main »** - de la première primaire (1EP) au onzième degré du post-obligatoire (11PO) - qui soient directement en phase avec les plans d'études et les moyens d'enseignement et qui en illustrent les différents types d'usages. Ces activités se veulent incitatives, variées, modifiables, conçues pour donner des idées et proposer des pistes.

---

[6] EP : école primaire, CO : cycle d'orientation, PO : post-obligatoire

[7] Jusqu'en juin 2007, le modèle choisi est la TI-106

[8] Jusqu'en juin 2007, le modèle choisi dès la 5P est la TI-34 II

3. Quelques éléments de réflexion

3.1. Le contexte

Qu'on la subisse ou qu'on s'en réjouisse, il n'est plus possible aujourd'hui d'ignorer la **généralisation d'outils technologiques d'un accès toujours plus aisé et à moindres coûts**.

Portables, SMS, télécommandes, jeux, distributeurs de billets TPG[9], … : les compétences moyennes de la population dans la manipulation de ces objets se sont accrues en un temps record ! Associée à la généralisation d'Internet et des lignes ADSL, on peut sans risque de se tromper affirmer que notre société est aujourd'hui entrée dans une « ère MITIC[10] ». Cette évidence de disponibilité, d'utilité et d'efficacité entraîne une pression pour que le milieu scolaire intègre d'une part des apprentissages complémentaires liés à ces usages (maîtriser tel ou tel logiciel, …), d'autre part une réflexion liée au besoin de comprendre, d'analyser et de connaître les bénéfices et les risques de cette intégration – souvent réalisée au pas de charge - afin d'en garantir une utilisation raisonnable et raisonnée.

Cette évolution touche également les mathématiques où on constate un recours toujours plus important aux technologies. **Les savoirs mathématiques évoluent**, des domaines comme l'analyse numérique ou les statistiques, grands utilisateurs de MITIC, voient leur importance et les moyens qui leur sont alloués croître de façon importante.

L'enseignement des mathématiques est lui aussi touché. D'abord quant aux sujets d'étude choisis : la théorie des nombres, les statistiques ou la géométrie sont revalorisés, presque toujours en lien avec la proposition d'utiliser tel ou tel outil technologique pour en favoriser les enseignements et apprentissages. D'autres sujets se voient eux remis en question – connaissance mémorisée de tables d'opérations ou de valeurs remarquables, maîtrise de certains algorithmes, …

Deux questions fondamentales se posent alors :

- faut-il encore apprendre certaines manipulations que l'on peut faire facilement avec des machines ? si oui, lesquelles et pourquoi ?
- quel équilibre recherche-t-on entre les aspects calculatoires et ceux qui sont plus liés à la compréhension du sens des mathématiques ?

La **didactique** – en particulier des mathématiques – a beaucoup à nous apporter pour tenter de répondre à ces questions (Guin & Trouche, 2003, Floris & Conne, 2007).

Montrant la naïveté de certaines approches selon lesquelles la délégation de tâches techniques à des logiciels favoriserait automatiquement la conceptualisation, les recherches en didactique ont montré le rôle important de certaines techniques de calcul (instrumenté ou non) dans le processus de conceptualisation. Il semble par exemple aujourd'hui que l'usage des calculatrices peut être un apport intéressant pour mettre en place la numération dès l'école enfantine. (Del Notaro & Floris, 2004, 2005). Il a été

---

[9] TPG : Transports Publics Genevois

[10] MITIC : Médias-Images et Technologies de l'Information et de la Communication

montré aussi que l'introduction de la calculatrice nécessite une instrumentation des élèves et de l'enseignement (Rabardel, 1995, Guin & Trouche, 2003) sans laquelle on ne voit que des utilisations rudimentaires.

Parallèlement à ce courant de réflexion qui perçoit de façon positive cet outil et l'évolution qu'il permet, force est de constater une grande méfiance de nombreux mathématiciens, enseignant-e-s et parents. Deux débats principaux émergent.

Au **niveau culturel** d'abord : après 4000 ans de théories mathématiques, comment accepter l'introduction d'outils électroniques dans la recherche ? Quel est le statut de résultats obtenus à l'aide de calculs informatiques ? Certains refusent d'entrer en matière alors que d'autres rétorquent que c'est justement ainsi qu'on débloque des situations sans issue apparente, qu'on pousse plus avant les investigations qui mèneront à de nouvelles découvertes[11]. Pourtant la manipulation de symboles que permettent les outils électroniques s'inscrit dans la suite logique de l'utilisation des bouliers, abaques, et autres pascalines et du développement du symbolisme mathématique (écriture décimale, calcul littéral,…).

Ces nouveaux outils ont dynamisé les mathématiques expérimentales[12] et par suite la théorisation mathématique (calcul des décimales du nombre π).

Au **niveau pédagogique** ensuite : si les élèves ont une machine à disposition et ne calculent plus de tête ou à la main, leur investissement dans la résolution d'un problème est moindre, ils essaient n'importe quoi sans réflexion préalable, n'exercent plus leur mémoire ; les nombres finissent par avoir tous le même statut, ne sont pas organisés selon leurs propriétés et leurs comportements dans les opérations ! Mais à contrario, si les élèves disposent d'une calculatrice, ils peuvent se décharger des tâches techniques pour se concentrer sur l'appropriation du concept, on peut leur demander d'effectuer plusieurs essais pour découvrir une notion, essais auxquels ils renonceraient face à l'investissement demandé et qui seraient par ailleurs « chronophages » dans un cours de mathématiques sans la calculatrice.

Pour faire suite à ces premiers éléments de réflexion, entrons maintenant plus avant dans la description de ce qu'on entend aujourd'hui par calcul et outils de calcul.

---

[11] L'exemple le plus connu est certainement celui de la démonstration du théorème des 4 couleurs. Il s'agit de démontrer que toute carte qui comprend des zones séparées par des frontières peut être coloriée avec seulement 4 couleurs différentes de telle sorte qu'aucunes zones de mêmes couleurs ne se touchent. En 1989, K. Appel et W. Haken ont montré - en reprenant des travaux antérieurs – qu'il fallait finalement considérer 1482 cartes critiques qu'il suffisait de traiter une par une, travail qui a été réalisé par ordinateur. Cette démonstration a donné lieu à un long débat dans la communauté des mathématiciens. Comment vérifier ce que fait l'ordinateur ? Est-ce équivalent à une démonstration humaine ? Doit-on la valider ? Depuis lors, les techniques de "preuve par ordinateur" se développent et ont fait évoluer ce qui est accepté comme preuve. Une exigence est par exemple que le résultat ait été obtenu indépendamment au moins deux fois.

[12] Voir par exemple http://www.cecm.sfu.ca/~pborwein.

3.2. Calculs - outils de calculs

3.2.1. Calcul versus raisonnement

Le rapport de la Commission Kahane[13] décrit bien une vision des rapports entre calcul et raisonnement : « *Dans la culture, les deux termes : calcul mathématique et raisonnement apparaissent comme antagonistes. Le calcul est opposé au raisonnement tant dans les démarches de pensée qu'il met en œuvre que dans les formes d'apprentissage qu'il requiert. Le calcul renvoie à une activité mécanique, automatisable, sans intelligence, il est réduit à sa part mécanisée. Son apprentissage renvoie à l'idée d'entraînement purement répétitif. En bref, le calcul est perçu comme renvoyant aux basses œuvres du travail mathématique, tandis que sa partie noble, celle liée au raisonnement est plutôt associée à la résolution de problèmes géométriques. Cette image, ancrée dans la culture, est aussi portée par l'enseignement. C'est une géométrie synthétique, sans calcul, qui est presque exclusivement mobilisée quand il s'agit d'initier les élèves à la rationalité mathématique, de leur apprendre à démontrer et, lorsque l'on demande à des enseignants quelles sont les fonctions de l'algèbre au collège, la fonction d'outil de preuve n'est généralement pas identifiée. On estime par ailleurs que, si l'on dispose d'instruments pour effectuer la partie mécanisée du calcul, il n'y a plus rien à apprendre puisque le calcul s'y réduit. Le calcul, qu'il soit numérique ou algébrique, est en fait réduit à ses traces et le raisonnement qui le guide reste invisible. Ses résultats sont vus comme des données, ils n'ont pas valeur de preuve.*

Il y a, dans l'enseignement, à lutter contre cette vision réductrice du calcul. C'est en particulier nécessaire si l'on veut poser de façon correcte la question de l'instrumentation du calcul par les technologies informatiques.

L’utilisation des calculatrices peut, c’est ce que nous espérons essentiellement montrer au travers des activités proposées, participer pleinement au développement de cette vision dans laquelle calcul et raisonnement se complètent mutuellement.

Longtemps, le "calcul" a occulté d'autres phases essentielles de la résolution de problèmes, au point qu'on a consacré à la pratique intensive des algorithmes la majeure partie du temps réservé à l'enseignement des mathématiques. Si l'objectif de "savoir compter et calculer" est toujours honoré dans les programmes, on lui a adjoint certaines conditions : on le lie à la construction des opérations, au sens qu'on donne à ces opérations et à leurs applications dans les différentes situations qui se présentent. »

3.2.2. Calcul exact ou approché

« *Le monde du calcul […] est un monde multiforme. C'est aussi un monde où s'entrecroisent deux grands types de calcul: le calcul exact et le calcul approché. Calcul exact et calcul approché sont deux facettes complémentaires du calcul dont les liens se tissent tout au long de son histoire. Il y a là une continuité majeure susceptible d'aider à structurer l'enseignement et nous souhaitons lui accorder une importance toute particulière […]. En fait, l'opposition entre calcul exact et calcul approché dans la*

[13] A la demande des associations de mathématiciens (APMEP, SMAI, SMF et UPS), le ministère français de l’éducation a donné mission en avril 1999 au professeur Jean-Pierre Kahane de réunir un groupe d'enseignants et de chercheurs pour conduire une réflexion globale et à long terme sur l'enseignement des mathématiques de l'école élémentaire à l'université. Plusieurs rapports ont été rédigés, sur la géométrie, le calcul, les outils informatiques, les statistiques et probabilités, la formation des enseignants (voir http://smf.emath.fr/Enseignement/CommissionKahane)

culture, renvoie aussi, plus ou moins implicitement, à la distinction entre mathématiques pures et mathématiques appliquées, et à toutes les hiérarchies de valeurs dont cette distinction a été porteuse. Aujourd'hui cette distinction semble de plus en plus inadaptée car, s'il y a des pratiques mathématiques différentes, elles tiennent plus aux types de problèmes que le mathématicien cherche à résoudre qu'aux objets et aux domaines mathématiques eux-mêmes »[14]

Peut-être a-t-on un peu négligé la part du calcul approché dans nos enseignements ? Là aussi, un usage pertinent de la calculatrice permettrait d’équilibrer la part du calcul exact et celle du calcul approché en insistant auprès des élèves sur la pertinence de telle ou telle approche, sur les avantages et inconvénients respectifs et sur les notations associées.

3.2.3. Différents outils de calcul

Pour trouver des résultats aux opérations arithmétiques qu'on a choisi d'effectuer, il existe différents moyens, réunis sous la dénomination générique « d'outils de calcul ».

En plus de la calculatrice, ces outils de calculs sont les répertoires mémorisés, le calcul réfléchi, les algorithmes et l'estimation. Ils sont de natures très différentes, plus ou moins efficaces selon les situations données et susceptibles de générer des difficultés potentielles spécifiques lors de leur utilisation.

Répertoires mémorisés

Les répertoires mémorisés sont les résultats des opérations (sommes, différences, produits, quotients, racines, valeurs trigonométriques) que l'élève connaît par cœur. Ces répertoires s'élaborent au fil des activités, d'abord sous forme d'inventaires plus ou moins organisés (toutes les sommes égales à 0, 1, …, 10, 12, tous les produits égaux à 2, 3, …, 20, … 36, …, 100), puis sont présentés sous forme de tables (tables d'addition, de multiplication, …). En construisant ses propres répertoires, l'élève peut se rendre compte qu'un nombre peut se présenter sous différentes écritures, toutes équivalentes, sous forme de décomposition additive ou multiplicative. C'est à ce stade que peuvent apparaître certaines propriétés des opérations qui seront très importantes dans le calcul réfléchi.

L'apprentissage des tables a longtemps été considéré comme un acte de mémorisation passive. Les recherches sur la mémorisation montrent que si l'apprentissage par cœur n'est pas à négliger (mettre en mémoire des listes de mots-nombres isolés), une mémoire dans laquelle les nombres sont structurés par des relations de parenté est beaucoup plus efficace.

La mémorisation proprement dite est du ressort de l'élève, mais l'enseignant doit collaborer activement à la mise en relation des nombres, à l'organisation des tables, ainsi qu’au contrôle du travail qui y est associé. La mémorisation des tables et leur maîtrise restent indispensables pour que le calcul réfléchi et les algorithmes puissent se construire solidement sur ces bases.

Calcul réfléchi

Le calcul réfléchi s'appuie sur les propriétés du système de numération (décomposition d'un nombre en facteurs des puissances de 10) et sur les propriétés des opérations (associativité, commutativité élément neutre, distributivité de la multiplication sur l'addition / la soustraction, …). La mise en œuvre plus ou moins consciente de ces

[14] Rapport Kahane sur le calcul, p.9 (http://smf.emath.fr/Enseignement/CommissionKahane/)

propriétés dépend de l'âge et des connaissances de celui qui le pratique. Il ne s'agit pas d'appliquer des « trucs » ou des formules toutes faites, mais de choisir la meilleure procédure dans une situation donnée. C'est donc un calcul intelligent, personnel et évolutif. Il se distingue en cela du calcul mental traditionnel.

De plus, le calcul réfléchi ne signifie pas une absence de traces écrites. Elles peuvent être utiles, voire souhaitables, pour soutenir une démarche ou pour mémoriser un résultat intermédiaire. Le calcul réfléchi permet à l'élève de se débrouiller dans un calcul sans avoir à recourir systématiquement aux algorithmes ou à la calculatrice. Les procédures de calcul réfléchi sont là pour lui simplifier la tâche, gagner du temps et de l’assurance. Les limites de ces procédures justifient par ailleurs l'utilisation d'autres techniques opératoires (algorithmes).

Algorithmes de calcul

Un algorithme est une suite finie de règles à appliquer dans un ordre déterminé à un nombre fini de données pour arriver avec certitude, c'est-à-dire sans indétermination ou ambiguïté, en en nombre fini d'étapes, à un certain résultat, et cela indépendamment des données. Les algorithmes de calcul mettent en œuvre les règles de notre système de numération et les propriétés des opérations.

Pour que l'élève puisse donner du sens aux algorithmes abordés, il faut qu’il en comprenne les propriétés sous-jacentes. En cela, l'emploi en parallèle de matériel peut être particulièrement profitable.

Pour chaque opération, il existe diverses procédures algorithmiques. Pour choisir quel algorithme adopter pour chaque opération à enseigner, on a privilégié à Genève:

- l’algorithme le plus proche des règles de notre système de numération et des propriétés des opérations,
- l’algorithme permettant d'associer les actions de l'élève à des transformations du calcul écrit et, par là même, de donner du sens à sa construction.

Ainsi à Genève, sont aujourd’hui enseignés :

- pour l'addition : l'algorithme en colonnes,
- pour la soustraction, l'algorithme par échanges,
- pour la multiplication, l'algorithme en colonnes avec produits partiels,
- pour la division, l'algorithme par échanges.

Si l'enseignement de certains algorithmes perdure dans le temps, d'autres ont été abandonnés (par exemple l’extraction de racines carrées et l’interpolation pour les tables trigonométriques).

Estimation

L'estimation prend appui sur le calcul réfléchi. C'est même une forme très évoluée du calcul réfléchi, que l'on utilise la plupart du temps de manière très intuitive. Elle est définie comme une procédure personnelle que l'on met en place lorsqu'on prend conscience que l'on peut se contenter d'un résultat approché, d'une estimation, pour fournir une réponse que l’on pourrait obtenir par des opérations effectuées généralement en utilisant un algorithme de calcul ou la calculatrice.

Cette approximation est elle-même le résultat exact d’une opération proche de l'opération de départ par modification des nombres vers une simplification de ceux-ci, résultat que l'on obtient alors par calcul réfléchi ($24{,}9 \times 6{,}05 \cong 25 \times 6$, c'est-à-dire 150).

Si on explicite ces différents outils de calcul et qu’on effectue un travail spécifique avec chacun d’entre eux, en en fixant les limites et les avantages, on peut espérer permettre aux élèves d’acquérir une certaine aisance et choisir en connaissance de cause l’outil le plus approprié, selon le calcul à effectuer.

3.3. Des questions

Il est maintenant possible de sérier plus précisément un certain nombre de questions fondamentales lorsqu’on envisage l’utilisation de calculatrices dans un cours de mathématiques :

- Faut-il encore enseigner l'algorithme de la division, l'addition des fractions, les méthodes d'intégration, etc. alors qu'on peut s'appuyer sur des outils sûrs, rapides et efficaces ?
- La découverte, l'exploration, la compréhension de certains concepts mathématiques peuvent-elles être favorisées par leur manipulation avec la calculatrice? Autrement dit, qu’apporte-t-elle à un enseignement des mathématiques ?
- Quand et comment faire intervenir l’outil calculatrice dans ces processus d’enseignement et d’apprentissage ?
- Plus spécifiquement, est-il possible de faire comprendre certains concepts mathématiques sans passer par la pratique calculatoire (de nombreux enseignants primaires n'osent par exemple pas se lancer dans des problèmes qui font appel à des opérations dont les élèves ne maîtrisent pas encore l'algorithme) ?
- Quelle articulation entre travail sur le sens et acquisition d’une maîtrise technique ? Ces deux axes doivent-il être travaillés séparément, successivement, conjointement ?
- Comment évaluer l’impact de la calculatrice ?

Mais des questions plus opérationnelles sont aussi posées:

- L'apprentissage et l'utilisation de la calculatrice - ou des MITIC - sont-ils de la responsabilité de l'élève ou du maître ?
- Quelle place leur donner durant les évaluations ? Quel sens cela peut-il avoir de tester des élèves sur des compétences techniques prises en charge par ces outils ?
- Comment former les enseignant-e-s à une utilisation raisonnée ?
- Quelle formation initiale et continue aux MITIC pour les enseignant-e-s ?

Ce qui revient finalement à une question formulée simplement (mais dont la réponse ne l’est certainement pas !) : comment intégrer ces outils de façon efficace dans l'enseignement des mathématiques ?

3.4. Quelques arguments en faveur de son utilisation

Relevons ici les arguments les plus souvent mis en avant pour justifier l'utilisation de la calculatrice dans les cours de mathématiques :

- Cela entraîne plus de **motivation** chez les élèves, tant pour les plus forts que pour les plus faibles. Les premiers peuvent ainsi aborder des problèmes plus stimulants en sous-traitant les parties techniquement difficiles ou longues à la machine, les seconds dépasser d'éventuels blocages « psychologiques » (par exemple devant le calcul algébrique) et utiliser la calculatrice soit pour contourner leurs difficultés, soit pour traiter des énoncés qui amènent plus de sens[15] ;
- on valorise dans le cadre scolaire la maîtrise de certains outils technologiques acquise par des élèves hors de l'école ;
- on contribue à développer un esprit critique par rapport à l'emploi de la technologie ;
- cela participe – lorsqu'un travail spécifique est entrepris – à la compréhension de certains concepts mathématiques (dissociation du nombre de sa graphie, représentation des nombres, explicitation de certaines notations identiques utilisées dans des contextes différents, travail autour des grands et petits nombres, …) ;
- on possède ainsi un excellent outil pour encourager les élèves à essayer pour produire des conjectures (production de nombreux essais à coût moindre), donc à pratiquer pleinement la démarche scientifique : explorer, rechercher, découvrir, raisonner, conjecturer, argumenter, infirmer, valider, démontrer ;
- on augmente le champ des situations possibles et leur variété, tant dans des contextes connus, qui peuvent être abordés sous de nouveaux angles, que pour en découvrir de nouveaux ;
- on aborde de nouveaux champs d'étude et des concepts nouveaux (statistiques, simulation, estimation, calcul approché, algorithmique) qui ont désormais une grande place dans le monde scientifique ;
- on autonomise le travail ;
- on autorise plus de créativité.

3.5. Quelques arguments en défaveur de son utilisation

Contradictoirement, d'autres avancent également des arguments en défaveur d'une utilisation de la calculatrice en classe :

- Il y a un risque de masquer des lacunes quant à la maîtrise des techniques de base indispensables pour la bonne suite des études et pour les mathématiques sociales ;
- on perd trop de temps, sur les heures dédiées à l'enseignement des mathématiques, pour arriver à une maîtrise correcte de l'outil ;

---

[15] Voir « Donner du sens aux mathématiques », Dominique Nancy, mars 2000, http://www.forum.umontreal.ca/numeros/1999-2000/Forum00-03-06/article02.html

- il y a un risque que les manipulations techniques écrasent certaines représentations possibles de concepts mathématiques ;
- on investit du temps pour acquérir des compétences qui évoluent très vite ;
- qu'en est-il du coût financier induit par l'achat de ce matériel, tant pour la collectivité que pour les élèves (en cas de perte ou casse) ? Est-ce vraiment une priorité d'investir dans cette direction ?

3.6. Que conclure ?

3.6.1. Trouver le bon équilibre

Il n'y a certainement pas de règle absolue et définitive du type « la calculatrice est à bannir » ou « elle est LA solution ! » ! **Ce qui paraît par contre certain, c'est qu'elle est aujourd'hui bel et bien présente dans le paysage scolaire et qu'il s'agit de la prendre en compte. Les élèves en disposent et l'utilisent !** On peut décréter que cet usage est de leur responsabilité exclusive, mais il nous paraît qu'une réelle plus-value **potentielle** aux enseignements et aux apprentissages ne sera réalisée qu'à travers **une utilisation clairement et explicitement cadrée par les enseignants**. Selon le sujet abordé, la méthodologie choisie et les objectifs visés, l'enseignant-e devra se questionner :

- Pourquoi la calculatrice ici ?
- Dans quel(s) rôle(s) ?
- Quand (en introduction, après l'enseignement, en procédant par allers-retours …) ?
- Comment ?
- Quels avantages en attend-t-on ?
- Quel investissement cela nécessite-t-il, par exemple pour explorer et faire maîtriser la « simple » manipulation de certaines fonctions de la machine ?
- Quels risques éventuels aussi, par exemple celui que l'élève croie pouvoir se reposer sur la machine et désinvestisse ses apprentissages ?
- Quelle évaluation ?

Finalement, ce qu'on pourrait souhaiter c'est d'assister à une **évolution** dans laquelle les pratiques actuelles - un outil auquel on assigne un type unique d'utilisation (exécuter) souvent entièrement déléguée aux élèves – se voient enrichies de la vision d'un véritable **outil pédagogique** dont l'usage doit être clairement et explicitement piloté par l'enseignant-e ; **sans** chercher à **opposer utilisation de la calculatrice et maîtrise de savoirs de base**, mais bien plutôt en faisant en sorte que la seconde puisse s'appuyer sur la première.

3.6.2. Travailler sur la durée

La recherche en didactique des mathématique et les expériences dans les classes montrent qu'il est illusoire de penser qu'on peut déléguer aux seuls élèves la responsabilité de développer leur rapport à la calculatrice pour qu'elle devienne l'un des outils qu'ils pourront raisonnablement choisir d'utiliser lorsqu'ils pratiqueront les mathématiques, en ayant conscience de ses avantages et limites. **Un travail spécifique et explicite des enseignant-e-s doit être fait sur la durée pour construire cette représentation**. C'est pourquoi, au delà d'activités isolées, nous proposons également des parcours (voir 4.1.3) qui, sur un cycle scolaire – la 5-6ème EP, la 7-9 du CO et les degrés 10-11 du PO – devraient permettre aux maîtres d'envisager globalement la place à donner à la calculatrice tout au long de l'année.

3.6.3. Quelques recommandations

Pour ce faire, plusieurs conditions nous paraissent devoir être réunies :

➔ **Identifier** beaucoup plus clairement – sur tout le cursus d'un élève, probablement par cycles d'apprentissage de deux ou trois ans [16] - les connaissances de base qui sont du domaine des répertoires mémorisés et qui sont indispensables pour la poursuite des études[17], sans pour autant réduire les enseignements de mathématiques à leurs uniques apprentissages. Parallèlement, clarifier également les compétences attendues en termes de maîtrise de l'outil calculatrice.

➔ **Investir** l'usage – plutôt **les usages** – de la calculatrice d'un regard professionnel et explicite, par exemple en déterminant les situations[18] où la calculatrice :

- **doit être proscrite**
  - quand la leçon ou l'évaluation vise - à tous les niveaux - l'entraînement de procédures (numériques ou littérales).
- **est utile**
  - pour que les élèves puissent contrôler leurs résultats en travail autocorrectif ;
  - pour différencier l'enseignement (peut être utilisée par certains élèves et pas par d'autres, peut être utilisée à certains moments et pas à d'autres, …) ;
  - quand on veut que les élèves réussissent à résoudre des problèmes, faisant appel par exemple à la modélisation d'une situation, en pouvant « essayer » des calculs « pour voir ».
- **est** nécessaire
  - quand on veut introduire ou stabiliser de nouvelles opérations que les élèves ne maîtrisent pas sur le plan technique, ou pour travailler le sens d'une notion sans le confondre avec des techniques (algorithmes) qui lui sont associées ;
  - pour que les élèves s'interrogent sur des phénomènes mathématiques et aient envie d'en connaître la raison, allant si possible jusqu'à une démarche démonstrative. Ils entrent alors dans des démarches de mathématiques expérimentales, où de nombreux essais permettent d'émettre des conjectures.
- **est** indispensable
  - avec des élèves en grande difficulté pour qu'ils ne renoncent pas d'avance à résoudre un problème à cause de problèmes de calcul ;

---

[16] Par exemple 1-2EP / 3-6EP / 7-9CO / 10-11PO

[17] Par exemple les tables d'addition et de multiplication à l'EP, les carrés parfaits au CO, certaines valeurs trigonométriques au PO

[18] Laura Weiss, MathEcole 215

- quand on travaille une notion pour laquelle la connaissance technique n'est pas au programme ou qui nécessiterait le recours aux tables numériques (extraction de racines, calcul de rapports trigonométriques, logarithmes, …).

➔ **Expliciter** les **différents contextes d'utilisation** de la calculatrice

De même qu'il existe différents types de calculs, on peut distinguer les différents contextes dans lesquels peuvent être les calculatrices :

- RECHERCHER/EXPLORER : l'élève aborde des notions mathématiques nouvelles ou les travaille sous un angle qu'il ne connaît pas encore ; la calculatrice permet de découvrir, de conjecturer, de produire et d'effectuer des calculs à interpréter, … Elle participe à l'expérimentation et au processus de compréhension.

  Exemples :
  - activité 01
  - boîtes noires à décrypter
  - fractions continues au PO
- APPROFONDIR/CONCEPTUALISER l'élève approfondit des notions mathématiques déjà abordées afin d'améliorer sa compréhension du concept ou de la technique utilisés. C'est aussi l'occasion de d'aiguiser son sens critique.

  Exemples :
  - activité 08
  - étude des propriétés des suites de nombres
- EXECUTER : l'élève est dans un contexte de mathématiques connues, la machine exécute des tâches acquises mais fastidieuses, longues ou répétitives en se substituant à un autre outil de calcul.

  Exemples :
  - la multiplication en 2 EP, le logarithme en 11 PO) quelle différence entre ces deux puces ?
  - sous-traiter les calculs acquis mais complexes, longs ou répétitifs (ex : démonstration par exhaustion lors de situations comportant un nombre fini de cas [recherche de facteurs premiers 7-8 CO])
- VERIFIER : la calculatrice permet de vérifier une estimation ou un calcul effectué à l'aide d'un autre outil (de tête, à la main, …).

  Exemples :
  - activité 02
  - estimation d'un résultat

➔ **Prendre en compte** les réalités du terrain, en particulier les difficultés potentielles rencontrées par les enseignant-e-s. Historiquement, et aujourd'hui encore, on doit constater que ces machines ont été mises à disposition sans que leur statut soit clairement établi dans la continuité par l'institution scolaire, en déléguant aux maîtres la responsabilité de leur utilisation (ou non !), sur la base des quelques éléments figurant dans les PE et ME. A l'EP, le statut de la calculatrice est celui d'un outil de calcul parmi les autres, alors qu'au CO un thème entier du plan d'études lui est consacré - au même niveau que l'initiation au raisonnement et à la recherche ! Au PO, quasi aucune mention de cet outil et de son statut. Bien sûr, quelques formations ont été proposées (voir imposées), mais l’impact réel sur le terrain reste extrêmement faible. Une intégration réussie ne se fera qu’en emportant la conviction des maîtres. Des exemples concrets des apports possibles de ces outils pour la pédagogie font souvent défaut, sauf dans les moyens d’enseignement du CO (les MERM). Espérons que cette brochure et les offres de formation qui l’accompagnent participeront à l’amélioration de cette situation.

➔ **Exploiter** les dispositifs existants et futurs favorisant l’intégration de l’enseignement avec calculatrice (calculatrice transparente pour la rétroprojection, élève sherpa[19], écrans interactifs).

3.6.4. Perspectives d’avenir

Tout ce travail devra également se faire en étant attentif aux inévitables développements en cours ou à venir de ces outils et en anticipant les évolutions qui à leur tour ne manqueront pas de venir interroger les pratiques actuelles :

- L’arrivée prochaine d’outils de base intégrant des possibilités graphiques (les calculatrices graphiques sont explicitement mentionnées dans de nombreux PE et programmes de pays environnants). Cela aura immanquablement un impact important sur le domaine de l’étude des fonctions, dès les premiers degrés (représentations graphiques possibles, facilitation d’une vision « dynamique » des mathématiques, …) ;
- L’émergence d’outils spécifiques proposés par les constructeurs pour accompagner l’utilisation pédagogique de leurs produits de base ;
- La possibilité pour le maître de programmer des calculatrices de base pour proposer des activités spécifiques aux élèves (problèmes de type « boîte noire », détournement de certaines fonctions, …) ;
- La baisse des coûts des calculatrices symboliques et graphiques (CAS), qui permettent d’effectuer des manipulations formelles (factorisation, dérivées, …) et dont l’impact sur les enseignements sera probablement important[20].

[19] Si dans une classe tous les élèves disposent d’un outil de calcul personnel, on peut parfois grâce à un dispositif technologique adéquat permettre à tous de voir ce qui se passe chez un élève particulier, qui est alors appelé «élève sherpa ». Cette terminologie est en particulier pratiquée par Luc Trouche avec des TI89 (Trouche 1998). On peut imaginer de pouvoir bientôt le faire avec de « simples » calculatrices.

[20] Plusieurs expériences ont eu lieu ces dernières années, en particulier dans des collèges, mais on n’a pas encore porté de regard rétroactif pour les évaluer et estimer de quelle façon ces outils influent sur les enseignements et les apprentissages.

4. Propositions d’activités

4.1. Activités détaillées

Les enseignant-e-s, et plus généralement toute personne intéressée, trouveront ici **26 activités détaillées**, présentées selon un **canevas commun** consistant en principe en :

- une fiche de présentation
- un énoncé élève
- un corrigé détaillé
- des commentaires pour le maître
- des éléments de synthèse / à institutionnaliser
- d’éventuels exercices de consolidation.

Certaines de ces activités proposent des questions de recherche ou de développement, d’autres des exercices dans lesquels il s’agit d’utiliser la calculatrice, d’autres encore un travail plus spécifique sur la calculatrice elle-même. Dans tous les cas, elles se placent clairement dans le contexte d’un cours de mathématiques et ont comme objectif de participer à **l’acquisition de savoirs et compétences mathématiques** (excepté celle qui concerne les connaissances de base de la machine).

Elles sont classées selon trois catégories :

- **le degré** auquel elles sont à priori destinées (par cycle d’apprentissage) :
  - 1-2-3-4 EP
  - 5-6 EP
  - 7-8-9 CO
  - 10-11 PO[21]
- **l’organisation des apprentissages** spécifique à chaque ordre d’enseignement :
  - numération - opérations pour l’EP
  - nombres et opérations - grandeurs et mesures - fonctions et proportionnalité - calcul littéral pour le CO
  - calcul numérique - calcul algébrique - trigonométrie - logarithmes et exponentielles pour le PO
- **le contexte d'utilisation** de la calculatrice :
  - rechercher / explorer
  - approfondir / conceptualiser
  - exécuter
  - vérifier

Voir les **tableaux A - toutes les activités détaillées** - ainsi que les trois **tableaux récapitulatifs B.1, B.2 et B.3** - l**es activités détaillées présentées par types d’élèves, d’apprentissages et** de contextes d’utilisation (pages suivantes).

[21] EP : école primaire, CO : cycle d’orientation, PO : post-obligatoire

Enfin, dans le but de proposer aux enseignants qui le souhaitent un travail avec l'outil calculatrice qui soit non seulement ponctuel mais qui puisse également s'inscrire dans la durée, nous proposons un **parcours progressif** qui relie les activités entre-elles et qui peut être effectué durant un cycle d'apprentissage. Rappelons que de manière générale, toutes ces ressources sont à considérer comme des pistes et peuvent être adaptées ou modifiées[22].

Ces **parcours** sont disponibles dans le **tableau récapitulatif C** (voir 4.1.3).

4.1.1. Tableau récapitulatif A : toutes les activités détaillées

n°	Nom	Degrés	Contexte d'utilisation	Domaine mathématique
01	Découverte de la calculatrice	1-2 EP	Rechercher	Numération, opérations
02	Nombres à la chaîne	1-2-3-4 EP	Vérifier	Outils de calcul, addition, soustraction
03	Problèmes additifs, multiplicatifs	1-2-3-4 EP	Exécuter Vérifier Conceptualiser	Problèmes additifs, multiplicatifs
04	Mettre à zéro	3-4-5-6 EP	Approfondir	Système de numération
05	Boîtes noires	5-6 EP	Rechercher	Opérations, applications
06	Estimation	5-6 EP 7 CO	Vérifier	Estimation, division
07	Problèmes divisifs	5-6 EP 7 CO	Exécuter Vérifier Conceptualiser	Division euclidienne
08	Racine carrée et valeurs approchées	7-8-9 CO	Exécuter	Calcul littéral
09	Recherche de preuve par l'algèbre	7-8-9 CO	Rechercher	Nombres et Opérations
10	Recherche de stratégies	7-8-9 CO	Exécuter	Grandeurs et mesures
11	Aire et Périmètre	7-8-9 CO	Approfondir	Fonctions
12	Pourcentage et estimation	7-8-9 CO	Approfondir	Nombres et Opérations

[22] Toutes ces ressources sont sous licence Creative Commons Paternité-NonCommercial-ShareAlike 2.5 (voir page 2). Elles sont également disponibles en format électronique en faisant la demande à l'un des auteurs : eric.burdet@edu.ge.ch, pierre-marie.charriere@edu.ge.ch ou jean-marie.delley@edu.ge.ch). Enfin, elles sont aussi disponibles en téléchargement sur le site de la CEM à l'adresse http://wwwedu.ge.ch/cem/brochurecalc.html.

13	Algorithme	7-8-9 CO	Approfondir	Nombres et Opérations
14	Connaissance de base de la machine	10-11 PO	Exécuter	Calcul numérique
15	Limites-machine ?	10-11 PO	Rechercher	Calcul algébrique
16	Dernier chiffre	10-11 PO	Approfondir	Calcul numérique
17	Grands nombres	10-11 PO	Exécuter	Calcul numérique
18	Quelle période !	10-11 PO	Approfondir	Calcul numérique
19	A la recherche de $\sqrt{8}$	10-11 PO	Approfondir	Calcul numérique
20	De simples racines	10-11 PO	Approfondir	Calcul algébrique
21	Premier de cordée	10-11 PO	Approfondir	Calcul algébrique
22	Où sont les lapins ?	10-11 PO	Approfondir	Calcul algébrique
23	Appliquonslatrigo !	10-11 PO	Approfondir	Trigonométrie
24	Vacherie	10-11 PO	Rechercher	Trigonométrie
25	Ouahlatrigo	10-11 PO	Approfondir	Trigonométrie
26	Radiobiolopopulo	10-11 PO	Approfondir	Logarithme / Exponentielle

Les activités elles-mêmes sont disponibles en un dossier indépendant en annexe 7.3

4.1.2. Tableaux récapitulatifs B.1, B.2 et B.3 : activités classées par type d'élèves, d'apprentissages et de contexte d'utilisation

	1-2-3-4 EP		5-6 EP	
	Numération	Opérations	Numération	Opérations
Exécuter		Problèmes additifs, multiplicatifs (Act. n° 03)		Problèmes divisifs (Act. n° 07)
Rechercher / Explorer	Découverte de la calculatrice (Act. n° 01)	Découverte de la calculatrice (Act. n° 01)		Boîtes noires (Act. n° 05)
Approfondir / Conceptualiser	Mettre à zéro (Act. n° 04)	Problèmes additifs, multiplicatifs (Act. n° 03)	Mettre à zéro (Act. n° 04)	Problèmes divisifs (Act. n° 07)
Vérifier		Nombres à la chaîne (Act. n° 02) Problèmes additifs, multiplicatifs (Act. n° 03)		Estimation (Act. n° 06)

Tableau récapitulatif B.1 : activités classées par type d'apprentissage et de contexte d'utilisation pour l'EP

Rappel : les activités elles-mêmes sont disponibles en un dossier indépendant en annexe 7.3

	7-8-9 CO			
	Nombres et opérations	**Grandeurs et mesures**	**Fonctions et proportionnalité**	**Calcul littéral**
Exécuter		Aire et Périmètre (Act. n° 11)		Recherche de preuve par l’algèbre (Act. n° 09)
Rechercher / Explorer	Recherche de stratégies (Act. n° 10)			
Approfondir / Conceptualiser	Algorithme (Act. n° 13) Racine carrée et valeurs approchées (Act. n° 08)		Pourcentage et estimation (Act. n° 12)	
Vérifier				

7 CO	8 CO	9 CO
Act. n° 10 et Act. n° 11	Act. n° 12 et Act. n° 13	Act. n° 08 et Act. n° 09

Tableau récapitulatif B.2 : activités classées par type d’apprentissages et de contexte d’utilisation pour le CO

Rappel : les activités elles-mêmes sont disponibles en un dossier indépendant en annexe 7.3

	11-12 PO			
	Calcul numérique	**Calcul algébrique**	**Trigonométrie**	**Log/Exp**
Exécuter	Connaissance de base de la machine (Act. n° 14) Grands nombres (Act. n° 17)			
Rechercher / Explorer		Limites-machine (Act. n° 15)	Vacherie (Act. n° 24)	
Approfondir / Conceptualiser	Dernier chiffre (Act. n° 16) A la recherche de $\sqrt{8}$ (Act. n° 19) Quelle période ! (Act. n° 18)	De simples racines (Act. n° 20) Premier de cordée (Act. n° 21) Où sont les lapins ? (Act. n° 22)	Appliquons la trigo ! (Act. n° 23) Ouahlatrigo (Act. n° 25)	Radiobiolopopulo (Act. n° 26)
Vérifier				

Tableau récapitulatif B.3 : activités classées par type d’apprentissages et de contexte d’utilisation pour le PO

Rappel : les activités elles-mêmes sont disponibles en un dossier indépendant en annexe 7.3

4.1.3. Tableaux récapitulatifs C1, C2 et C3 : parcours chronologiques dans les activités, par cycle d'apprentissage

Tableau récapitulatif C.1 : liens entre les activités et les thèmes et modules des moyens d'enseignement romands.

Découverte de la calculatrice (Act. 01)	1P - 2P	Module 3 : des problèmes pour connaître l'addition, Utiliser des écritures mathématiques
Nombres à la chaîne (Act. 02)	1P - 2P	Module 3 : des problèmes pour connaître l'addition Utiliser des outils pour calculer
	3P - 4P	Module 3 : des problèmes pour connaître l'addition Champ B : Apprendre à calculer
Problèmes additifs, multiplicatifs (Act. 03)	1P - 2P	Module 3 : des problèmes pour connaître l'addition Reconnaître des problèmes additifs et soustractifs
	3P - 4P	Module 3 et 4 : des problèmes pour connaître l'addition, la multiplication, Champ A : Reconnaître des problèmes additifs, soustractifs, multiplicatifs et divisifs
Mettre à zéro (Act. 04)	3P - 4P	Module 2 : des problèmes pour approcher le nombre et lui donner du sens
	5P	Thème 2 : Nombres naturels et opérations & Thème 3 : Approche des nombres rationnels
	6P	Thème 2 : Nombres naturels et opérations & Thème 6 : Nombres rationnels et opérations
Boîtes noires (Act. 05)	5P	Thème 9 : Applications
	6P	Thème 7 : Applications
Estimation (Act. 06)	5P	Thème 6 : Division dans IN
	6P	Thème 2 : Nombres naturels et opérations
Problèmes divisifs (Act. 07)	5P	Thème 6 : Division dans IN
	6P	Thème 2 : Nombres naturels et opérations

Tableau récapitulatif C.2 : parcours chronologique dans les activités CO – proposant aussi bien les activités numérotées détaillées dans l’annexe 7.3 et celles de l’annexe 7.4 (dont le numéro commence par II_)

en 7ème (touches des 4 opérations, des calculs en chaîne, de correction, des parenthèses, des mémoires, de l’écriture fractionnaire)

Approximation II_01 – II_32 – II_67 Priorité opérations II_63	→	Opérations II_05 – II_43 – II_51 – II_58 **(Act. 10)**	→	Problèmes II_74 – II_53 – II_60 **(Act. 11)**	→	Nombres premiers II_56 Nombres relatifs II_79 Calcul littéral II_40

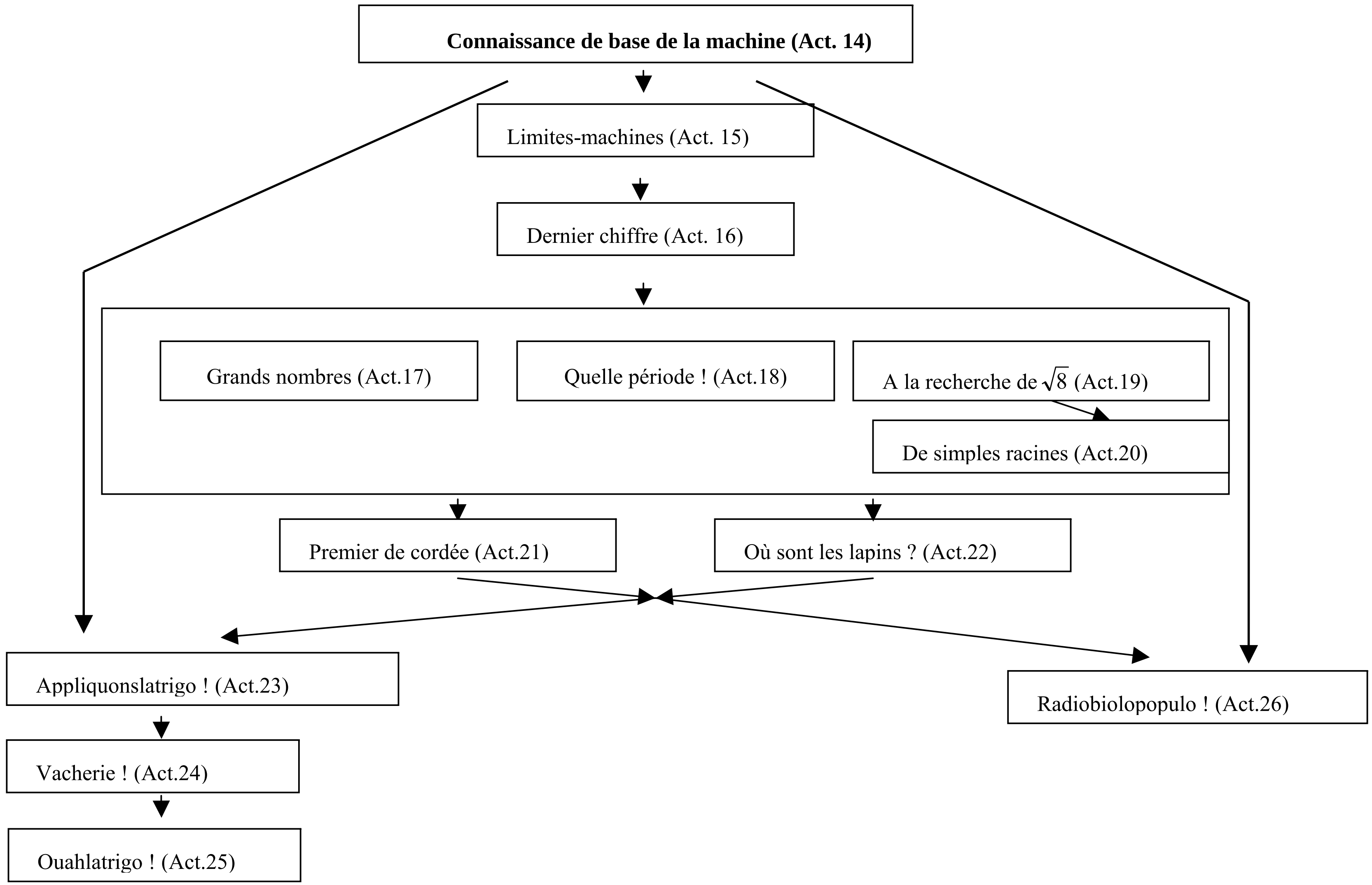
en 8ème (touches des relatifs, %, Pi, 1/x, carré et racines carrée et cubique, écriture scientifique)

Particularité de la calculatrice (à répartir dans l’année) II_31 – II_15 – II_04 – II_07 – II_35	→	Nombres II_81 – II_83 – II_61 **(Act. 12)** – II_42 Logique II_47 Racines et Puissances II_54 – II_10 – II_48	→	Problèmes (nombres) II_66 **(Act. 13)** – II_03 – II_52	→	Fonction II_06 Calcul littéral II_13

en 9ème (touches $\boxed{\wedge}$ et x^y puissances)

Nombres II_39 – II_49 – II_45 – II_85 – II_11**(Act. 08)**	→	*Problèmes (arithmétique)* II_62 – II_55 – II_57	→	*Calcul littéral* II_16 – II_14 **(Act. 09)** – II_30 – II_49 – II_02	→	*Opérateur constant* *Programmation* II_38 – II_69 – II_37 *Statistiques* II_68

Tableau récapitulatif C.3 : parcours chronologique dans les activités PO détaillées dans l'annexe 7.3



4.2. Autres idées d’activités

De nombreuses autres activités ont été répertoriées durant la préparation de ce travail. Il était impossible de les décrire toutes précisément, mais il a été choisi d’en garder trace afin que les enseignant-e-s puissent éventuellement y puiser d’autres idées.

Elles sont listées dans l’annexe 7.4, classées par types d’élèves concernés (cette classification étant parfois très subjective, il ne faut pas hésiter à regarder les activités d’autres degrés !).

Ces activités sont disponibles en un dossier indépendant dans l’annexe 7.4.

5. Manipulation d’une calculatrice

5.1. Utilisations judicieuses et limites de la calculatrice TI-34 II

Ci-dessous se trouvent des exemples de quelques utilisations judicieuses et de quelques limites de la calculatrice : la division euclidienne, l’ordre des opérations, les opérateurs constants, le calcul avec des fractions, la simplification des fractions, le nombre de décimales, la notation scientifique et le calcul de moyennes.

A chaque séquence de touches est associée une capture d’écran de la calculatrice.

- Division euclidienne [2nd] [INT÷]

  Un chocolatier vient de confectionner 283 pralinés identiques.
  Il a prévu de placer ces pralinés dans des boites contenant chacune 12 pralinés.
  Combien de boites parviendra-t-il à remplir au maximum et combien de pralinés non emballés restera-t-il ?

283 [2nd] [INT÷] 12 [ENTER]

283 Int÷ 12 ↑
23 Q 7 R

Réponse : 23 boites remplies et 7 pralinés restent non emballés.

La division euclidienne n'a de sens que si le dividende et le diviseur sont des nombres entiers. La calculatrice affiche un message d'erreur si l'un de ces deux nombres n'est pas un entier positif.

- Multiplication implicite

Dans de nombreux cas, on peut faire l'économie de la touche [×] et de la touche [)]. En effet, l'absence de signe opératoire est comprise comme une multiplication toutes les fois où il n'y a pas d'ambiguïté et [ENTER] ferme toutes les parenthèses ouvertes.

Ainsi pour les opérations suivantes,	Il suffit d'appuyer sur les touches
$4\cdot(2+3)$	4 [(] 2 [+] 3 [ENTER]
$2^2\cdot 5$	2 [x^2] 5 [ENTER]
$5\cdot\sqrt{4}$	5 [2nd] [√] 4 [ENTER]
le quart de la réponse précédente	1 [/] 4 [2nd] [ANS] [ENTER]
$3\cdot\pi$	3 [π] [ENTER]
2·sin(30)	2 [2nd] [TRIG] [ENTER] 30

- Ordre des opérations

L'ordre des opérations est respecté également lorsque l'on utilise les opérateurs mémorisés.

➔ Attention dès lors si l'on veut par exemple élever des nombres négatifs au carré :

[2nd] [OP1] [x^2] [ENTER]	[(-)] 4 [OP1]
OP1=^{2}	-4^2 ↑ 1 -16.

La calculatrice effectue -(4^2), ce qui correspond bien à l'ordre des opérations indiqué.

➔ Parade possible :

[2nd] [OP1] [2nd] [ANS] [x^2] [ENTER]	[(-)] 4 [ENTER] [OP1]
OP1=Ans^2	Ans^2 ↑ 1 16.

Ainsi, c'est l'opération $(-4)^2$ qui est effectuée.

- Opérateurs constants [OP1] et [OP2]

Pour quelles valeurs, la fonction f : $x \mapsto 4x^2+5x-6$ *s'annule-t-elle ?*

➔ Par tâtonnement, en calculant les valeurs *f*(x) pour un grand nombre de valeurs de la variable. (CO)

- Programmation

[2nd] [▸OP1] [STO▸] [ENTER]

OP1=→A

[2nd] [▸OP2] 4 [MEMVAR] [ENTER] [x^2] [+] 5 [MEMVAR] [ENTER] [−] 6 [ENTER]

OP2=4A^2+5A–→

- Utilisation

0 [OP1] [OP2]	1 [OP1] [OP2]	0.5 [OP1] [OP2]
4A²+5A–6 ↑ 1 6.	4A²+5A–6 ↑ 1 3.	4A²+5A–6 ↑ 1 -2.5.
0.8 [OP1] [OP2]	0.7 [OP1] [OP2]	0.75 [OP1] [OP2]
4A²+5A–6 ↑ 1 0.56.	4A²+5A–6 ↑ 1 -0.54.	4A²+5A–6 ↑ 1 0.
[(–)] 3 [OP1] [OP2]	[(–)] 1 [OP1] [OP2]	[(–)] 2 [OP1] [OP2]
4A²+5A–6 ↑ 1 15.	4A²+5A–6 ↑ 1 -7.	4A²+5A–6 ↑ 1 0.

➔ En utilisant la formule de Viète (PO)

- Programmation

[2nd] [▸OP1] [(] [(–)] [MEMVAR] [▸] [ENTER] [+] [2nd] [√‾] [MEMVAR] [▸] [ENTER] [x²] [–] 4 [MEMVAR] [ENTER] [MEMVAR] [▸] [▸] [ENTER] [)] [)] [÷] [(] 2 [MEMVAR] [ENTER] [)] [ENTER]

OP1=(-B+√(B→

[2nd] [▸OP2] [(] [(–)] [MEMVAR] [▸] [ENTER] [–] [2nd] [√‾] [MEMVAR] [▸] [ENTER] [x²] [–] 4 [MEMVAR] [ENTER] [MEMVAR] [▸] [▸] [ENTER] [)] [)] [÷] [(] 2 [MEMVAR] [ENTER] [)] [ENTER]

- Utilisation

4 [STO▸] [ENTER]	5 [STO▸] [▸] [ENTER]	[(–)] 6 [STO▸] [▸] [▸] [ENTER]
4→A ↑ 4.	5→B ↑ 5.	-6→C ↑ -6.
[OP1]	[OP2]	
(-B+√(B²-4A→ ↑ 1 0.75	(-B–√(B²-4A→ ↑ 1 -2.	

- Calcul avec des fractions [/]

Pierre et Jean et ont entamé un gâteau.
Pierre a pris un quart du gâteau.
Jean a pris le cinquième de ce qui restait.
Quelle est la part du gâteau qui reste après le passage de Pierre et de Jean ?

Sur la calculatrice TI-34 II, il existe deux modes de simplification : manuel (réglage par défaut) ou automatique.

En mode manuel ([2nd] [FracMode] ▶ ▶ <u>Manual</u> [ENTER]) :

1 [−] 1 [/] 4 [−] 1 [/] 5 [(] 1 [−] 1 [/] 4 [)] [ENTER]   [▸Simp] [ENTER]   [▸Simp] [ENTER]

1–1/4–1/5(1→ ↑ 12 / 20 N/D→n/d	Ans ▸ Simp ↑ 6 / 10 N/D→n/d	Ans ▸ Simp ↑ 3 / 5

1 [−] 1 [/] 4 [−] 1 [/] 5 [(] 1 [−] 1 [/] 4 [)] [ENTER]   [▸Simp] 4 [ENTER]

1–1/4–1/5(1→ ↑ 12 / 20 N/D→n/d	Ans ▸ Simp 4 ↑ 3 / 5

[▸Simp] [ENTER] simplifie la fraction par le plus petit facteur premier commun. On peut aussi choisir le facteur de simplification, en écrivant le facteur de simplification choisi entre [▸Simp] et [ENTER]. La calculatrice affiche si la fraction peut encore être simplifiée. En répétant [▸Simp] [ENTER], on arrive inévitablement à une fraction irréductible.

En mode automatique ([2nd] [FracMode] ▶ ▶ <u>Auto</u> [ENTER]) :

1 [−] 1 [/] 4 [−] 1 [/] 5 [(] 1 [−] 1 [/] 4 [)] [ENTER]

1–1/4–1/5(1→ ↑ 3 / 5

La réponse est directement donnée sous forme de fraction irréductible.

➔ Attention

L'écriture des nombres sous forme de fraction n'est possible sur la calculatrice que si numérateur et dénominateurs sont des nombres entiers positifs et le dénominateur un nombre positif. Si ce n'est pas le cas, il faut utiliser l'opérateur division ([÷]).

2 [/] [(−)] 5 [ENTER]   ou   [2nd] [√‾] 3 [)] [/] 2 [ENTER]

SYNTAX *Error*	SYNTAX *Error*

❑ Parade possible

[CLEAR] ◀ [÷] [ENTER]   [CLEAR] [÷] [ENTER]

2÷-5 ↑ -0.4	√(3)÷2 ↑ 0.866025404

[▸F] [ENTER]

Ans ▸ F ↑ -2 / 5

❑ Exception : **π**

Angles en radians ([2nd] [DR] <u>RAD</u> [ENTER])

[π] [/] 6

π/6 ↑ Pi / 6 RAD

➔ Simplification de fractions [▸Simp]

La calculatrice ne simplifie pas toutes les fractions réductibles.

856 [/] 1712 [▸Simp] [ENTER]

```
DOMAIN
Error
```

❑ Parade possible :

En mode manuel ([2nd] [FracMode] ▸ ▸ <u>Manual</u> [ENTER]) :

856 [/] 1712 [ENTER]

```
856/1712
      0.5
```

[▸F] [ENTER]

```
Ans ▸ F
   5 / 10
N/D→n/d
```

[▸Simp] 5 [ENTER]

```
Ans ▸ Simp 5
       1 / 2
```

En mode automatique ([2nd] [FracMode] ▸ ▸ <u>Auto</u> [ENTER]) :

856 [/] 1712 [ENTER]

```
856/1712
      0.5
```

[▸F] [ENTER]

```
Ans ▸ F
    1 / 2
```

● Écriture décimale, écriture fractionnaire [▸F] [▸D]

La calculatrice ne tient compte que d'un certain nombre de décimales.
En voici des exemples.

0.33333333 [▸F] [ENTER] (8 décimales)

```
0.33333333 ▸
  0.33333333
```

mais 0.3333333339 [▸D] [ENTER] (10 décimales)

```
0.333333333→
         1/3
```

!

De même,

0.1234567891 [−] 0.123456789 [ENTER]

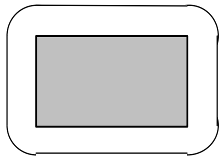
```
0.123456789→
    1. x10^-10
```

mais 0.12345678912 [−] 0.1234567891 [ENTER]

```
0.123456789→
          0.
```

!

- Nombre de décimales [2nd] [FIX]



Autour d'une piscine rectangulaire de 32 mètres de périmètre, on a installé, par sécurité, une barrière à 2 mètres des bords.
Quelle est la longueur de la barrière ?
La réponse est à donner avec une précision de l'ordre du centimètre.

[2nd] [FIX] 2 32 [+] 2 [π] 2 [ENTER]

```
32+2π2
      44.57
FIX
```

Réponse : 44,57 mètres

➔ [2nd] [FIX] 2 n'a d'effet que sur l'affichage du résultat, arrondi au centième, la machine calculant en prenant une approximation de **π** = 3,14159265359.

Le résultat est différent si on prend une approximation au centième de **π**

[2nd] [FIX] [·] 32 [+] 2 [×] 3.14 [×] 2 [ENTER]

```
32+2×3.14×2
      44.56
FIX
```

Réponse : 44,56 mètres

➔ Autre exemple :

[2nd] [FIX] 4 25 [÷] 7 [ENTER] [×] 7 [ENTER]

```
25÷7
      3.5714
FIX
```

```
Ans×7
      25.0000
FIX
```

Mais 3.574 [×] 7 [ENTER]

```
3.5714×7
      24.9998
FIX
```

- Notation scientifique [EE]

Calcule la distance du système solaire à Proxima du Centaure en sachant qu'un rayon de lumière met environ 4 ans pour nous parvenir de cette étoile et que la vitesse de la lumière vaut approximativement 300'000 km/s.

4 [×] 365 [×] 24 [×] 3600 [×] 3 [EE] 5 [ENTER]

```
4×365×24×36→
      3.78432 ×10^13
```

Réponse : Proxima du Centaure se trouve approximativement à $3{,}78 \cdot 10^{13}$ km du système solaire.

➔ [EE] permet d'entrer une valeur en notation scientifique (écriture d'un nombre décimal différent de 0 sous la forme d'un produit de deux facteurs, le premier étant un nombre décimal supérieur ou égal à 1 et strictement inférieur à 10 et le second facteur une puissance entière de 10)

La calculatrice TI-34 II ne permet ni la conversion d'une notation décimale en notation scientifique ni l'inverse.

Bien plus, la calculatrice impose la notation pour les résultats, en valeur absolue, supérieurs ou égaux à 10000000000 ($1 \cdot 10^{10}$) ou strictement inférieurs à 0,000000001 ($1 \cdot 10^{-9}$) et la notation décimale pour les résultats compris , en valeur absolue, entre ces deux bornes.

Appuyer sur [EE] équivaut à frapper [×] 10 [^] .

Ainsi pour entrer $5 \cdot 10^{12}$, il suffit de taper 5 [EE] 12

➔ **Attention**, si on tape 5 [×] 10 [EE]12, on obtient $5 \cdot 10^{13}$.

➔ **Attention** encore :

Les résultats affichés dépendent du nombre de chiffres significatifs que la calculatrice peut stocker. En effet, la machine tronque les nombres à partir d'une certaine décimale en fonction du nombre de chiffres qu'il y a avant la virgule. Ainsi, selon les cas, on peut obtenir un résultat exact ou complètement erroné. Voici un exemple :

$(10^{-5}+10^{5}-10^{-5}) : 10^{5}$

[(] [EE] -5 [+] [EE] 5 [−] [EE] -5 [)] [÷] [EE] 5 [ENTER]

```
(E⁻5+E5-E⁻5 →        ↑
               1.
```

Mais $(10^{5}+10^{-5}-10^{5}) : 10^{-5}$ …

[(] [EE] 5 [+] [EE] -5 [−] [EE] 5 [)] [÷] [EE] -5 [ENTER]

```
(E5+E⁻5-E5) →        ↑
               0.
```
!

- Calcul de moyennes :

Durant le trimestre, les élèves ont effectué 5 récitations, 2 épreuves et une épreuve trimestrielle.
L'épreuve trimestrielle compte pour un tiers de la moyenne trimestrielle, la moyenne des récitations pour un deuxième tiers et la moyenne des épreuves pour le dernier tiers.
Voici les notes de Marie :

R1 = 2	*R2 = 4*	*R3 = 4*	*R4 = 4,5*	*R5 = 5,5*
E1 = 2,5	*E2 = 4*	*Trim = 4,5*		

Quelle est la moyenne trimestrielle au dixième de Marie ?

Chaque récitation compte pour 1/15 (2/30) de la moyenne, chaque épreuve pour 1/6 (5/30) de la moyenne et l'épreuve trimestrielle pour 1/3 (10/30). Cela se traduit par une fréquence de 2 pour chaque récitation, de 5 pour chaque épreuve et par 10 pour l'épreuve trimestrielle.

[2nd] [FIX] 1 (résultat au dixième)

[2nd] [STAT] 1-VAR

1-VAR 2-VAR →
FIX

[ENTER]

FIX STAT

[DATA]

X_1= ↕
FIX STAT

2 ▼ 2

FRQ= ↕
FIX STAT

▼ 4 ▼ 2 ▼ 4 ▼ 2 ▼ 4.5 ▼ 2 ▼ 5.5 ▼ 2 ▼ 2.5 ▼ 5 ▼ 4 ▼ 5 ▼ 4.5 ▼ 10

[STATVAR] ▶ $\bar{x}$

n $\bar{x}$ Sx σx →
3.9
FIX STAT

Marie a donc une moyenne trimestrielle insuffisante, et ce malgré l'évidente progression en cours de trimestre.

Une fois les fréquences entrées, **il n'est plus nécessaire** de les réintroduire.

Ainsi, pour Joseph qui est dans la même classe et qui a obtenu les notes suivantes :

R1 = 5	*R2 = 5,5*	*R3 = 5*	*R4 = 4,5*	*R5 = 4*
E1 = 4	*E2 = 3,5*	*Trim = 3,5*		

[DATA] 5 ▼ ▼ 5.5 ▼ ▼ 5 ▼ ▼ 4.5 ▼ ▼ 5 ▼ ▼ 4 ▼ ▼ 3.5 ▼ ▼ 3.5

[STATVAR] ▶ $\bar{x}$

n $\bar{x}$ Sx σx →
4.0
FIX STAT

5.2. Éléments de mode d'emploi

5.2.1. TI-106

Fonctions	Exemples		Remarques
	Écriture mathématique	Touches à utiliser	
Mise en marche		[ON/C]	
Remise à zéro		[ON/C] [ON/C]	
Extinction			La calculatrice s'éteint d'elle-même lorsque le couvercle est remis en place.
Nombre de chiffres conservés en mémoire/ dans les registres			La calculatrice ne conserve que les 8 premiers chiffres d'un nombre. Ainsi, si l'on tape le calcul 123456789 - 12345678, le résultat donné est 0.
Résultat négatif			La calculatrice indique les résultats inférieurs à 0 par un - tout à gauche de l'écran.
Résultat le plus grand (maximum)			La calculatrice n'affiche que les résultats inférieurs à 100'000'000 (10^8). Si le résultat est supérieur, la machine l'indique par un E (erreur) à gauche de l'affichage.
Résultats rationnels non décimaux			La calculatrice ne garde en mémoire qu'une approximation des résultats. Ainsi, si l'on tape 8 [÷] 3 [×] 3 [=], le résultat affiché est 7.9999998 et non 8.
Addition	792 + 16	792 [+] 16 [=]	
Soustraction	126 – 45	126 [–] 45 [=]	
Multiplication	12 × 13	12 [×] 13 [=]	
Division	156 : 6	156 [÷] 6 [=]	La division d'un nombre par 0 n'a pas de solution dans IR. Par exemple, il n'est pas possible de trouver le résultat de 3 : 0. En effet, aucun nombre réel multiplié par 0 ne donne 3. Si l'on fait ce calcul la calculatrice, la machine affiche

			un E (erreur) tout à gauche de la ligne d'affichage.
Correction d’une faute de frappe	12 + ~~15~~ 16 12 ~~× 10~~ + 5	12 [+] 15 [ON/C] [+] 16 [=] 12 [×] 10 [ON/C] [+] 5 [=]	La touche [ON/C] permet d'effacer le dernier chiffre ou la dernière opération (opérateur et nombre)
Opérateur constant	2 **+ 3** 4 **+ 3** 8 **– 6** 3 **– 6** **3** × 8 **3** × 15 27 **: 3** 15 **: 3** 87 + 3 +3 + 3	2 [+] 3 [=] 4 [=] 8 [–] 6 [=] 3 [=] 3 [×] 8 [=] 15 [=] 27 [÷] 3 [=] 15 [=] 87 [+] 3 [=] [=] [=]	Attention, contrairement aux autres opérations, lors d'une multiplication, c'est le premier facteur qui est répété !
Ordre des opérations	(3 + 8) × 5 3 + 8 × 5 = 3 + (8 × 5) 5 × (3 + 8)	3 [+] 8 [×] 5 [=] 8 [×] 5 [+] 3 [=] 3 [+] 5 [×] 8 [=]	La calculatrice TI-106 effectue les opérations dans l'ordre où elles sont saisies ; les résultats intermédiaires sont affichés immédiatement lors de la saisie d'un nouvel opérateur.

D'autres fonctions (racine carrée, exposant entier, inverse, pourcentage, mise en mémoire) sont prévues sur la calculatrice TI-106 mais ne concernent pas les programmes de mathématiques 1P-4P.
Pour l'utilisation de ces fonctions, prière de se référer au mode d'emploi fourni avec la calculatrice.

5.2.2. TI-34 II

Fonctions	Exemples			Remarques
	Écriture mathématique	Touches à utiliser	Affichage	
Mise en marche		[ON]		
Extinction		[2nd] [OFF]		La calculatrice s'éteint automatiquement si aucune touche n'est enfoncée pendant environ 5 minutes.
Opérations de base (EP)	$5\times12-45$	5 [×] 12 [−] 45 [ENTER]	5×12−45 15.	Attention à ne pas confondre la soustraction (touche [−]) et le signe d'un nombre relatif (touche [(−)]) ! Lorsque l'on divise un nombre par 0, la calculatrice affiche un message d'erreur.
Opérations de base (CO - PO)	$5\cdot(-12)+45$	5 [×] [(−)] 12 [+] 45 [ENTER]	5×-12+45 -15.	Attention à ne pas confondre la soustraction (touche [−]) et le signe d'un nombre relatif (touche [(−)]) !
Répétition des opérations	Suite des puissances de 2	1 [ENTER]	1 1.	
		[×] 2 [ENTER]	Ans×2 2.	
		[ENTER]	Ans×2 4.	
		[ENTER]	Ans×2 8.	

Division euclidienne	$13 \div 4$	13 [2nd] [INT÷] 4 [ENTER]	13 Int÷ 4 3 (Q) 1 (R)	Divise 2 entiers positifs et affiche le quotient **Q**, et le reste **R**. Seul le quotient est stocké dans **Ans**. La division euclidienne n'a de sens que si le dividende et le diviseur sont des nombres entiers. La calculatrice affiche un message d'erreur si l'un de ces deux nombres n'est pas un entier positif.
Parenthèses (EP)	$4 \times (2+3)$	4 [×] [(] 2 [+] 3 [)] [ENTER]	4×(2+3) 20.	
Parenthèses (CO - PO)	$4 \cdot (2+3)$	4 [×] [(] 2 [+] 3 [)] [ENTER] 4 [(] 2 [+] 3 [)] [ENTER]	4×(2+3) 20. 4(2+3) 20.	Le nombre placé avant ou après la parenthèse est implicitement multiplié.
Multiplication implicite, économie de touches (CO - PO)	$4 \cdot (2+3)$ $2^2 \cdot 5$ $5 \cdot \sqrt{4}$ le quart de la réponse précédente $3 \cdot \pi$ 2·sin(30) 0,25 · 0,5	4 [(] 2 [+] 3 [ENTER] 2 [x^2] 5 [ENTER] 5 [2nd] [√] 4 [ENTER] 1 [/] 4 [2nd] [ANS] [ENTER] 3 [π] [ENTER] 2 [2nd] [TRIG] [ENTER] 30 [ENTER] .25 [×] .5 [ENTER]		Dans de nombreux cas, on peut faire l'économie de la touche [×] et de la touche [)]. En effet, l'absence de signe opératoire est comprise comme une multiplication toutes les fois où il n'y a pas d'ambiguïté et [ENTER] ferme toutes les parenthèses ouvertes. Il n'est pas nécessaire d'entrer le 0 pour les nombres décimaux dont les chiffres à gauche de la virgule sont nuls.

Ordre des opérations (EP)				1) Expressions entre parenthèses 2) Fonctions qui sont introduites après l'argument telles que x^2 3) Puissances (∧) 4) Multiplications et divisions 5) Additions et soustractions 6) [ENTER] termine toutes les opérations et ferme toutes les parenthèses ouvertes.
Ordre des opérations (CO)				1) Expressions entre parenthèses 2) Fractions 3) Fonctions qui sont entrées après l'argument telles que x^2 4) Puissances (∧) et racines (√) 5) Signe du nombre relatif (-) 6) Multiplications, multiplications implicites, divisions 7) Additions et soustractions 8) Conversions (Ab/c↔d/e, ▸F, ▸D, ▸%, ▸DMS) 9) [ENTER] termine toutes les opérations et ferme toutes les parenthèses ouvertes.
Ordre des opérations (PO)				1) Expressions entre parenthèses 2) Fonctions qui ont besoin d'une parenthèse et qui précèdent l'argument telles que les fonctions trigonométriques ou logarithmiques

				3) Fractions 4) Fonctions qui sont entrées après l'argument telles que x^2 et les convertisseurs d'unité d'angle (° ′ ″ r g) 5) Puissances (∧) et racines (√) 6) Signe du nombre relatif (-) 7) Arrangements (nPr) et combinaisons (nCr) 8) Multiplications, multiplications implicites, divisions 9) Additions et soustractions 10) Conversions (Ab/c↔d/e, ▸F, ▸D, ▸%, ▸DMS) 11) [ENTER] termine toutes les opérations et ferme toutes les parenthèses ouvertes.
Réponse précédente (EP)	3×3 $3\times3\times3$	3 [×] 3 [ENTER] [×] 3 [ENTER]	3×3 9. Ans×3 27.	Ans est l'abréviation du mot anglais <u>answer</u> qui veut dire <u>réponse</u>. C'est le résultat du calcul précédent.
Réponse précédente (CO - PO)	$3\cdot3$ $3\cdot3\cdot3$ $\sqrt[3]{3\cdot3\cdot3}$	3 [×] 3 [ENTER] [×] 3 [ENTER] 3 [2nd] [ˣ√‾] [2nd] [ANS] [ENTER]	3×3 9. Ans×3 27. 3^x√Ans 3.	Ans est l'abréviation du mot anglais <u>answer</u> qui veut dire <u>réponse</u>. C'est le résultat du calcul précédent.

Entrées précédentes	1+1	1 [+] 1 [ENTER]	1+1 ↑ 2.	Après l'évaluation d'une expression, les touches ⏶ et ⏷ permettent de faire défiler les entrées précédentes qui sont stockées dans les registres de la calculatrice (EP). Cette fonction est particulièrement utile pour que l'élève puisse revenir sur des essais qu'il a effectués précédemment sans les noter. (EP)
	2+2	2 [+] 2 [ENTER]	2+2 ↑ 4.	
	3+3	3 [+] 3 [ENTER]	3+3 ↑ 6.	
	4+4	4 [+] 4 [ENTER]	4+4 ↑ 8.	
	2+2+2	⏶ ⏶ ⏶	2+2 ↕	
		[2nd] ⏵ [+] 2 [ENTER]	2+2+2 ↑ 6.	
Effacement Correction		[CLEAR]		Efface un message d'erreur Efface la ligne en cours d'édition Déplace le curseur vers la dernière entrée de l'historique (registres mémorisés) quand l'affichage est vide
		[DEL]		Supprime le caractère à l'emplacement du curseur. Supprime tous les caractères à droite quand la touche [DEL] est maintenue enfoncée ; supprime ensuite 1 caractère à gauche du curseur chaque fois que la touche [DEL] est enfoncée.
		[2nd] [INS]		Insère un caractère à l'emplacement du curseur
Réinitialisation de la calculatrice		[2nd] [RESET] Y [ENTER] ou [ON] et [CLEAR]	RESET: N Y	Restaure les réglages par défaut de la machine ; efface les variables en mémoire, les opérations en attentes, l'historique, les opérateurs

calculatrice		[ON] et [CLEAR]	MEM CLEARED	mémorisés et **Ans**.
Mémoires (CO - PO)		15 [STO▸]	→ A B C D E →	La calculatrice permet de conserver 5 variables en mémoire (A, B, C, D, E). Il est possible de stocker un nombre réel ou une expression dont le résultat est un nombre réel dans une variable en mémoire. [MEMVAR] accède au menu des variables. [STO▸]permet de stocker les valeurs des variables. [2nd] [RCL] rappelle les valeurs des variables. [2nd] [CLRVAR] efface toutes les valeurs des variables.
		[ENTER]	15→A 15.	
		7 [×]	7×	
		[2nd] [RCL]	A B C D E → 15.	
	7×15^2	[ENTER] [x^2] [ENTER]	7×15^2 1575.	
		[STO▸] (▸)	→ A B C D E →	
		[ENTER]	Ans→B 1575.	
	$7 \times 15^2 : 4$	[MEMVAR] (▸)	A B C D E → 1575.	
		[ENTER] [÷] 4 [ENTER]	B÷4 393.75	
		[2nd] [CLRVAR] Y [ENTER]	CLR VAR: Y N	

Opérateurs mémorisés	f(x) = 2x+3 f(4) f(6) g(x) = 2x g(4) g(g(4)) g(g(g(4)))	[2nd] [▸OP1] [×] 2 [+] 3 [ENTER] 4 [OP1] 6 [OP1] [2nd] [▸OP2] ◀ [×] 2 [ENTER] 4 [OP2] [OP2] [OP2] [2nd] [▸OP2] ◀ [ENTER]	OP1=×2+3 4×2+3 1 11. 6×2+3 1 15. OP2▣×2 1 8. 2 16. 3 32. OP2=×2	Pour mémoriser un opérateur en OP1 ou OP2 : 1. Appuyer sur [2nd] [▸OP1] ou [2nd] [▸OP2]. 2. Entrez l'opération (toute combinaison de nombres, d'opérateurs, ou des fonctions et leurs arguments. 3. Appuyer sur [ENTER] pour sauvegarder l'ensemble. 4. [OP1] ou [OP2] rappelle et affiche l'opération sur la ligne d'entrée. La calculatrice donne automatiquement le résultat (sans appuyer sur [ENTER]) du côté gauche de la ligne du résultat. Si l'on appuie plusieurs fois sur [OP1] ou [OP2], le compteur s'incrémente de 1 à chaque fois. Il est aussi possible de faire en sorte que la calculatrice n'affiche que le compteur et le résultat (en excluant l'entrée) Pour cela il faut appuyer [2nd] [▸OP1] ou [2nd] [▸OP2] ; puis appuyer sur ◀ jusqu'à ce que le = soit mis en surbrillance (▣). Il suffit de répéter la manœuvre pour désactiver ce réglage.
Plus petit multiple commun Plus grand diviseur commun	ppcm(12,20) pgcd(10'395,6930)	[2nd] [MATH] ▶ ▶ ▶ ▶ ▶ ▶ [ENTER] 12 [2nd] [,] 20 [ENTER] [2nd] [MATH] ▶ ▶ ▶ ▶ ▶ ▶ ▶ [ENTER] 10395 [2nd] [,] 6930 [ENTER]	lcm(12,20 60. gcd(10395,6→ 3465.	
Simplification de fractions	$\frac{135}{60} = ?$	[2nd] [FracMode] = d/e Manual		Il existe deux modes de simplification : manuel ou automatique.

(CO - PO)		(réglage par défaut) 135 $\boxed{/}$ 60 $\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{\blacktriangleright\text{Simp}}$ $\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{\blacktriangleright\text{Simp}}$ $\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{\text{2nd}}$ [FracMode] = d/e Auto 135 $\boxed{/}$ 60 $\boxed{\text{ENTER}}$	135/60 135 / 60 N/D→n/d Ans ▸ Simp 45 / 20 N/D→n/d Ans ▸ Simp 9 / 4 135/60 9 / 4	Dans le premier cas, $\boxed{\blacktriangleright\text{Simp}}$ $\boxed{\text{ENTER}}$ simplifie la fraction par le plus petit facteur premier commun. On peut aussi choisir le facteur de simplification, en écrivant le facteur de simplification choisi entre $\boxed{\blacktriangleright\text{Simp}}$ et $\boxed{\text{ENTER}}$. La calculatrice affiche si la fraction peut encore être simplifiée. En répétant $\boxed{\blacktriangleright\text{Simp}}$ $\boxed{\text{ENTER}}$, on arrive inévitablement à une fraction irréductible. Dans le second cas, $\boxed{\blacktriangleright\text{Simp}}$ $\boxed{\text{ENTER}}$ réduit directement la fraction à sa forme irréductible. L'écriture des nombres sous forme de fraction n'est possible sur la calculatrice que si numérateur et dénominateur sont des nombres entiers. De plus le dénominateur doit être positif. Si ce n'est pas le cas, il faut utiliser l'opérateur division.
Opérations avec des fractions (CO - PO)	$\frac{7}{2}+\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}$	5 $\boxed{/}$ 6 $\boxed{+}$ 2 $\boxed{/}$ 3 $\boxed{\times}$ 5 $\boxed{/}$ 4 $\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{\text{2nd}}$ [FracMode] = d/e Manual (réglage par défaut) $\boxed{\text{2nd}}$ [FracMode] = d/e Auto $\boxed{\text{2nd}}$ [FracMode] = A␣b/c Manual $\boxed{\text{2nd}}$ [FracMode] = A␣b/c Auto	5/6+2/3×5/4 20 / 12 N/D→n/d 5/6+2/3×5/4 5 / 3 5/6+2/3×5/4 1u8/12 N/D→n/d 5/6+2/3×5/4 1u2/3	La calculatrice peut être réglée de manière à afficher les résultats : - en notation française (notation habituelle des fractions à Genève) ou - en notation anglo-saxonne (les nombres rationnels sont écrits comme somme d'un nombre entier et d'une fraction strictement comprise entre 0 et 1). Dans tous les cas, les résultats qui ne peuvent pas être affichés en tant que fraction sont affichés sous forme décimale approchée.

Conversion d'une fraction en écriture décimale et réciproquement (CO - PO)	$\frac{135}{60} = ?$	[2nd] [FracMode] = d/e Manual (réglage par défaut) 135 [/] 60 [ENTER] [▸D] [ENTER] [▸F] [ENTER] [2nd] [FracMode] = d/e Auto [▸D] [ENTER] [▸F] [ENTER]	135/60 → 135 / 60 (N/D→n/d) Ans ▸ D → 2.25 Ans ▸ F → 225 / 100 (N/D→n/d) 135/60 → 9 / 4 Ans ▸ D → 2.25 Ans ▸ F → 9 / 4	La conversion de fractions en écriture décimale est selon les cas exacte ou approchée. La calculatrice ne convertit les nombres décimaux en fraction que dans la mesure de ses possibilités.
Puissances Racines (EP)	$2^2 + 2$ $\sqrt{25}$ 5^3 $\sqrt[3]{8}$	2 [x^2] [+] 2 [ENTER] [2nd] [√‾] 25 [)] [ENTER] 5 [^] 3 [ENTER] 3 [2nd] [$\sqrt[x]{}$‾] 8 [ENTER]	2^2+2 → 6. √(25 → 5. 5^3 → 125. 3^x√8 → 2.	

Puissances Racines (CO-PO)	2^2+2 $\sqrt{25}$ 5^3 $\sqrt[3]{8}$ $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$ $2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$	2 [x^2] [+] 2 [ENTER] [2nd] [√‾] 25 [)] [ENTER] 5 [^] 3 [ENTER] 3 [2nd] [$\sqrt[x]{\ }$] 8 [ENTER] [2nd] [FracMode] = d/e ; Manual (réglage par défaut) 3 [/] 4 [2nd] [x^{-1}] [ENTER] 2 [×] [(] 1 [/] 2 [)] [^] [(–)] 1 [/] 2 [2nd] [x^{-1}] [ENTER]	2^2+2 6. √(25 5. 5^3 125. 3^x√8 2. 3/4^{-1} 4/3 2×(1/2)^-1/→ 2.828427125	
Notation scientifique (CO - PO)	$(7{,}28\cdot10^5)\cdot(3\cdot10^8)$ $(7{,}28\cdot10^{-5})\cdot(3\cdot10^8)$	7.28 [EE] 5 [×] 3 [EE] 8 [ENTER] 7.28 [EE] [(–)] 5 [×] 3 [EE] 8 [ENTER]	7.28E5×3E8 2.184 $_{\times10}{}^{14}$ 7.28E-5×3E8 21840.	[EE] permet d'entrer une valeur en notation scientifique (écriture d'un nombre décimal différent de 0 sous la forme d'un produit de deux facteurs, le premier étant un nombre décimal supérieur ou égal à 1 et strictement inférieur à 10 et le second une puissance entière de 10) N.B. Taper [EE] équivaut à frapper [×] 10 [^]

				La calculatrice n'affiche un résultat en notation scientifique que s'il est supérieur ou égal à 10000000000 ($1 \cdot 10^{10}$) ou strictement inférieur à 0,000000001 ($1 \cdot 10^{-9}$), en valeur absolue.
Nombre de décimales (CO - PO)	Valeur de $2 \cdot \pi$ arrondie au millième	2 [π] [ENTER]	2π 6.283185307	
		[2nd] [FIX]	F0123456789 FIX	[2nd] [FIX] permet d'afficher les résultats avec un nombre de décimale déterminé. Il est possible de régler le nombre de décimale entre 0 et 9.
		3 (ou ▶ ▶ ▶ ▶ [ENTER])	2π 6.283 FIX	[2nd] [FIX] [·] (ou [2nd] [FIX] **F**) restaure le format de notation standard (point flottant).
		[2nd] [FIX] [·]	2π 6.283185307	
		[2nd] [FIX] 2 149 [÷] 7 [ENTER]	149÷7 21.29 FIX	Cette fonction n'a d'effet que sur l'affichage.
	149 : 7 × 7	[×] 7 [ENTER]	Ans×7 149.00 FIX	
		Par contre 21.29 [×] 7 [ENTER]	21.29×7 149.03 FIX	
Valeur arrondie (PO)	Valeur de $2 \cdot \pi$ avec une valeur de π arrondie au millième	2 [2nd][MATH]▶	abs round →	
		[ENTER] [π] [2nd] [,] 3 [ENTER]	2round(π,3 6.284	

Conversion d'angles (PO)	45° = ? rad. $\frac{5\pi}{6}$ = ? deg.	[2nd] [DR] ▶ [ENTER] 45 [°'"] [ENTER] [ENTER] 5 [π] [/] 6 [°'"] ▶ ▶ ▶ [ENTER] [2nd] [DR] ◀ [ENTER] [ENTER]	DEG RAD ° ' " r → RAD 45° Pi/4 RAD ° ' " r → RAD DEG RAD $5\pi/6^r$ 150.	[2nd] [DR] affiche un menu pour choisir l'unité d'angle (degrés DEG ou radians RAD) Pour convertir un angle d'une unité dans une autre : 1. choisir dans ce menu l'unité d'arrivée. 2. entrer la valeur de l'angle et l'unité de départ à l'aide de la touche [°'"]. ou inversement.
Fonctions trigono-métriques (PO)	tan($\frac{5\pi}{4}$) sin(60)	[2nd] [DR] RAD [ENTER] [2nd][TRIG]◀◀ [ENTER] 5 [π] [/] 4 [ENTER] [2nd] [DR] DEG [ENTER] [2nd][TRIG] [ENTER] 60 [ENTER]	← tan $\tan^{-1}$ RAD tan(5π/4 1. RAD sin $\sin^{-1}$ → sin(60 0.866025404	[2nd] [TRIG] affiche le menu de toutes les fonctions trigonométriques : sinus (sin), arc sinus ($\sin^{-1}$), cosinus (cos), arc cosinus ($\cos^{-1}$), tangente (tan) et arc tangente ($\tan^{-1}$).

Fonctions logarithme et exponentielle (PO)	ln(1) $e^{0,5}$	[2nd] [LOG] [ENTER] 1 [ENTER] [2nd] [LOG] ◀ [ENTER] .5 [ENTER]	log 10^ → log(1 ↑ 0. ← ln e^ → e^(.5 ↑ 1.648721271	[2nd] [LOG] affiche un menu des fonctions logarithmes et exponentielles (log, 10^,ln, e^). La calculatrice utilise pour e la valeur approchée 2,718281828459

6. Bibliographie

L'utilisation de nouveaux outils en classe suscite réflexions et expérimentations ; voici quelques propositions de documents de référence pour qui souhaite aller plus loin dans la réflexion, ainsi que d'autres ressources glanées durant la réalisation de ce travail.

6.1. Documents de référence

CEM.- Rapport sur les calculatrices.- 1999.- 4 p. (voir Annexe 7.2)

Guin, D. et Trouche, L. (Eds) : 2003, Calculatrices symboliques; Transformer un outil en un instrument de travail mathématique: un problème didactique. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Floris, R et Conne, F (Eds) : 2007, Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques.

Commission KAHANE. - « Rapport Kahane sur le calcul + Annexe au rapport ».- http://eduscol.education.fr/D0015/LLPHAG03.htm. - 44p + 17p.

IREM GRENOBLE, Groupe « DÉBAT SCIENTIFIQUE ». - « Une activité en or ».- mars 2006.- http://www.ac-grenoble.fr/irem/new2006/Debat_scientifique. - 20p.

IUFM CRÉTEIL.- « Une calculatrice, un outil à part entière ».- http://maths.creteil.iufm.fr/Second_degre/module_info/calculatrice_presentation.htm.

MATH-ECOLE.- « A l'école obligatoire, la calculatrice peut-elle contribuer à l'apprentissage des maths ? ».- n° 215, juillet 2005. - 9p.

MATH-ECOLE.- « Quelques idées et des activités en cohérence pour un enseignement des maths avec la calculatrice ». - n° 215, juillet 2005. - 9p.

6.2. Autres ressources

Auteur(s)	**Titre [source]**
Luca Del Notaro, Ruhal Floris	L'utilisation de la calculette à l'école élémentaire. [Math-École - n° 215, juillet 2005]
Jean-Baptiste Lagrange	Mathématiques : calcul formel, programmation. Un point de vue didactique. [Bulletin n°429, APMEP]
Dominique Nancy	Donner du sens aux mathématiques. [http://www.forum.umontreal.ca/numeros/1999-2000/Forum00-03-06/article02.html]
Louis-Olivier Pochon	L'ordinateur pour enseigner les mathématiques, sous la direction de Bernard Cornu. [http://www.sens-neuchatel.ch/bulletin/fr-bull.htm]

Inspection générale - France	Enseignement des mathématiques et TICE. [http://www.educnet.education.fr/math/textes_officiels/cadrage_math_et_tice.pdf]
Laura Weiss	Petit vade mecum pour l'utilisation de la calculatrice TI34 au CO. [http://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/floris/lmedidmath/Uf712/calculatrice/vademecumTI34.pdf]
Laura Weiss	Difficultés et erreurs caractéristiques liées à l'utilisation de la calculatrice. [DIP, Genève]
Eric Bruillard	Étude sur quelques obstacles d'usage des calculettes à l'école élémentaire. [Grand N, n°53 http://www.ac-grenoble.fr/irem/new2006/revues/]
CREM	Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans. [http://www.apmep.asso.fr/article.php3?id_article=557]
IUFM Créteil	Le calcul et la calculatrice dans les programmes du cycle 3 de l'école élémentaire. [http://maths.creteil.iufm.fr/Second_degre/module_info/documents/calculatrice_primaire.pdf]
IUFM Créteil	La calculatrice au collège. [http://maths.creteil.iufm.fr/Second_degre/module_info/documents/calculatrice_college.pdf]
IUFM Créteil	Une calculatrice au lycée. [http://maths.creteil.iufm.fr/Second_degre/module_info/documents/calculatrice_lycee_2002-2003.pdf]
IUFM Créteil	Calcul numérique à l'école primaire: Compétences devant être acquises. [http://maths.creteil.iufm.fr/Second_degre/module_info/documents/competences_calculatrice_primaire.pdf]
Ministère éducation nationale FR	Utiliser les calculatrices en classe. [http://www.eduscol.education.fr/prog]
RM di Scala	Package pédagogique multimédia. [http://rmdiscala.developpez.com/cours]
Direction enseignement scolaire	Utiliser les calculatrices en classe. [http://rmdiscala.developpez.com/cours/]
Rapport Kahane	Rapport d'étape sur l'informatique et l'enseignement des mathématiques. [http://smf.emath.fr/Enseignement/commissionKahane/RapportInfomath/html/RapportInfoMath.html]
Luc Trouche	Complexité de l'interaction homme-machine dans les environnements informatisés d'apprentissage [http://www.irem.univ-montp2.fr/Trouche/]

Luc Trouche	Expérimenter et prouver : faire des mathématiques au lycée avec des calculatrices symboliques 38 variations sur un thème imposé IREM de Montpellier, Montpellier, 1998
Michèle Artaud et Joël Denisot	Structures, fonctionnement, écologie des organisations didactiques à propos de la calculatrice. [In J.L. Dorier & al. (Eds). *Actes de la XIe école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 97-107). Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.]
Laura Weiss	Activités Calcul. [DIP, Genève]
Floris Ruhal et Gruner	Mémoire et formules. [DIP, Genève]
Gruner	7ème Calculatrice. [DIP, Genève]
Alain Gagnebin, Ninon Guignard, François Jaquet	Apprentissage et enseignement des mathématiques, Commentaires Didactiques sur les Moyens d'Enseignement pour les Degrés 1 à 4 de l'École Primaire (pages jaunes). [http://www.erz.be.ch/site/fr/comeo-planification-maths-3p-4p.doc]
Danalet, Dumas, Studer, Villars-Kneubühler	Mathématiques 3P, Livre du maître. [DIP Genève]
Danalet, Dumas, Studer, Villars-Kneubühler	Mathématiques 4P, Livre du maître. [DIP Genève]
Roger Foggiato	Algorithmes de calcul : lesquels enseigner ? [DIP Genève]
François Jaquet, Louis-Olivier Pochon	La calculatrice dans les écoles de Suisse romande; quelques repères historiques. [Math-École 216 octobre 2005]
G.Th.Guilbaud	Leçons d'à peu près. [christian bourgeois éditeur]
M. Chastellain, J-A. Calame, M. Brêchet	MERM Indigo. [DIP Genève]

Des compléments bibliographiques collectés durant ce travail sont disponibles sur simple demande auprès des auteurs[23], ou directement sur le site de la CEM à l'adresse http://wwwedu.ge.ch/cem/brochurecalc.html.

[23] Eric Burdet (eric.burdet@edu.ge.ch), Pierre-Marie Charrière (pierre-marie.charriere@edu.ge.ch) et Jean-Marie Delley (jean-marie.delley@edu.ge.ch)

7. Annexes

7.1. La calculatrice dans les plans d’études et les moyens d’enseignement

7.1.1. EP

« L’un des enjeux de la nouvelle édition de Mathématiques 5ème et Mathématiques 6ème est de faire évoluer les attitudes et les conceptions dans le domaine des outils de calcul pour que la calculatrice […]» Mathématiques 6ème, éd. 2002, Méthodologie – Commentaires, pp 22-23.

Documents romands :

- Plan d'études romand de mathématiques, Degrés 1 - 6, COROME – 1997.
  Volet "Opérations, fonctions et linéarité".
  Intention : Choisir l'outil de calcul le mieux adapté à la situation et à ses propres compétences.
  Compétence attendue : Accepter ou refuser l'affichage d'un résultat par estimation de l'ordre de grandeur ou la connaissance de propriétés des opérations.
  Progression : Temps de construction, de structuration et de consolidation de la 1P à la 6P.

Moyens d'enseignement romands

- Commentaires Didactiques sur les Moyens d'Enseignement pour les Degrés 1 à 4 de l'École Primaire (pages jaunes).
  8. Les outils de calcul : La calculatrice p.142-143.
- Mathématiques 3e année primaire, Livre du maître, Module 3, p. 120-121 et Module 4, p. 161.
- Mathématiques 4e année primaire, Livre du maître, Module 3, p. 122-123 et Module 4, p. 165.
- Mathématiques 5e année primaire, Méthodologie - Commentaires, Introduction p.22-23, thème 3, p. 71, thème 6, p. 120.
- Mathématiques 6e année primaire, Méthodologie - Commentaires, Introduction p.22-23, thème 2, p. 57, thème 6, p. 154-155.
- Activités « calculatrice» extraites des moyens mathématiques COROME.
  - 3P module 2 : des problèmes pour approcher le nombre et lui donner du sens
    - Champ 2-B (comparer les nombres) : Mauvaise touche, p. 85.
    - Champ 2-C (établir des liens entre une collection organisée en unités, dizaines, … et son écriture chiffrée et sa désignation orale) : Touché, p. 104.
  - 4P module 2 : des problèmes pour approcher le nombre et lui donner du sens.
    - Champ 2-B (comparer les nombres) : Touché, p. 97.
  - 5P thème 3 : approche des nombres rationnels.

    - L 5 Multiplication lacunaire, p. 29.
    - L 7 Touche pas à mes touches, p. 29.
  - 5P thème 8 : opérations dans Q.
    - L 17 Touche abîmée, p. 82.
  - 6P thème 2 : nombres naturels et opérations.
    - L 3 Le plus grand nombre.
    - L 9 Défi à la calculatrice.

Document produit la le secteur des mathématiques de l'enseignement primaire

- Algorithmes de calcul : lesquels enseigner ?, p. 11-12.

7.1.2. Au cycle d'orientation (CO)

7.1.2.1. Plan d'études

➔ Dans le livret 10 « Usages de la calculatrice et des outils informatiques », on trouve les **intentions** suivantes :

Permettre aux élèves de manipuler correctement une calculatrice.

Permettre aux élèves d'avoir un regard critique sur les résultats affichés par la calculatrice.

Décharger partiellement les élèves des calculs pour leur permettre de se consacrer plus à la réflexion et à la démarche mathématique.

Utiliser la calculatrice comme moyen participant à l'apprentissage de notions mathématiques.

7.1.2.2. Moyens Enseignement Romands des Mathématiques (Indigo)

➔ Dans le livre « Structure et Organisation » on peut lire :

« L'un des enjeux de M*athématiques 7-8-9* est de faire évoluer les attitudes et les conceptions dans le domaine des outils de calcul, pour que la calculatrice y trouve sa place, en tant qu'instrument de calcul, pour effectuer ou valider des opérations, et en tant qu'objet d'investigation scientifique, par exemple pour découvrir de nouveaux nombres ou de nouvelles relations. »
« Une des ambitions premières, […], est de confronter la calculatrice, les algorithmes écrits et le « calcul réfléchi », pour montrer que ce dernier reste maître des deux autres lorsqu'il s'agit d'estimer un résultat d'opération ou de juger de sa vraisemblance, de décider de l'ordre de grandeur ou du degré de précision d'une réponse obtenue. »

Dans le livre « Nombres et Opérations » il est précisé : « […] il serait cependant faux de débuter par un apprentissage systématique du fonctionnement de chacune de ses touches, […]. Il serait tout aussi erroné de l'utiliser comme un simple « presse-bouton » dans le but de gagner du temps, sans s'interroger sur elle et sans porter de regard critique sur les résultats affichés. Voilà pourquoi la majorité des apprentissages, relatifs à son fonctionnement, interviennent en interaction directe avec les sujets traités. »

7.1.3. PO

7.1.3.1. Filière maturité gymnasiale

Programme de mathématiques année 1 et 2 : « De même, les outils technologiques - calculatrice simple, calculatrice graphique et symbolique, logiciels spécifiques [de représentations graphiques, de géométrie (CABRI), de calcul formel (DERIVE, MATHEMATICA, …) peuvent participer, dans le cadre d'une utilisation raisonnée, à la compréhension des concepts théoriques et des applications. »

7.1.3.2. Formation professionnelle

Aucune mention dans les programmes

7.1.3.3. SCAI

Rien n'est précisé dans le plan d'études quant à l'usage de la calculatrice.

Remarque : à disposition dans l'école un stock de calculatrices (toutes simples : 4 opérations + la racine carrée) prêtées aux élèves pendant les cours où elles sont utilisées, ce qui est peu fréquent.

7.1.3.4. ECG

Aucune mention dans les programmes.

7.2. Cahier des charges de la calculatrice, rédigé par la CEM en 1999

Lors de sa plénière du 24 septembre 1999, la CEM s'est penchée sur l'introduction et l'utilisation des calculatrices dans l'enseignement obligatoire genevois. Elle a décidé à l'unanimité (moins une abstention) de faire parvenir aux directions générales de l'enseignement primaire et du cycle la proposition ci-dessous :

7.2.1. Proposition de la CEM

La calculatrice est un outil reconnu socialement, techniquement et didactiquement parlant. A Genève, les plans d'études et moyens d'enseignement en vigueur au primaire et du cycle d'orientation la mentionnent explicitement[24.] Après concertation entre les trois ordres d'enseignement et par souci de cohérence, la CEM propose que les élèves de la 5e primaire à la 9e du CO disposent du même modèle.[25] Ses caractéristiques opérationnelles minimales se trouvent dans les commentaires. En ce qui concerne les élèves du début du primaire [1P-4P] le choix se portera sur un modèle plus simple.

Cette proposition résultant du travail de la sous-commission "UTILISATION DES MOYENS ELECTRONIQUES PERSONNELS", celle-ci a tenu à faire figurer ci-après les commentaires qui la justifient.

---

[24]On trouve dans ces documents les différentes raisons qui ont motivé cette introduction.

[25]De l'avis des enseignants du PO, les caractéristiques opérationnelles minimales demandées pour ce modèle (cf. p.3 - Liste des exigences "Modèle 2") permettent son utilisation jusqu'au 11^{e} degré de la plupart des filières du secondaire II, exception faite d'un problème identifié quant à l'utilisation de l'écriture scientifique et qui devra être pris en compte lors du renouvellement des machines.

7.2.2. COMMENTAIRES DE LA SOUS-COMMISSION

- Intégrer les outils électroniques dans l'apprentissage

  Dans notre société, si les besoins en habileté dans l'appréhension d'un résultat numérique restent toujours primordiaux, le développement des calculatrices a rendu l'apprentissage des objectifs d'agilité et de rapidité dans l'utilisation des algorithmes du calcul écrit nettement moins important.

  Cette rupture d'équilibre entre l'importance du calcul mental et du calcul écrit, I'apparition explicite de l'utilisation de la calculatrice dans les plans d'études, programmes et exercices du primaire et du cycle comme un des outils de calcul proposés aux élèves, la systématisation des activités "problèmes" dans l'enseignement des mathématiques, rendent nécessaire le choix d'un modèle [unique] de calculatrice et l'introduction d'un "apprentissage" de son maniement.

- La calculatrice comme outil pédagogique

  La calculatrice aide à :

  - **replacer les mathématiques au centre de l'apprentissage** : la calculatrice est un outil pour atteindre les buts fixés. La maîtrise des algorithmes de calcul écrit n'étant plus un objectif prioritaire, savoir "bien calculer" n'est plus la justification des cours de mathématiques ;
  - **renforcer la compréhension des concepts** : une partie du temps dévolu à l'apprentissage et à l'entraînement des techniques devrait pouvoir être dégagé pour approfondir la compréhension des concepts mathématiques, compréhension souvent occultée par l'apprentissage de "trucs" permettant de réussir ;
  - **cibler l'enseignement sur la prise de décision** : pour l'élève, choisir l'opération appropriée au problème donné est la principale difficulté. La reconnaissance des lois additives et multiplicatives devient ainsi un des objectifs de l'enseignement ;
  - **augmenter le champ des situations traitées** : son utilisation dans la résolution des problèmes permet de proposer des situations qui, avec des stratégies de calcul écrit, demanderaient un traitement exagérément long ;
  - **remotiver les élèves qui échouent pour des raisons de lacunes opératoires** : chercher de manière empirique en effectuant des essais successifs.

- Apprendre à utiliser une calculatrice

  Bien souvent, une bonne estimation est suffisante pour entrer dans une situation ou pour avoir une idée de l'ordre de grandeur de la réponse attendue. Dans tous ces cas, la calculatrice doit rester un outil de vérification.

  Pour permettre aux élèves d'utiliser leur calculatrice à bon escient [*pour être bon avec une calculatrice, il est nécessaire d'être très fort en calcul mental*], il est indispensable de développer le sens du nombre et des opérations. Les apprentissages tels que :

  - connaissance des nombres ;
  - connaissance de la grandeur des nombres et comparaison ;
  - connaissance des relations entre les nombres ;
  - choix et utilisations des nombres et des opérations appropriés ;
  - intuition de l'effet des opérations sur les nombres utilisés ;
  - développement de compétences en calcul mental et réfléchi ;

font partie des composantes du bon usage de la calculatrice.

De plus, I'habileté à "calculer mentalement", "estimer", "approximer", "substituer", qui fait partie du champ d'application du calcul contenu dans nos programmes, est unanimement considérée par la société de l'an 2000, comme un de ses besoins en mathématiques.

Si la prise en charge de l'apprentissage de son maniement technique ainsi que le guidage de son utilisation dans les activités proposées sont indispensables (des études ont montré que l'absence de prise en charge du guidage de cet apprentissage avait mené les élèves à une utilisation contre-productive de leur calculatrice), cet apprentissage ne fait pas partie des finalités de l'enseignement des mathématiques.

Pour en faire un vrai outil pédagogique, les réponses aux questions "quand faut-il l'utiliser ?", "pour quel usage ?", "comment s'en servir ?", devraient être les principales préoccupations relatives à son utilisation en classe.

- Choix d'un modèle unique de la 5P à la 9e du CO.

  Avec comme principales préoccupations de :

  - assurer la cohérence des pratiques de calcul mental et électronique entre le primaire et le cycle ;
  - simplifier l'appropriation de l'outil par l'élève : on peut prévoir que, si la calculatrice sera un outil pédagogique en classe, elle sera également considérée, par l'élève à la maison, comme un outil de travail ;
  - faciliter l'enseignement des mathématiques dans la scolarité obligatoire : tous les élèves ayant le même modèle, la tâche des enseignants sera plus aisée.

  Nous avons choisi l'option de proposer la remise à chaque élève d'une calculatrice en 5^{e} primaire, calculatrice dont il sera responsable jusqu'à la fin de la 9^{e} du cycle.

  Pour faciliter le choix d'un modèle, dans un premier temps, nous avons recensé les besoins techniques et pédagogiques du primaire et du cycle. Après ce travail et une étude des modèles disponibles sur le marché, nous avons constaté que des modèles récents satisfaisaient toutes les attentes opératoires mentionnées dans la liste des exigences opératoires ci-dessous.

- Choix d'un modèle pour les élèves de la 1P à la 4P

  Toutes les calculatrices répondant au premier critère retenu, les quatre opérations, les autres critères, en particulier l'ergonomie, deviennent déterminants pour le choix du modèle.

- Liste des exigences opératoires auxquelles doivent répondre les modèles choisis
  - Modèle 1 - Primaire: 1 P - 4P
    - les quatre opérations
    - bonne lisibilité de l'affichage
    - très bonne qualité ergonomique
    - et, si possible,
    - possibilité de conserver les calculs pour revenir en "arrière"
  - Modèle 2 - Primaire : 5P - 6P & Cycle: 7^{e} - 9^{e} les quatre opérations
    - la division euclidienne
    - possibilité de conserver et de modifier les calculs

- deux lignes d'affichage
- opérations sur les fractions, possibilité de conversion
- fonctions "carré" et "racine carrée"
- fonction "inverse"
- opérations avec des puissances quelconques [entières]
- parenthèses
- au moins trois mémoires

7.2.3. Annexe : Mandat de la sous-commission

La sous-commission "UTILISATION DES MOYENS ELECTRONIQUES PERSONNELS" a pour mandat : "l'étude de l'intérêt pédagogique et didactique des différents moyens de calculs électroniques dans les trois ordres d'enseignement genevois".

En particulier, elle se prononcera sur :

- **le type de calculatrice le plus favorable pour les élèves de la scolarité obligatoire ;**
- **la coordination de leur utilisation entre le primaire et le cycle d'orientation ;**
- **les "attentes "opératoires" des enseignants du cycle" ;**
- **I'utilisation de calculatrices "programmables - avec écran graphique - avec langage symbolique" et des ordinateurs portables dans I'enseignement postobligatoire.**

Elle consultera les hautes écoles pour connaître leurs attentes.

7.3. Activités détaillées

Les enseignant-e-s, et plus généralement toute personne intéressée, trouveront ici **26 activités détaillées**, présentées selon un **canevas commun** consistant en principe en :

- une fiche de présentation
- un énoncé élève
- un corrigé détaillé
- des commentaires pour le maître
- des éléments que les élèves devraient retenir / à institutionnaliser / pour la synthèse
- d’éventuels exercices de consolidation.

Certaines de ces activités proposent des questions de recherche ou de développement, d’autres des exercices dans lesquels il s’agit d’utiliser la calculatrice, d’autres encore un travail plus spécifique sur la calculatrice elle-même. Dans tous les cas, elles se placent clairement dans le contexte d’un cours de mathématique et ont comme objectif de participer à **l’acquisition de savoirs et compétences mathématiques** (excepté l’activité qui concerne les connaissances de base de la machine).

Liste des activités détaillées

n°	Nom	Degrés	Domaine mathématique
01	Découverte de la calculatrice	1-2 EP	Numération, opérations
02	Nombres à la chaîne	1-2-3-4 EP	Outils de calcul, addition, soustraction
03	Problèmes additifs, multiplicatifs	1-2-3-4 EP	Problèmes additifs, multiplicatifs
04	Mettre à zéro	3-4-5-6 EP	Système de numération
05	Boîtes noires	5-6 EP	Opérations, applications
06	Estimation	5-6 EP 7 CO	Estimation, division
07	Problèmes divisifs	5-6 EP 7 CO	Division euclidienne
08	Racine carrée et valeurs approchées	7-8-9 CO	Calcul littéral
09	Recherche de preuve par l’algèbre	7-8-9 CO	Nombres et Opérations
10	Recherche de stratégies	7-8-9 CO	Grandeurs et Mesures
11	Aire et Périmètre	7-8-9 CO	Fonctions
12	Pourcentage et estimation	7-8-9 CO	Nombres et Opérations
13	Algorithme	7-8-9 CO	Nombres et Opérations
14	Connaissance de base de la machine	10-11 PO	Calcul numérique
15	Limites-machine ?	10-11 PO	Calcul algébrique
16	Dernier chiffre	10-11 PO	Calcul numérique
17	Grands nombres	10-11 PO	Calcul numérique
18	Quelle période !	10-11 PO	Calcul numérique
19	A la recherche de $\sqrt{8}$	10-11 PO	Calcul numérique
20	De simples racines	10-11 PO	Calcul algébrique
21	Premier de cordée	10-11 PO	Calcul algébrique
22	Où sont les lapins ?	10-11 PO	Calcul algébrique
23	Appliquonslatrigo !	10-11 PO	Trigonométrie
24	Vacherie	10-11 PO	Trigonométrie
25	Ouahlatrigo	10-11 PO	Trigonométrie
26	Radiobiolopopulo	10-11 PO	Logarithme / Exponentielle

Activité 01 « Découverte de la calculatrice »

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Découverte de la calculatrice
Sous-titre	
Degrés concernés	1-2 EP (voir Commentaires pour le maître, Prolongements)
Durée estimée	45 minutes
Résumé	Partir à la découverte de la calculatrice.
Contexte d'usage de la calculatrice	RECHERCHER
Contenus mathématiques visés	chiffre / nombre aspect cardinal du nombre addition et soustraction
Prérequis	Aucun
Lien(s) avec les plans d'études et moyens d'enseignement	OA : Lire, écrire, décomposer des nombres entiers Utiliser des écritures additives et soustractives PE : NEN : Passer du mot-nombre à son écriture chiffrée et inversement Passer du code oral ou écrit à sa décomposition en unités, dizaines, centaines, …et inversement OFL : Accepter ou refuser l'affichage d'un résultat
Mots-clé	
Source	Secteur des Mathématiques de l'Enseignement Primaire

Consigne (Activité 01)

L'enseignant :

"Je vous ai distribué un objet.

Je vous laisse un moment pour partir à sa découverte.

Lorsque vous découvrez quelque chose, vous le notez à votre manière sur une feuille pour ne pas l'oublier.

Tout à l'heure, vous me direz tout ce que vous avez découvert et je le noterai au tableau."

Commentaires pour le maître (Activité 01)

Cette activité peut facilement être proposée avec n'importe quelle calculatrice "quatre opérations". Certains constats seront évidemment différents.

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	<u>Intentions</u> - Faire connaissance avec un nouvel outil et son maniement, - Repérer les symboles connus, - Distinguer les touches nombres des touches opératoires, - Distinguer chiffre et nombre <u>Démarches possibles</u> - Appuyer sur les touches pour faire apparaître des nombres, - Composer un numéro et utiliser la calculatrice comme un téléphone portable, - Écrire puis effacer des nombres, - Écrire la suite des nombres naturels, - Écrire le plus grand nombre possible, - Choisir un nombre et essayer de l'afficher à l'écran, - Essayer de lire un nombre affiché - Chercher le plus grand nombre possible que l'on peut afficher - Faire des opérations et vérifier le résultat, - … <u>Difficultés potentielles</u> - Ouvrir et mettre en marche la machine, - Effacer ce qui est affiché, - Comprendre la signification des différents symboles, - Comprendre ce que signifie le E affiché en bas à gauche de l'écran, - …

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Mise en commun Lors de la mise en commun, les élèves font part des leurs découvertes, observations, remarques ou constats que l'enseignant note sur une affiche, sans émettre de jugement. Les observations contradictoires, les avis divergents sont des occasions de débats et l'enseignant s'efforce de ne pas trancher dans un premier temps. Par contre, lorsqu'il reformule ce que dit un élève, il utilisera les termes qui conviennent. La liste des observations et des constats peut être complétée par la suite. Les élèves continueront d'explorer leur machine et feront de nouvelles découvertes qui seront consignées lors des mises en commun suivantes. Exemples de constats (voir aussi éléments à institutionnaliser ci-dessous) - Les touches ne sont pas toutes de la même couleur. - Les touches sont de différentes tailles. - Il y a des symboles connus et d'autres qu'on ne connaît pas. - Quand on tape un nombre en commençant par 0, le 0 disparaît. - On ne peut pas écrire plus de 8 symboles. - …

Proposition(s) de déroulement	<u>Nombre d'élèves</u> Toute la classe, travail individuel ou par groupes de 2. <u>Matériel</u> - 1 calculatrice par élève (ou pour deux élèves) - Feuilles de papier brouillon - Feuilles grand format (affiches) L'enseignant distribue une calculatrice fermée et une feuille de papier à chaque élève (ou pour 2 élèves). Il énonce la consigne puis laisse 20 à 30 minutes aux élèves pour expérimenter et noter leurs découvertes. Lors de la mise en commun, les découvertes sont notées par l'enseignant sur l'affiche. Ensuite, un deuxième temps est laissé aux élèves pour explorer les découvertes faites par leurs camarades. Lors d'une seconde mise en commun, la liste des découvertes est complétée et confirmée. C'est l'occasion pour l'enseignant à institutionnaliser quelques points de l'utilisation de la calculatrice.
Prolongements possibles	- Écrire le plus grand nombre possible avec la calculatrice. - Chercher différentes manières pour écrire 0. - Chercher les chiffres que l'on peut aussi lire en retournant la calculatrice. - Chercher les nombres qui peuvent être lus en retournant la calculatrice. - Rechercher des opérations qui ne changent pas le nombre de départ. - Trouver une (toutes les) addition(s) dont la somme est … (… + … = 6). - Trouver toutes les manières de trouver 10. - A partir d'un nombre, rechercher les opérations qui ne changent pas le nombre de départ.
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse

- Ouverture et fermeture du boîtier,
- Mise en marche et arrêt de la machine,
- Remise à 0 de la calculatrice,
- Les touches "chiffres" et leur disposition,
- Les touches $\boxed{+}$ et $\boxed{-}$ en lien avec les connaissances des élèves,
- Les touches $\boxed{=}$ et $\boxed{\text{ON/C}}$, et ce à quoi elle servent.

Les autres touches que celle citées ci-dessus peuvent être nommées mais ne sont pas utilisées pour l'instant.

Activité 02 « Nombres à la chaîne »

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Nombres à la chaîne
Sous-titre	
Degré(s) concerné(s)	1-2-3-4 EP
Durée estimée	Une première période de 45 minutes puis plusieurs moments d'une quinzaine de minutes
Résumé	Passer d'un nombre à un autre en faisant un minimum d'opérations.
Contexte d'usage de la calculatrice	VERIFIER
Contenus et compétences mathématiques visés	Calcul réfléchi, Répertoires mémorisés additif et soustractif Estimation
Prérequis	Connaissance des quatre opérations
Extrait(s) du plan d'études	Calcul réfléchi, PE : Utiliser des propriétés des opérations et du système de numération pour effectuer des calculs de façon efficace Répertoires mémorisés : de 0+0 à 9+9, de 0 - 0 à 19 -9
Mots-clés	Addition, soustraction, répertoires mémorisés, calcul réfléchi, estimation
Source	Secteur des Mathématiques de l'Enseignement Primaire

Énoncé élève (Activité 02)

Nombres à la chaîne

Mélange les cartes.

Prends-en 5 au hasard.

Aligne ces 5 cartes, faces visibles, les unes à la suite des autres.

Écris le premier nombre sur ta calculatrice.

À partir de ce nombre, effectue sur ta calculatrice un minimum d'opérations de manière à obtenir le deuxième nombre.

Chaque opération est effectuée à partir du dernier résultat que tu as obtenu.

Note tout ce que tu fais.

Lorsque tu es parvenu au nombre de la deuxième carte, continue de la même manière pour les nombres des cartes suivantes.

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
15	16	17	18	19
20	21	22	23	24
25	26	27	28	29

30	31	32	33	34
35	36	37	38	39
40	41	42	43	44
45	46	47	48	49
50	51	52	53	54
55	56	57	58	59
<u>60</u>	61	62	63	64

65	66	67	68	69
70	71	72	73	74
75	76	77	78	79
80	81	82	83	84
85	86	87	88	89
90	91	92	93	94
95	96	97	98	99

Commentaires pour le maître (Activité 02)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	

Analyse à priori de l'activité
(enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)

Intentions

Développer, en fonction des nombres en jeu, les procédures de calcul des élèves : les répertoires mémorisés additifs et soustractifs, le calcul réfléchi et l'estimation.

Démarches possibles

- faire des essais au hasard
- compter sur les doigts
- faire un dessin
- faire des pas de 1 en 1 (5 + 1 + 1 + 1 = 8)
- faire des pas de 10 et de 1 (5 + 10 + 1 + 1 = 17)
- utiliser la calculatrice pour déterminer une différence
- essayer d'autres opérations que l'addition et la soustraction
- passer systématiquement par 0 (15 - 15 + 26 = 26)
- appuyer sur la touche ON/C
- utiliser la droite numérique
- consulter la table d'addition ou de soustraction
- utiliser des procédures de calcul réfléchi
- …

Difficultés potentielles

- comprendre de la consigne dans son ensemble,
- respecter tous les éléments de l'énoncé,
- choisir la bonne opération, l'addition ou la soustraction,
- noter les opérations effectuées,
- …

Relances

- relire ou faire relire tout ou partie de l'énoncé,
- inciter les élèves à adopter des démarches rapides
- proposer de s'aider de la droite numérique
- inciter les élèves de se passer des tables ou de la bande numérique
- …

Mise en commun : voir déroulement.

Proposition(s) de déroulement	Nombre d'élèves Toute la classe, par groupes de 2 ou 3. Matériel - 1 calculatrice par élève - 1 jeu de cartes nombres de 0 à 10 (1P) par groupe - 1 jeu de cartes nombres de 0 à 20 (2P) par groupe - 1 jeu de cartes nombres complet (3P - 4P) par groupe (annexe à photocopier sur carton léger en agrandissant éventuellement puis couper) En 1P - 2P, l'enseignant lit la consigne à haute voix et la répète. En 3P - 4P, il distribue l'énoncé et les élèves en prennent connaissance. La première tâche des élèves consiste à s'approprier cette consigne. Dans un premier temps, l'enseignant observe ses élèves et les laisse se débrouiller seuls. Il favorise cependant les interactions au sein des groupes et relit une partie de la consigne ou met le doigt sur une partie de l'énoncé qui n'est pas prise en compte. La compréhension de la consigne se fait petit à petit et peut faire l'objet d'une première mise en commun. Dans un second temps, les élèves cherchent des stratégies pour obtenir le plus rapidement possible le nombre de la carte suivante. Les constats, les manières de noter ses résultats, le choix des opérations, les démarches utilisées pour s'approcher le plus possible devraient faire l'objet d'une deuxième mise en commun. Il est alors indispensable que l'enseignant mette en évidence les procédures de calcul réfléchi utilisées par l'un ou l'autre de manière à ce qu'elles puissent être essayées par les autres élèves lorsque l'activité est reprise. En effet, pour être utile et développer les compétences calculatoires des élèves, cette activité doit être proposée à plusieurs reprises. Elle peut d'ailleurs être faite individuellement et être mise à disposition dans le coin mathématique. Variables didactiques En fonction du niveau des élèves, il est possible d'augmenter ou de diminuer l'ordre de grandeur des nombres en jeu. Il est aussi possible de proposer des chaînes de nombres plus ou moins longues.

Prolongements possibles	Lorsqu'elle est bien comprise, cette activité peut également être proposée sous forme de jeu o pour 2 ou 3 élèves : le premier élève qui réussit à atteindre le nombre suivant reçoit la carte, le vainqueur étant celui qui a le plus de cartes à la fin du jeu. o par équipes de 3 élèves : une série de nombres étant affichée au tableau noir, l'équipe qui arrive à faire toute la chaîne des opérations correctes (et que ces opérations sont correctes) en un minimum de temps a gagné. L'émulation provoquée par le jeu devrait inciter les élèves à adopter des démarches de plus en plus rapides et ainsi leur permettre de renforcer leurs répertoires mémorisés et les procédures de calcul réfléchi.
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse

Répertoires mémorisés

Les répertoires mémorisés sont les résultats des opérations (ici sommes, différences voire produits ou quotients) que l'élève doit connaître par cœur.

Ces répertoires s'élaborent au fil des activités, d'abord sous forme d'inventaires plus ou moins organisés (toutes les sommes égales à 0, 1, …, 10, 12, tous les produits égaux à 2, 3, …, 20, … 36, …, 100) puis sont présentés sous forme de tables (table d'addition, de multiplication, …).

L'enseignant a un rôle extrêmement important à jouer dans l'organisation de ces résultats et dans la mise en évidence de nombreux constats et relations numériques qui favoriseront l'apprentissage des répertoires.

Exemples de constats ou de relations entre les nombres :

- La somme de 2 nombres impairs est un nombre pair.
- Tous les multiples de 5 se terminent par 5 ou 0.
- 17 - 12 = 7 - 2
- Multiplier par 4, c'est prendre le double du double

Calcul réfléchi

Le calcul réfléchi s'appuie sur les propriétés du système de numération (décomposition d'un nombre en facteurs de puissances de 10 ou en facteurs de 1,10, 100 etc.) et sur les propriétés des opérations (associativité, commutativité élément neutre, distributivité de la multiplication sur l'addition/la soustraction, …).

Les procédures de calcul réfléchi sont personnelles et évolutives. Il est dès lors important que l'enseignant permette à ses aux élèves de montrer à la classe les procédures de calcul réfléchi qu'ils ont utilisées. Ensuite il doit donner aux élèves l'occasion d'expérimenter ces différentes procédures dans de nouveaux calculs de manière à ce que chaque élève puisse choisir celle qui lui est la plus efficace.

Exemples de démarches pour calculer 25 - 19 :

25 - 10 - 9
20 - 19 + 5
25 - 20 + 1
25 + 1 - 20
…

On lira avec intérêt les textes des moyens d'enseignement concernant les répertoires mémorisés et le calcul réfléchi :

LM 1P : p. 226 à 229
LM 2P : p. 258 à 262
LM 3P : p. 115 à 117
LM 4P : p. 117 à 119

Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire p. 119 à 128

Activité 03 « Problèmes additifs, multiplicatifs »[26]

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Problèmes additifs, multiplicatifs
Sous-titre	
Degré(s) concerné(s)	1-2-3-4 EP
Durée estimée	Une trentaine de minutes par problème
Résumé	Résoudre des problèmes additifs, soustractifs, multiplicatifs, divisifs
Contexte d'usage de la calculatrice	EXECUTER VERIFIER CONCEPTUALISER
Contenus et compétences mathématiques visés	Reconnaissance de problèmes additifs ou soustractifs, multiplicatifs ou divisifs
Prérequis	
Extrait(s) du plan d'études	Résoudre des problèmes additifs et soustractifs Résoudre des problèmes multiplicatifs et divisifs.
Mots-clés	Problème additif, soustractif, multiplicatif, divisif
Source	Moyens d'enseignement romands

[26] Énoncé n°II_74 de la liste complète des activités proposées en 7.4

Énoncé élève (Activité 03)

LM 1P p. 180 : Le Cortège (avant-dernier problème)

Arthur a un collier avec 32 bonbons.
Il en mange 20 d'un coup.
Combien a-t-il encore de bonbons à manger ?

Note comment tu as fait.

LM 2P p. 198 : Fête foraine (problème 14)

Sur le bateau, il y a 126 pirates. 84 pirates débarquent à l'Ile Bleue pour y rester. Combien de pirates continuent le voyage ?

Épreuve cantonale 2P 2006 : Le match de basket

Les kangourous et les girafes jouent au basket.

Pendant la première mi-temps, l'équipe des kangourous marque 38 points et l'équipe des girafes marque 27 points.
Pendant la deuxième mi-temps, les kangourous marquent 25 points et les girafes 32 points.

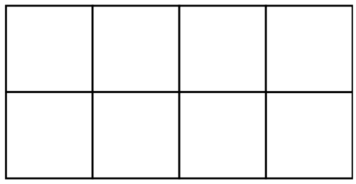
Combien de points en tout a marqué l'équipe qui gagne le match ?

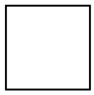
Montre comment tu fais pour trouver la réponse.

LE 3P p. 12 : Au manoir (problème 3)

Elsa s'est entraînée pendant trois jours ; elle a tiré 128 flèches le premier jour, 131 flèches le deuxième jour et 67 flèches le troisième jour.
Combien Elsa a-t-elle tiré de flèches en tout ?

LM 3P p. 175 : Placage

Trouve combien il faut de plaques rectangulaires comme celle-ci : 

pour recouvrir une surface formée de 216 carreaux comme celui-ci : 

LM 4P p. 127 : Haute fidélité , LE 4P p. 41

LE 4P p. 21 : Carrousel (problème 8)

L'Hôtel Palace comprend 20 chambres carrées de 4 m de côté et 12 chambres carrées de 5 m de côté.

Un tapissier doit coller une frise sur le haut des murs de toutes les chambres. La frise est fournie en rouleaux de 50 m.

Combien de rouleaux faudra-t-il ?

Attentes fin de 4P p. 22 : Boîtes d'œufs

Voici un énoncé :

On a 252 œufs.
On veut les ranger dans des boîtes.
Une boîte pleine contient 12 œufs.

Mélanie a trouvé 21 avec sa calculatrice en faisant une seule opération.

Écris l’opération qu’elle a faite sur sa calculatrice.

Corrigé détaillé (Activité 03)

LM 1P p. 180 : Le Cortège (avant-dernier problème)

20 + … = 32

ou 32 - 20 =

Réponse : 12 bonbons

Plusieurs démarches de calcul peuvent être utilisées par les élèves : dessin et dénombrement, utilisation d'un boulier ou de la bande numérique ou, bien sûr, la calculatrice.

LM 2P p. 198 : Fête foraine (problème 14)

84 + … = 126

ou 126 - 84 =

Réponse : 42 pirates

En 2P, les élèves ne connaissent pas encore l'algorithme qui leur permettrait de calculer cette différence et les nombres en jeu ne permettent pas des procédures de dessin et dénombrement. La calculatrice est alors nécessaire.

Épreuve cantonale 2P 2006 : Le match de basket

Plusieurs démarches sont possibles :

- Effectuer les deux opérations (38+25 et 27+32) et comparer les résultats.
- Observer que les chiffres des dizaines sont les mêmes pour les deux équipes, comparer la somme des chiffres unités (8+5 et 7+2) et ne calculer la somme des points que pour l'équipe gagnante.
- …

Les calculs peuvent être fait soit avec le support d'un dessin, soit par calcul réfléchi, soit, pour certains élèves, par algorithme.

Réponse : 63 points

LE 3P p. 12 : Au manoir (problème 3)

128 + 131 + 67 =

Réponse : 326 flèches

Plusieurs élèves de 3P sont déjà capables d'effectuer cette addition à l'aide d'un algorithme. Dans ce cas, la calculatrice peut être utilisée comme outil de vérification.
Mais pour la plupart des élèves, s'agissant d'une somme de 3 termes, la calculatrice est encore bien utile.

LM 3P p. 175 : Placage

8 × … = 216

ou 216 : 8 =

Réponse : 27 plaques

La multiplication lacunaire demande plusieurs essais avant de parvenir à la solution, contrairement à la division qui permet d'obtenir le résultat en faisant une seule opération.

L'énoncé ne donne aucune indication sur la forme de la surface à recouvrir. Pour que le problème soit soluble, on doit supposer, soit que la forme de la surface est telle qu'on peut la recouvrir avec des plaques entières sans trous ni chevauchements, soit que l'on peut couper les plaques.

LM 4P p. 127 : Haute fidélité

Démarches possibles de l'élève

- Concernant l'invention de problèmes
  - Poser des questions uniquement sur le prix des articles :"Combien coûtent … et …?"
  - Poser des questions sur la différence entre prix des articles et montant à disposition : "Combien restera-t-il après avoir acheté …", "Combien manque-t-il pour acheter …", Combien de cassettes pourrait-on acheter ?"
  - …
- Concernant les procédures de résolution
  - Utiliser un outil de calcul : calcul réfléchi, algorithme, droite numérique, calculatrice, estimation
  - Utiliser diverses opérations : additions et soustractions, multiplications et divisions
  - …

LE 4P p. 21 : Carrousel (problème 8)

Exemple de démarche :

Longueur de la frise pour 1 chambre de 4 m de côté (périmètre d'un carré de 4 m de côté) : 4 × 4

Longueur de la frise pour 20 chambres de 4 m de côté : 4 × 4 × 20

Longueur de la frise pour 1 chambre de 5 m de côté : 4 × 5

Longueur de la frise pour 12 chambres de 4 m de côté : 4 × 5 × 12

Longueur de la frise pour toutes les chambres de l'hôtel : 4 × 4 × 20 + 4 × 5 × 12

Nombre de rouleaux nécessaires : (4 × 4 × 20 + 4 × 5 × 12) : 50

Réponse : 12 rouleaux

Outre la représentation du problème et les nombreuses étapes de sa résolution, la dernière difficulté réside dans le fait que le quotient (560 : 50) n'est pas entier (ou qu'il n'y a pas de nombre entier qui, multiplié par 50, donne 560 (50 × … = 560)).

Une interprétation de cette dernière opération est encore nécessaire.

Attentes fin de 4P p. 22 : Boîtes d'œufs

L'opération correcte est : 252 : 12.

La calculatrice est là pour contraindre l’élève à utiliser la division. En effet la calculatrice ne permet de résoudre en un seul essai l’opération lacunaire 12 × ….. = 252 à moins d'avoir beaucoup de chance.

Si l’élève propose 21 × 12 comme opération, on le mettra en garde sur le fait que la réponse à trouver est 21 et non 252.

Commentaires pour le maître (Activité 03)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	<u>Intentions</u> Pour chaque problème posé, l'aspect conceptuel des opérations devrait primer sur l'aspect calculatoire. Le but est avant tout que l'élève comprenne le problème et pose correctement l'opération ou les opérations. Dans certains cas, l'élève n'est pas capable de trouver la réponse par calcul car l'ordre de grandeur des nombres et la méconnaissance des algorithmes mettent en échec les stratégies qu'il sait utiliser (compter sur ses doigts, faire un dessin, utiliser la droite numérique, les tables, …). Dans ce cas là, la calculatrice ne fait qu'exécuter les calculs. Dans d'autres cas, l'élève pose une addition ou une multiplication lacunaire. La calculatrice peut alors lui permettre de prendre conscience de l'utilité des opérations inverses et de leur donner du sens. Dans d'autres cas enfin, l'élève est capable d'effectuer les calculs posés (algorithme ou utilisation experte du calcul réfléchi). Dans ce cas-là, la calculatrice sert à vérifier les résultats obtenus. <u>Difficultés et relances potentielles</u> L'appropriation du problème est la principale difficulté que rencontrent les élèves. L'enseignant peut demander s'il y a des mots qui n'ont pas été compris, demander à l'élève ce qu'il a compris, demander de reformuler la consigne. Souvent le fait de relire et de reformuler l'énoncé permet à l'élève de comprendre du moins partiellement ce qui lui est demandé. L'enseignant peut aussi encourager les élèves à faire un dessin, un schéma, … <u>Mise en commun</u> La mise en commun devrait permettre de mettre en évidence : - la manière de se représenter un problème - le choix des opérations et la façon de les noter - les calculs proprement dits. Il ne s'agit pas de faire une correction de chaque problème mais d'abord de comparer les différentes procédures des élèves.

Proposition(s) de déroulement	Il est important que l'enseignant confronte ses élèves à des problèmes de différents types (composition d'états (EEE), comparaison d'états (ECE), transformations d'états (ETE), composition de transformations (TTT), …) et faisant appel à différentes opérations. Pour chaque problème, travail individuel dans un premier temps. Dans un deuxième temps, les élèves peuvent comparer par 2 les résultats obtenus et les manières d'y arriver. La mise en commun porte avant tout sur la compréhension de l'énoncé, les opérations choisies et la manière de les noter.
Prolongements possibles	Tout autre problème additif, soustractif, multiplicatif ou divisif. Il ne s'agit pas de proposer des problèmes spécifiques à faire avec la calculatrice mais de saisir toutes les occasions où la calculatrice peut s'avérer utile, soit parce que les nombres en jeu sont trop grands, soit pour conceptualiser une opération, soit pour vérifier les calculs.
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (Activité 03)

- La nécessité de se représenter un problème, de dessiner, de faire un schéma, …
- Le lien de réciprocité entre les opérations : l'addition et la soustraction, la multiplication et la division
- Les opérations inverses, la soustraction et la division, ne sont pas commutatives, contrairement à l'addition et la multiplication.
- L'écriture conventionnelle des opérations avec l'utilisation des symboles spécifiques.
- Quelques termes : somme, différence, produit, quotient, termes, facteurs, dividende, diviseur, reste.
- Sensibiliser les élèves aux erreurs d'écritures (par exemple, $4 \times 5 = 20 + 3 = 23$ est erroné, car $4 \times 5 \neq 20 + 3$)
- L'ordre dans lequel la calculatrice effectue les opérations (par exemple, pour $3 + 4 \times 5$, la calculatrice donne comme réponse 60 alors que le résultat correct est 23)

On lira bien sûr avec intérêt les introductions des modules des moyens d'enseignement :

LM 1P p. 169

LM 2P p. 181
LM 3P p. 112 et 156

LM 3P p. 114 et 152

Activité 04 « Mettre à zéro »[27]

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Mettre à zéro
Sous-titre	
Degré(s) concerné(s)	3-4 EP 5-6 EP (cf. Variables dans l'analyse a priori des Commentaires pour le maître)
Durée estimée	1 période
Résumé	A partir d'un nombre donné, soustraire des milliers, des unités, des centaines, des dizaines, … jusqu'à obtenir 0.
Contexte d'usage de la calculatrice	APPROFONDIR
Contenus et compétences mathématiques visées	Système de numération Base 10
Prérequis	Avoir quelques notions de notre système de numération
Lien(s) avec les plans d'études et moyens d'enseignement	OA : Lire, écrire, décomposer des nombres entiers PE : NEN Produire un nombre plus grand ou plus petit qu'un nombre donné d'une unité, d'une centaine, d'une dizaine. ME : Module 2, champ C
Mots-clé	Numération, unité, dizaine, centaine, …
Source	

[27] Énoncé n°II_28 de la liste complète des activités proposées en 7.4

Énoncé élève (Activité 04)

Sur ta calculatrice, écris un nombre de 4 chiffres dont tous les chiffres sont différents.

Effectue une seule opération de telle sorte que le plus grand chiffre soit remplacé par 0 (ou par un vide) mais que tous les autres chiffres restent les mêmes.

A nouveau, effectue une seule opération de sorte que le plus grand chiffre suivant soit remplacé par 0 (ou par un vide) mais que tous les autres chiffres restent les mêmes.

Continue de la même manière jusqu'à ce que tu obtiennes 0.

Note le nombre de départ, et à chaque fois l'opération effectuée et le résultat obtenu.

Commentaires pour le maître (Activité 04)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)

Intentions

Par cette activité, c'est le système de numération que l'on cherche à consolider et en particulier la décomposition de tout nombre en somme de puissances de 10.

Démarches possibles

- essayer d'autres opérations que la soustraction
- faire des essais en notant les résultats obtenus
- passer directement à 0 en soustrayant le nombre de départ
- écrire un nombre commençant par 0
- ne pas tenir compte de l'ordre décroissant des chiffres
- ne proposer que des nombres dont les chiffres sont consécutifs
- …

Relances

- inciter l'élève à noter ce qu'il fait
- proposer de commencer par des nombres ayant moins de chiffres
- imposer un nombre de départ
- …

Mise en commun

Lors de la mise en commun, les élèves expriment et comparent leurs démarches, rapportent les observations et constats qu'ils ont faits.
C'est aussi l'occasion de discuter de :
- la différence entre chiffre et nombre
- faire le lien entre le nombre soustrait et la position du chiffre

A la fin de la mise en commun, certains termes peuvent être institutionnalisés : unités, dizaines, centaines , … , chiffre, nombre, …

Variables didactiques

En fonction du niveau des élèves, il est possible de modifier l'ordre de grandeur des nombres (3 chiffres, 7 chiffres, …)
Pour les élèves de 5P - 6P, cette activité peut être reprise avec des nombres décimaux.

Proposition(s) de déroulement	Les élèves prennent connaissance individuellement de la consigne. Ils engagent le travail en fonction de ce qu'ils ont compris. Une mise en commun intermédiaire portant sur la compréhension de la consigne peut être proposée par l'enseignant. Les élèves poursuivent leur travail en notant leurs résultats mais en notant également les constats et découvertes. La mise en commun finale porte sur les observations faites par les élèves et l'institutionnalisation de certains termes.
Prolongements possibles	Effectuer une seule opération de telle sorte qu'à chaque fois le plus petit chiffre soit remplacé par 9 mais que tous les autres chiffres restent les mêmes, jusqu'à n'obtenir que des 9. Effectuer une seule opération de telle sorte … - qu'un des chiffres augmente/diminue de 1, - que les chiffres inférieurs à 5 soient doublés, - que les chiffres pairs soient diminués de moitié, - … D'autres questions peuvent être posées : - Quelle opération permet d'augmenter de 1 chaque chiffre (9 devient alors 0) ? - Quelle opération permet de déplacer la virgule d'un cran vers la droite ou vers la gauche ? - Quelle opération permet d'intervertir deux chiffres consécutifs du nombre ? - Quelle opération permet d'intervertir deux chiffres non consécutifs du nombre ? Activités du module 2, champ C
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (Activité 04)

Dans notre système décimal de numération, tout nombre peut être exprimé comme somme de puissances de 10. Par exemple, 12504 est un nombre qui s'obtient par la séquence d'opérations :

$$(1\times 10000)+(2\times 1000)+(5\times 100)+4$$

ou encore $(1\times 10^4)+(2\times 10^3)+(5\times 10^2)+(0\times 10)+(4\times 1)$.

L'activité proposée met bien en évidence cette valeur positionnelle des chiffres. Un 1 placé tout à droite n'a pas la même valeur qu'un 1 placé en 4^e^ position depuis la droite. Dans le premier cas, il représente une unité et vaut 1; dans le second cas, il représente un millier et vaut donc 1000.

Pour en savoir plus :

Gagnebin A., Guignard N., Jaquet F. (1998) *Apprentissage et enseignement des mathématiques, Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire.* COROME, chapitre 6.

Activité 05 « Boîtes noires »[28]

Fiche de présentation

Titre de l'activité	**Boîtes noires**
Sous-titre	Découverte de la notion d'application
Degré(s) concerné(s)	5-6 EP
Durée estimée	1 ou 2 périodes
Résumé	Introduire des nombres et les comparer aux résultats donnés par la machine pour découvrir l'opération ou les opérations programmée(s).
Contexte d'usage de la calculatrice	RECHERCHER Cette activité peut être proposée avec toute calculatrice permettant la mémorisation d'opérations.
Contenus et compétences mathématiques visés	suites de nombres applications applications linéaires
Prérequis	Connaissance des opérations de base
Lien(s) avec les plans d'études et moyens d'enseignement	OA : Reconnaître, établir quelques suites de nombres PE : NEN : Reconnaître, établir des suites numériques et exprimer leur loi de formation OFL : Reconnaître et résoudre des situations de linéarité. Dans une suite de nombres, repérer une régularité… ME : 5P thème 9 6P thème 7
Mots-clé	Opérations, Applications
Source	D'après l'activité Boîtes noires du thème 9 des moyens d'enseignement 5P et l'exercice 16 du thème 7 des moyens d'enseignement 6P.

[28] Énoncé n°II_37 de la liste complète des activités proposées en 7.4

Énoncé élève (Activité 05)

a) Écris un nombre sur ta calculatrice puis appuie sur la touche $\boxed{\mathrm{OP_1}}$; la calculatrice affiche un résultat.

Lorsque tu utilises la touche $\boxed{\mathrm{OP_1}}$, la calculatrice effectue toujours la ou les mêmes opérations sur les nombres donnés.

Quelle est cette opération ou quelles sont ces opérations ?

b) Même question pour la touche $\boxed{\mathrm{OP_2}}$.

Commentaires pour le maître (Activité 05)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Cette activité est une variante d'activités proposées dans les moyens d'enseignement de 5P (Boîtes noires, thème 9. *Applications*, fiches 3 et 4) et de 6P (thème 7. *Applications*, exercice 16) Les commentaires proposés dans les livres du maître (5P, LM p. 177 et 178, 6P, LM p. 183) restent pertinents et leur lecture est vivement conseillée. Par rapport à la version papier, la variante avec calculatrice permet à l'élève de : - choisir librement les nombres de départ - faire autant d'essais qu'il le désire - faire des hypothèses et les vérifier directement De plus, comme l'application est définie par une fonction "programmée" et non par une suite restreinte d'exemples, il n'y a plus l'équivoque relevée dans la remarque importante qui figure dans le livre du maître 5P p.177. Le maître a un rôle important à jouer dans le choix des applications qu'il propose à ses élèves. Il peut proposer les mêmes applications à tous de manière à permettre une mise en commun portant sur les mêmes objets. Il peut également différencier les applications à rechercher en fonction des compétences des élèves ; la mise en commun portera alors plutôt sur les notations utilisées et sur le choix des nombres introduits. Si une application n'a pas été découverte par un élève ou un groupe d'élèves, elle peut être proposée à l'ensemble de la classe et donner lieu à une recherche collective. Les applications ne sont pas toutes du même niveau de difficulté. Voici quelques constats que l'enseignement devrait avoir en tête lorsqu'il propose des applications : - il est plus facile de découvrir une fonction dans laquelle n'intervient qu'une seule opération qu'une fonction composée de deux opérations ; - il est plus facile de découvrir les fonctions lorsque les opérateurs sont des nombres entiers que lorsque ce sont des nombres non entiers ; - il est plus facile de découvrir les fonctions mettant en

	jeu une addition qu'une soustraction, une multiplication qu'une division ; - il est difficile de découvrir les fonctions qui élèvent les données au carré ou au cube.
	L'écriture des opérations peut revêtir différentes formes : - multiplier un nombre par 1,5 équivaut : soit à multiplier ce nombre par 3 puis le diviser le produit par 2 soit à diviser ce nombre par 2 puis multiplier le quotient par 3 - multiplier un nombre par 5 puis soustraire 15 au produit équivaut à soustraire 3 à ce nombre puis multiplier la différence par 5. <u>Mise en commun</u> L'enseignant anime une mise en commun qui peut porter sur - la notation des résultats - la distinction entre nombre de départ - nombre d'arrivée - l'organisation des essais - les nombres intéressants - la possibilité de représenter graphiquement les applications - ...
Proposition(s) de déroulement	<u>Nombre d'élèves</u> Toute la classe, travail individuel ou par groupes de deux <u>Matériel</u> Une calculatrice par élève ou pour deux élèves Cahier de maths ou feuilles quadrillées Avant de proposer cette activité, l'enseignant doit emprunter les calculatrices de ses élèves pour les "programmer" (cf. préparation des calculatrices ci-dessous). Il est conseillé de proposer des applications différentes de manière à ce que les élèves puissent s'échanger les machines et éviter que l'enseignant doive les reprogrammer en cours d'activité. Il peut être pratique également de numéroter les machines (petit autocollant) de manière à les distinguer et les repérer aisément. L'enseignant distribue les machines programmées et l'énoncé de l'activité. Il demande instamment à ses élèves

	de ne pas utiliser simultanément les touches [ON] et [CLEAR] (la réinitialisation de la machine efface les opérations en mémoire). Les élèves prennent connaissance individuellement de la consigne. La compréhension de la consigne et l'organisation de la recherche doivent rester à la charge des élèves. L'enseignant observe le travail de ses élèves, se garde de toute validation et propose des relances à ceux qui rencontrent de grosses difficultés ou qui se découragent tout en se gardant de valider les réponses.
Prolongements possibles	Proposer des applications mettant en jeu la division euclidienne, par exemple : [2nd] [▸OP1] [CLEAR] ◀ [2nd] [INT÷] 3 [+] 1 [ENTER] [CLEAR] ou [2nd] [▸OP1] [CLEAR] ◀ [2nd] [INT÷] 2 [×] 5 [ENTER] [CLEAR] Attention, les applications avec division euclidienne, comme ci-dessus, donnent parfois un message d'erreur. En effet, la division euclidienne n'est possible qu'avec des nombres naturels, c'est-à-dire des nombres entiers positifs. De plus, la calculatrice ne retient que le quotient entier pour la suite des calculs. Cela a pour conséquence que deux nombres différents peuvent avoir la même image. Proposer aux élèves de programmer eux-mêmes leur calculatrice et demander à leurs camarades de découvrir les applications. Activités du thème 9 en 5P Activités du thème 7 en 6P
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Préparation des machines (ici la TI-34 II)

Avant de proposer cette activité, l'enseignant doit préparer les calculatrices de ses élèves, c'est-à-dire introduire les opérations qu'il veut faire découvrir par ses élèves.

Exemples d'opérations possibles :

a) $x \mapsto 2,5\,x$

[2nd] [▸OP1] [CLEAR] ◀ [×] 2.5 [ENTER] [CLEAR]

Remarques :

1 Le premier [CLEAR] n'est utile que si une opération est déjà en mémoire.

2 Lorsque la touche [OP1]ou [OP2] est utilisée, la calculatrice rappelle et affiche l'opération sur la ligne et, sur la ligne du résultat, à droite le résultat et à gauche le compteur. Pour éviter que l'opération ne s'affiche sur la ligne d'entrée, il faut appuyer sur ◀ de manière à ce que le signe = soit en surbrillance (⊟).

b) $x \mapsto 3\,x + 2$

[2nd] [▸OP1] [CLEAR] ◀ [×] 3 [+] 2 [ENTER] [CLEAR]

c) $x \mapsto x^2 - 1$

[2nd] [▸OP1] [CLEAR] ◀ [x^2] [−] 1 [ENTER] [CLEAR]

d) $x \mapsto 2\,x^3$

[2nd] [▸OP1] [CLEAR] ◀ [^] 3 [×] 2 [ENTER] [CLEAR]

De la même manière, il est possible de "programmer" sur les machines :

des applications linéaires ($x \mapsto a\,x$, a $\in$ IR ou a $\in$ IQ)

des applications affines ($x \mapsto a\,x + b$, a et b $\in$ IR ou IQ)

des applications de la forme $x \mapsto a\,x^n + b$ (a et b $\in$ IR ou IQ, n $\in$ IN)

Propositions d'applications à faire découvrir

	Applications linéaires	**Applications affines**	**Autres applications**
Coefficients dans IN	2 x 3 x 4 x 5 x 20 x 100 x …	x + 1 2 x + 3 10 x + 2 x – 4 2 x – 1 3 x – 2 …	x^2 x^3 $2 x^2$ $10 x^2$ $x^2 + 2$ $x^2 – 1$ …
Coefficients dans IQ	0,5 x (1/2 x ou x : 2) 0,2 x (1/5 x ou x : 5) 1,2 x (6/5 x ou 6x : 5) 2,5 x (5/2 x ou 5x : 2) 0,01 x (1/100 x ou x : 100) …	2 x + 4,3 10 x + 0,5 3 x – 0,7 … 0,5 x + 4 0,1 x + 3 …	$0,5 x^2$ ($1/2 x^2$) $0,1 x^2$ ($1/10 x^2$) $1,5 x^2$ ($3/2 x^2$) …

Éléments pour la synthèse (Activité 05)

Une application numérique, comme celles qui sont proposées ci-dessus, est une relation entre deux ensembles de nombres telle que tout élément de l'ensemble de départ a une image unique dans l'ensemble d'arrivée. Il s'agit donc en premier lieu de distinguer clairement ces deux ensembles.
Il n'est évidemment pas question de formaliser l'écriture des fonctions, ni même d'introduire l'utilisation du x ou l'initiale f pour désigner une application mais bien de découvrir la "machine" qui "transforme" un nombre en un autre.

Il est important de relever et d'expliciter les constats faits par les élèves. Par exemple, pour les applications proposées ci-dessus,

- il y a des "machines" qui ne transforment pas le 0 ($f(0) = 0$), d'autres qui le transforment ($f(0) \neq 0$). Dans le deuxième cas, il y a addition ou soustraction, dans le premier cas non.
- il y a des machines qui donnent toujours un nombre plus grand ou plus petit. Dans ce cas, il n'y a qu'une addition ou une soustraction.
- il y a des "machines" qui sont proportionnelles (Si je propose 6, j'obtiens le double de ce que j'obtiens si je propose 3). Ce sont les applications qui se contentent de multiplier le nombre de départ par un facteur.
- même si on n'introduit que des nombres naturels, on obtient parfois des nombres négatifs, parfois des nombres non entiers, …

L'introduction du thème 9 des moyens d'enseignement 5P (p. 161 à 166) et l'introduction du thème 7 des moyens d'enseignement 5P (p. 173 à 182) contiennent des éléments mathématiques et didactiques pour l'enseignement des applications. Leur lecture est donc vivement conseillée.

Activité 06 « Estimation »[29]

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Estimation
Sous-titre	
Degrés concernés	5-6 EP - 7CO
Durée estimée	Une première période de 45 minutes, puis plusieurs moments d'une quinzaine de minutes.
Résumé	Estimer le diviseur en fonction du dividende et du quotient
Contexte d'usage de la calculatrice	VÉRIFIER
Contenus mathématiques visées	Division Estimation
Prérequis	Connaître le concept de division
Lien(s) avec les plans d'études et moyens d'enseignement	OA : Utiliser des propriétés des opérations et du système de numération pour effectuer des calculs de façon efficace PE : OFL Utiliser des propriétés des opérations et du système de numération pour effectuer des calculs de façon efficace. ME 5P : Thème 6 ME 6P : Thème 2
Mots-clé	Division, diviseur, dividende, quotient, estimation,
Source	Secteur des Mathématiques de l'Enseignement Primaire

[29] Énoncé n°II_23 de la liste complète des activités proposées en 7.4

Énoncé élève (Activité 06)

Règle du jeu pour deux joueurs

Matériel : une calculatrice
papier crayons

Le premier joueur choisit :

1. un nombre entre 200 et 400 qu'il tape sur la calculatrice suivi de la touche division $\boxed{\div}$.
2. une des cibles suivantes :
   - entre 10 et 15
   - entre 11 et 16
   - entre 12 et 17
   - entre 13 et 18
   - entre 14 et 19
   - entre 15 et 20

Le second joueur doit introduire un nombre tel que le résultat de le quotient soit dans la cible. Il a droit à plusieurs essais mais tous les résultats obtenus sont écrits.

Ensuite, les joueurs changent de rôle.

Le but est d'atteindre la cible avec le moins possibles d'essais.

Exemple :

327 ÷ …….. = ………   Cible : entre 13 et 18

327 ÷ …….. = ………

327 ÷ …….. = ………

…

Corrigé détaillé (Activité 06)

Soit N un nombre donné, C_1 la valeur inférieure de la cible et C_2 la valeur supérieure de la cible.

L'ensemble des solutions est compris entre les valeurs N / C_2 et N / C_1

Si l'on se limite aux nombres entiers, les solutions sont comprises entre la valeur arrondie par excès de N / C_2 et la valeur arrondie par défaut de N / C_1.

Par exemple, si le nombre de départ est 327 et la cible comprise entre 13 et 18, ($N = 327$, $C_1 = 13$ et $C_2 = 18$), les solutions seront comprises entre 327/18 et 327/13, c'est-à-dire, en valeurs entières, supérieures ou égales à 19 et inférieures ou égales à 25.

Commentaires pour le maître (Activité 06)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	<u>Intentions</u> Cette activité permet - de travailler l'estimation de multiplications ou de divisions - de revoir le concept de division - de jouer avec l'ordre de grandeur des nombres <u>Démarches possibles</u> - essayer des nombres au hasard - essayer des nombres en tenant compte des résultats précédents - chercher un nombre qui, multiplié par un nombre compris dans la cible donne le nombre de départ - diviser le nombre de départ par un nombre compris dans la cible, - faire des opérations approchées - utiliser des procédures de calcul réfléchi - utiliser les algorithmes pour effectuer des multiplications ou des divisions - … <u>Mise en commun</u> La mise en commun est l'occasion pour les élèves - de faire part de leur démarches, - d'établir le rapport de réciprocité entre multiplication et division - de faire le lien entre dividende, diviseur et quotient, - de mettre à plat les démarches personnelles de calcul réfléchi, d'en discuter et de les comparer - …

Proposition(s) de déroulement	<u>Nombre d'élèves</u> Toute la classe, par groupes de 2 <u>Matériel</u> Calculatrice personnelle Cette activité peut faire l'objet d'un atelier, être à disposition dans le coin mathématique ou faire l'objet d'un concours. Dans un premier temps cependant, il est nécessaire de proposer l'activité de manière collective de manière à ce que chaque élève puisse s'approprier les règles du jeu et que les démarches des élèves puissent être mises en commun. Comme beaucoup de jeux dans lesquels des compétences calculatoires sont visées, ce jeu doit être répété à de nombreuses reprises. Cette activité peut être différenciée en jouant sur l'ordre de grandeur des nombres. Il est évident que cette activité est plus intéressante si les élèves sont appelés à utiliser des procédures de calcul réfléchi. La calculatrice ne devrait donc être utilisées que pour vérifier les opérations proposées. Elle peut cependant permettre à certains élèves de mieux concevoir la tâche et les inciter à faire des divisions plutôt que des multiplications.
Prolongements possibles	Cf. tableau des changements de variables ci-dessous
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Changements de variables.

Cette activité peut être proposée avec d'autres valeurs numériques.

Nombre de départ	Cibles possibles		
entre 400 et 700	entre 15 et 20 entre 16 et 21	entre 17 et 22 entre 18 et 23	entre 19 et 24 entre 20 et 25
entre 600 et 1000	entre 20 et 25 entre 21 et 26	entre 22 et 27 entre 23 et 28	entre 24 et 29 entre 25 et 30
entre 850 et 1500	entre 25 et 30 entre 26 et 31	entre 27 et 32 entre 28 et 33	entre 29 et 34 entre 30 et 35
entre 1200 et 2000	entre 30 et 35 entre 31 et 36	entre 32 et 37 entre 33 et 38	entre 34 et 39 entre 35 et 40
entre 1500 et 2500	entre 35 et 40 entre 36 et 41	entre 37 et 42 entre 38 et 43	entre 39 et 44 entre 40 et 45
entre 1800 et 3000	entre 40 et 45 entre 41 et 46	entre 42 et 47 entre 43 et 48	entre 44 et 49 entre 45 et 50
entre 2500 et 4000	entre 45 et 50 entre 46 et 51	entre 47 et 52 entre 48 et 53	entre 49 et 54 entre 50 et 55

Éléments pour la synthèse (Activité 06)

Dans cette activité, la tâche consiste à déterminer approximativement un diviseur tel que le quotient soit dans la cible. Pour ce faire, la démarche la plus efficace consiste à diviser le nombre de départ par un des nombres compris dans la cible.

Pour éviter des calculs algorithmiques fastidieux, inutiles d'ailleurs puisque des calculs exacts ne sont pas nécessaires vu la largeur de la cible, les élèves doivent déterminer une opération voisine, à la fois plus simple de manière à être calculée par calcul réfléchi, mais aussi suffisamment proche pour atteindre la cible.

Par exemple, si le nombre de départ est 327 et la cible entre 13 et 18.

On pourrait calculer exactement 327 : 15,5, ou 327: 16, 16 étant encore relativement au milieu de la cible. Mais des opérations proches, comme 320 : 16 ou 330 : 15, voire même 300 : 15 que l'on peut aisément calculer, suffisent pour déterminer un diviseur qui atteint la cible.

Si un nombre ne permet pas d'atteindre la cible, la question à se poser est de savoir s'il faut proposer ensuite un autre plus petit ou plus grand.

Par exemple, si le nombre de départ est 2704 et la cible entre 40 et 45, on peut proposer 60 (2700 : 45 = 60 semble être une bonne approximation). Mais 2704 : 60 > 45. Faut-il alors essayer 61 ou 59 ? Il est souhaitable qu'un débat puisse avoir lieu entre les élèves.

Il devrait en ressortir que plus le diviseur est grand, plus le quotient est petit et inversement.

Activité 07 « Problèmes divisifs »

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Bouteilles de limonade à transporter et autres petits problèmes
Sous-titre	Problèmes divisifs impliquant une division euclidienne
Degrés concernés	5-6 EP - 7CO
Durée estimée	10 – 90 minutes en fonction du nombre de problèmes proposés et de l'insertion ou non d'autres problèmes dont la résolution ne passe pas par une division.
Résumé	Résoudre des problèmes divisifs
Contexte d'usage de la calculatrice	EXECUTER APPROFFONDIR CONCEPTUALISER
Contenus mathématiques visées	Multiplication, division
Prérequis	
Lien(s) avec les plans d'études et moyens d'enseignement	OA : Traduire les données d'un problème en opérations arithmétiques PE : OFL Résoudre des problèmes multiplicatifs et divisifs. Interpréter un résultat. Traduire des calculs en écriture divisive. ME 5P : Thème 6 ME 6P : Thème 2
Mots-clé	Division, division euclidienne, interprétation d'un reste
Sources	- Moyens d'enseignement : Mathématiques sixième année, Michel Chastellain, Corome - 2002, Livre de l'élève p. 24 - Épreuves cantonales de maths 6e primaire - Secteur des Mathématiques de l'Enseignement Primaire

Énoncé élève (Activité 07)

Bouteilles à transporter

Patrick et Christiane ont 1000 bouteilles de limonade à transporter.
Combien leur faudra-t-il de voyages s'ils mettent 36 bouteilles dans leur caisse ?

Patrick prétend qu'il faudrait moins de voyages en mettant une bouteille de plus par caisse.

Est-ce vrai ?

Multiples de 8

Entre 1 et 2004, combien y a-t-il de multiples de 8 ?

100^{e} jour

Cette année-là, le premier jour fut un jeudi, le deuxième jour fut donc un vendredi et le troisième jour un samedi.

Quel jour de la semaine fut le 100^{e} jour ?

Carrelage

Un carreleur doit recouvrir le sol d'une pièce rectangulaire de 3,25 m sur 4,10 m avec des catelles carrées de 12 cm de côté, vendues par paquets de 24.

Combien de paquets de catelles ce carreleur doit-il acheter ?

Anniversaire

Séraphine vient de fêter ses 10'000 jours.

Mais quel âge Séraphine aura-t-elle lors de son prochain anniversaire ?

119^{e} décimale

Lorsque l'on divise 126 par 37, quel est le chiffre de la 119^{e} décimale ?

Corrigé détaillé (Activité 07)

Bouteilles à transporter
1000 : 36 = 27 reste 28
Patrick et Christiane devront donc faire 28 voyages en transportant par exemple 36 bouteilles lors des 27 premiers voyages et les 28 bouteilles restantes pour le dernier voyage.

Patrick a tort. S'ils suivaient son idée, Patrick et Christiane feraient 27 voyages avec 37 bouteilles (27 × 37 = 999) et un 28^{e} voyage pour transporter la dernière bouteille. En effet la division donne 1000 : 37 = 27 reste 1.

Multiples de 8
2004 : 8 = 250,5 ou 2004 : 8 = 250 reste 4. Le problème réside dans l'interprétation de la partie décimale du quotient ou dans l'interprétation du reste. La réponse ne pouvant être qu'un nombre entier, est-ce 250 ou 251 ?
Pour un nombre multiple de 8, par exemple 40, le nombre de multiples de 8 entre 1 et 40 est le résultat de la division de 40 par 8, donc 5 multiples (8, 16, 24, 32, 40).
Pour les nombres suivants 41, 42, 43, 44, … 47, le nombre de multiples reste inchangé puisqu'il n'y a pas de nouveau multiple de 8.
Entre 1 et 2004, il y donc le même nombre de multiples de 8 (ce sont d'ailleurs les mêmes) qu'entre 1 et 2000 (2000 est le plus grand multiple de 8 inférieur à 2004), c'est-à-dire 250.

100^{e} jour

Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche	Lundi	Mardi	Mercredi
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	…			

En observant ce tableau, on constate que dans la colonne mercredi il n'y a que des multiples de 7, que tous les multiples de 7 plus 1 sont des jeudis, que tous les multiples de 7 plus 2 sont des vendredis, …
100 est un multiple de 7 plus combien ? Répondre à cette question permet de déterminer la colonne dans laquelle se trouve 100. Pour cela l'outil le plus approprié est la division euclidienne : 100 : 7 = 14 reste 2. 100 est un multiple de 7 plus 2, ce sera donc un vendredi.

Anniversaire
L'outil de résolution le plus approprié pour résoudre ce problème est à nouveau la division euclidienne : 10000 : 365 = 27 reste 145 et 10000 : 366 = 27 reste 118. Que l'on compte avec des années de 365 ou de 366 jours, Séraphine aura 28 ans lors de son prochain anniversaire. On peut aussi considérer qu'une année moyenne comporte 365,25 jours. 10000 : 365,25 = 27,3785… et une bonne interprétation de la partie décimale permet de donner le résultat.

Carrelage

Ce problème est un problème à tiroirs : pour déterminer le nombres de paquets, il s'agit d'abord de trouver le nombres de catelles. Mais pour cela, il faut comparer les dimensions de la pièce avec celles d'une catelle, ce qui implique un changement d'unités.
Ce problème comporte de plus deux implicites : les catelles sont posées parallèlement aux côtés de la pièce et elles sont posées bord à bord (il n'y a pas de joint entre elles).
Exprimées en centimètres, la largeur et la longueur de la pièce sont respectivement de 325 cm et de 410 cm. Combien de catelles peut-on placer en largeur, combien en longueur ?
La division ou la division euclidienne permet de répondre à cette question. 325 : 12 = 27 reste 1 ou 325 : 12 = 27,08333…, 410 : 12 = 34 reste 2 ou 410 : 12 = 34,1666…
En supposant que pour chaque fraction de catelle, le carreleur doit prendre une nouvelle catelle, il placera 28 catelles en largeur et 35 en longueur et aura donc besoin de 980 catelles.
En supposant que le carreleur parvienne à partager sans casse les catelles en 6 morceaux rectangulaires de 2 cm de large ou en 12 morceaux de 1 cm de large, il lui faudra exactement 926 catelles (918 catelles entières, 34 morceaux de 1×12 cm découpés dans 3 catelles et 27 morceaux de 2×12 cm et un morceau de 2×1 cm découpés dans 5 catelles).
Pour 980 catelles, le carreleur doit acheter au moins 41 paquets de 24 (980 : 24 = 40 reste 20).
Pour 926 catelles, le carreleur doit acheter au moins 39 paquets de 24 (926 : 24 = 38 reste 14).

119e décimale

126 : 37 = 3,405405405… . Effectuer cette division à l'aide de l'algorithme par les échanges permet de comprendre la périodicité de la partie décimale.

$$
\begin{array}{cccccccc|l}
 & 1 & 2 & 6 & & & & & 3\ 7 \\ \cline{9-9}
- & \underline{1} & \underline{1} & \underline{1} & & & & & 3,\ 4\ 0\ 5\ 4\ 0\ 5\ \ldots \\
 & & \mathbf{1} & \mathbf{5} & 0 & & & & \\
 & - & \underline{1} & \underline{4} & \underline{8} & & & & \\
 & & & 2 & 0 & 0 & & & \\
 & & - & \underline{1} & \underline{8} & \underline{5} & & & \\
 & & & & \mathbf{1} & \mathbf{5} & 0 & & \\
 & & & - & \underline{1} & \underline{4} & \underline{8} & & \\
 & & & & & 2 & 0 & 0 & \\
 & & & & - & \underline{1} & \underline{8} & \underline{5} & \\
 & & & & & & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \\
 & & & & & & & \ldots &
\end{array}
$$

On constate d’abord que les chiffres des décimales se répètent avec une périodicité de 3. On observe que le chiffre des 1^{re}, 4^e, 7^e, 10^e, 13^e … décimales est toujours 4, que le chiffre des 2^e, 5^e, 8^e 11^e 14^e … décimales est toujours 0 et que le chiffre des 3^e, 6^e, 9^e, 12^e, 15^e … décimales est toujours 5. Autrement dit, 5 est le chiffre de toutes les décimales dont la position est un multiple de 3, 4 est le chiffre de toutes les décimales dont la position est un multiple de 3 plus 1 et 0 est le chiffre de toutes les décimales dont la position est un multiple de 3 plus 2.
Comme 119 est un multiple de 3 plus 2 (119 : 3 = 39 reste 2 ou 3 × 39 + 2 = 119), le chiffre de la 119^e décimale du quotient de 126 par 37 est un 0.

Commentaires pour le maître (Activité 07)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)

Intentions

Cette activité permet aux élèves :

- de consolider les concepts de multiplication et de division et d'expliciter les liens entre les deux opérations,
- prendre conscience de la relation entre dividende, diviseur, quotient et reste dans une division euclidienne
- d'effectuer des divisions à l'aide de différents outils de calcul.

Démarches possibles

NB : on donne ici des indications pour le premier problème, à transposer pour les autres.

- répéter l'addition de 36 pour atteindre 1000 puis compter le nombre de fois que 36 a été additionné :
  36 + 36 + 36 + 36 + 36 + 36 … pour atteindre 1000.
  1 2 3 4 5 6 …
- soustraire un certain nombre de fois 36 à 1000 pour atteindre 0 puis compter le nombre de soustractions
  1000 – 36 – 36 – 36 – 36 …
  1 2 3 4 … ou bien
  1000 – 360 – 360 – 36 – 36 …
  10 20 21 22 …
  puis de la même manière avec 37.
- faire plusieurs essais pour résoudre la multiplication lacunaire
  36 × ? = 1000
  36 × 20 = 720
  36 × 30 = 1080
  36 × 27 = 972
  36 × 28 = 1008 donc 27 voyages
  puis de la même manière avec 37.
- résoudre la division par algorithme, avec quotient et reste :
  1000 : 36 = 27 reste 28
- résoudre la division par algorithme, avec partie décimale
  1000 : 36 = 27.777777…
- résoudre la division avec la calculatrice, sans utilisation de la division euclidienne
- résoudre la division avec la calculatrice, en utilisant la touche "division euclidienne"
- interpréter correctement ou non le reste.

	Difficultés potentielles - ne pas comprendre ce qui est demandé, ce que l'on doit chercher, - effectuer des opérations avec les données numériques du problème mais sans leur donner de sens. - ne pas parvenir interpréter le résultat d'un calcul - oublier le sens d'une opération après en avoir fait le calcul - réaliser que le résultat ne peut pas être non entier sans savoir qu'en faire, - …
Proposition(s) de déroulement	Proposer ces problèmes divisifs avec des problèmes multiplicatifs ou additifs pour mettre en évidence les différentes opérations. L'emploi de la calculatrice doit être proposée aux élèves qui résolvent ces problèmes sans passer par la division avec comme relance : - Est-il possible de résoudre ce problème en faisant moins d'opérations ? ou - Comment trouver le résultat en ne faisant qu'une seule opération sur la calculatrice ? Inciter les élèves qui utilisent la calculatrice pour faire une division à se poser des questions sur le résultat, notamment sur la partie décimale. Monter également comment effectuer une division euclidienne sur la calculatrice et faire le lien avec l'algorithme.
Prolongements possibles	Tout autre problème divisif.
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (Activité 07)

Parmi les diverses démarches pour résoudre ces problèmes, la division euclidienne est la plus efficace.

L'emploi de la calculatrice permet de découvrir et/ou donner du sens à une opération (la division) qui peut remplacer une suite d'opérations plus ou moins longues (additions ou soustractions répétées) ou aléatoires (multiplication lacunaire).

Ces problèmes sont aussi l'occasion montrer comment réaliser une division euclidienne sur la calculatrice TI-34II que les élèves ont à disposition (touches [2nd] [INT÷]).

Division euclidienne

Si l'on prend deux entiers naturels non nuls a et b, il existe deux uniques entiers naturels q et r tels que $a = b \cdot q + r$ avec $0 \leq r < b$.

On dit alors qu'on a réalisé la division euclidienne de a par b ; q est le quotient, et r le reste de cette opération.

Par exemple, dans la division euclidienne de 23 par 4 : le quotient est 5 et le reste est 3. En effet, $23 = 4 \times 5 + 3$.

Activité 08 « Valeur exacte et approchée »[30]

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Valeur exacte et approchée
Sous-titre	Racine carrée
Degrés concernés	9CO
Durée estimée	30 minutes
Résumé	Comparer une valeur exacte (racine) et une fraction
Contexte d'usage de la calculatrice	APPROFONDIR Le quotient est égal à la valeur affichée par la calculatrice pour la racine carrée : il faut expliquer cette erreur !.
Contenus et compétences mathématiques visés	Existence de nombres irrationnels.
Prérequis	Définition de la racine carrée
Extrait(s) du plan d'études	NO 9 : « Sensibiliser les élèves au fait qu'il existe d'autres nombres que les rationnels » NO 9 :« Outils de vérification : retour au sens de la puissance comme multiplication répétée ». NO 9 : « Obstacles et erreurs : accepter qu'une écriture sous forme d'opérations non effectuées représente un nombre. »
Lien(s) avec les moyens d'enseignement	MERM « Nombres et opérations » n° 214 : Dépit
Mots-clé	rationnel, irrationnel, racine, valeur exacte, valeur approchée
Source	IUFM Créteil

[30] Énoncé n°II_11 de la liste complète des activités proposées en 7.4

Énoncé élève (activité 08)

A l'aide de la calculatrice, comparer les deux nombres suivants:

$$\frac{665857}{470832} \text{ et } \sqrt{2}$$

Ces deux nombres sont-ils égaux ? Pourquoi ?

Corrigé détaillé (activité 08)

Avec la calculatrice on obtient les valeurs approchées :

$$\frac{665857}{470832} \approx 1.414213562$$
$$\sqrt{2} \approx 1.414213562$$

Ces deux nombres semblent égaux.

La racine carrée de 2 est un nombre irrationnel (il ne pourra jamais s'écrire comme le rapport de nombres entiers). Les deux nombres ne sont donc pas égaux, mais leur différence est très petite. Comment expliquer cela ?

➔ Revenons à la définition de la racine et calculons, avec la calculatrice le carré de la fraction

$$\left(\frac{665857}{470832}\right)^2 \approx 2$$
$$1,414213562^2 \approx 1.999999999$$

On a aussi :

$$\left(\frac{665857}{470832}\right)^2 - 2 = 4,5 \bullet 10^{-12}$$

mais :

$$\frac{665857}{470832} - 1,4142133562 = 3,747 \bullet 10^{-10}$$
$$\sqrt{2} - 1,414213562 = 3,731 \bullet 10^{-10}$$

➔ **Conclusion** : La fraction est une valeur approchée de la racine carrée ; les onze premières décimales sont identiques et la douzième est différente. L'affichage de neuf décimales ne permet pas de les distinguer à l'affichage sur la calculatrice. **Mais** les calculs ne sont pas effectués seulement avec les décimales affichées ; la calculatrice utilise des valeurs approchées plus précises, ce qui permet de montrer, avec la calculatrice que ces deux nombres ne sont pas égaux.

➔ **Preuve** : $\frac{665857}{470832} \bullet \frac{665857}{470832} = \frac{665857 \bullet 665857}{470832 \bullet 470832}$ est le quotient d'un nombre impair par un nombre pair et ne peut donc pas être un nombre entier.

Commentaires pour le maître (activité 08)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Voir « Une activité en Or » à l'adresse ci-dessous http://www.ac-grenoble.fr/irem/new2006/Debat_scientifique pour une analyse à priori, un compte-rendu de devoir à la maison, et une proposition de gestion de la classe. Cette activité devrait se dérouler après l'introduction aux nombres irrationnels et devrait avoir pour objectif l'étude du fonctionnement de la calculatrice en lien avec la différence entre une valeur exacte et une valeur approchée. Relancer les élèves qui ne voient pas l'erreur, en leur demandant de chercher pourquoi le carré de la fraction n'est pas un nombre entier. La correction collective permettra de faire émerger les décimales « de réserve ».
Proposition(s) de déroulement	Brève recherche individuelle. Vote. Débat avec correction collective et prolongement.
Prolongements possibles	Faire afficher 1/ 3, et calculer le triple du nombre affiché. Puis calculer 1 / 3 * 3 pour montrer qu'ici aussi la calculatrice ne calcule pas seulement avec les chiffres affichés à l'écran. Calculer 777 777 777 777 – 777 777 777 776 puis 77 777 777 777 777 – 77 777 777 777 776. Le premier résultat sera 1, mais le deuxième 0. Calculer 123456789123456-123456789000000
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 08)

La représentation des nombres, dans une calculatrice, est basée sur le principe de codage appelé DCB (Décimal Codé Binaire) et ce n'est pas le même que celui effectué dans les logiciels de mathématiques professionnels.

Le principe en est le suivant : tout nombre est mis sous forme scientifique :

signe / mantisse appartenant à [1,10[/ exposant de 10

Les chiffres de la mantisse sont codés en binaire (mais un nombre limité de bits étant réservé au codage de la mantisse, tous les chiffres ne peuvent pas nécessairement être pris en compte dans ce codage et donc dans les calculs, voir ci-après). Les exposants vont de -99 à 99 et sont aussi codés en binaire, tout comme le signe.

Il faut bien sûr distinguer le nombre saisi au clavier, la représentation du nombre en mémoire et l'affichage du nombre sur l'écran de la calculatrice.

Les calculatrices affichent aujourd'hui un maximum de 10 à 12 chiffres significatifs mais calculent avec 12, 13 et le plus souvent 14 chiffres, ce qui permet de limiter les effets des erreurs d'arrondi dans les successions de calculs.

Exercices de consolidation (activité 08)

Activité 09 « Retour case départ »[31]

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Retour case départ
Sous-titre	Prouver à l'aide du calcul littéral
Degrés concernés	9CO
Durée estimée	45 minutes
Résumé	L'élève utilise une boîte noire (fonctionnelle), doit faire une conjecture et la résoudre.
Contexte d'usage de la calculatrice	EXÉCUTER
Contenus et compétences mathématiques visés	Utiliser un algorithme de calcul pour assimiler le passage du langage parlé aux conventions d'écriture. Prouver en utilisant le calcul littéral
Prérequis	Calcul algébrique (distributivité, réduction)
Extrait(s) du plan d'études	Algèbre 9 : « Ce domaine doit permettre d'utiliser l'algèbre dans des démonstrations simples … d'utiliser l'algèbre dans sa fonction génératrice pour produire des formules. »
Lien(s) avec les moyens d'enseignement	Exercice 44 livre «Calcul Littéral » des MERM. (énoncé similaire)
Mots-clés	algèbre, formule, réduire, preuve
Source	IUFM Créteil

[31] Énoncé n°II_14 de la liste complète des activités proposées en 7.4

Énoncé élève (activité 09)

Choisir un entier relatif, lui ajouter son successeur immédiat,
multiplier le résultat obtenu par 3 puis retrancher 3,
diviser le résultat par 6
a) Comparer votre résultat à celui de vos camarades. Bizarre, non ?
b) Pourrait on être certain de la propriété mise en évidence ?

Prolongement :
Choisir un nombre (non entier), lui ajouter 1,
ajouter les deux nombres,
multiplier le résultat obtenu par 3 puis retrancher 3,
diviser le résultat par 6.
Obtient-on toujours la même propriété ?

Corrigé détaillé (activité 09)

Présenter les essais à l'aide d'un **tableau** pour mettre en évidence le passage du langage parlé aux conventions d'écriture, ainsi que la fonction génératrice de l'algèbre :

prolongement

un nombre relatif	0	1	-1	2	-2	3	-3	n	-0,7
son suivant	1	2	0	3	-1	4	-2	n+1	0,3
la somme des deux nombres successifs	1	3	-1	5	-3	7	-5	2n+1	-0,4
le produit du résultat par 3	3	9	-3	15	-9	21	-15	6n+3	-1,2
la différence de 3	0	6	-6	12	-12	18	-18	6n	-4,2
Le quotient par 6	0	1	-1	2	-2	3	-3	n	-0,7

- Pour programmer cette boîte noire avec la touche OP1 de la calculatrice : voir activité n° 05 « Boîtes noires » en utilisant la formule ((ANS+ANS+1)x3-3)/6
- Pour utiliser le « programme » :

taper un nombre

puis ENTER

puis OP1

répéter avec d'autres nombres.

Commentaires pour le maître (activité 09)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l’activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	En programmant cette boîte noire avec la calculatrice, c’est l’occasion de mettre en évidence la priorité des opérations, et l’utilisation des parenthèses. Ainsi on peut compléter rapidement le tableau et mieux mettre en évidence la propriété cherchée. Après que les élèves se soient convaincus que cette séquence d’opérations restitue toujours le nombre initial, on peut leur faire écrire la formule avec une variable et leur montrer pourquoi cela se passe toujours ainsi.
Proposition(s) de déroulement	
Prolongements possibles	Les élèves travaillent par deux : chacun invente un énoncé et le fait chercher à l’autre. Exercice 44 livre «Calcul Littéral » des MERM. (énoncé similaire)
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 09)

Exercices de consolidation (activité 09)

Exercice 141 du livre "Calcul Littéral" MERM pour exercer la traduction

Exercice 11 "Droit au but" du livre "Calcul Littéral" MERM pour des démonstrations à l'aide de l'algèbre. (Énoncé ci-dessous)

Vérifie les affirmations qui figurent dans chacun des cas, et trouve une justification.

a) Choisis un nombre
Ajoute 2
Multiplie par 2
Retranche 2
Divise par 2
Le résultat est supérieur d'une unité au nombre choisi.

b) Choisis un nombre
Multiplie par 2
Ajoute 4
Divise par 2
Ajoute 5
Multiplie par 8
Retranche 16
Divise par 4
Retranche 10
Le résultat est le double du nombre choisi.

c) Choisis un nombre
Ajoute 10
Multiplie par 3
Soustrais le nombre que tu as choisi
Divise par 2
Retranche 15
Le résultat est égal au nombre choisi.

d) Choisis un nombre
Double-le
Ajoute 1
Multiplie par 5
Retranche 12
Multiplie par 10
Ajoute 70
Le résultat est le centuple du nombre choisi.

e) Choisis un nombre
Elève-le au carré
Ajoute le double du nombre que tu as choisi
Divise par le nombre que tu as choisi
Le résultat est supérieur de deux unités au nombre choisi.

f) Choisis un nombre
Multiplie par le nombre qui le surpasse de 2
Ajoute 1
Le résultat est le carré du nombre qui est supérieur d'une unité au nombre choisi.

Activité 10 « Afficher 10 »[32]

Fiche de présentation

Titre de l’activité	Afficher 10
Sous-titre	
Degrés concernés	7CO
Durée estimée	15 minutes + recherche à la maison + 45 minutes
Résumé	Le défi est de faire (au plus) 4 opérations (avec des nombres entiers à 1 chiffre) pour obtenir 10 à partir d’un nombre quelconque inférieur à 1000. À jouer à 2, en changeant les rôles.
Contexte d’usage de la calculatrice	RECHERCHER
Contenus et compétences mathématiques visés	Découvrir – Justifier une stratégie Comprendre et comparer les effets des quatre opérations avec des entiers
Prérequis	
Extrait(s) du plan d'études	Initiation à la recherche 7, 8, 9 : « les cadres de prédilection des problèmes de recherche sont, au niveau du CO, la numération, la géométrie et les jeux de stratégie. »
Lien(s) avec les moyens d’enseignement	MERM « Logique et Raisonnement » n° 125 : Le maximum
Mots-clés	chiffre, jeux, stratégie, opérations
Source	Moyen d’enseignement canadien « Carrousel » 1ère année tome 1 p 95)

[32] Énoncé n°II_58 de la liste complète des activités proposées en 7.4

Énoncé élève (activité 10)

A partir d’un nombre entier compris entre 100 et 1000, faire afficher 10 sur la calculatrice comme résultat de 4 opérations au maximum en n’opérant qu’avec des nombre sentiers compris entre 1 et 9..

Exemple : 456 + 3 = 459 459 : 9 = 51 51 + 9 = 60 60 : 6 = 10

Joue une partie de « Afficher 10 » avec un(e) camarade.
A tour de rôle, chacun donne un nombre à l’autre.

Découvrez une stratégie efficace pour gagner.

Peut-on gagner avec n’importe quel nombre ?

Corrigé détaillé (activité 10)

Méthode experte : le problème peut être pris à l’envers et l’énoncé devient :
« En partant de 10, quels nombres peut-on obtenir en un maximum de 4 opérations, en n’utilisant que des nombres compris entre 1 et 9? »

Voici la construction d’une solution pour tous les nombres entiers (de 10 à 1000).

10 … 99

2 opérations suffisent : multiplier par le chiffre des dizaines puis ajouter le chiffre des unités. Exemple 74 = 10×7+4. Pour afficher 10, on va donc soustraire le chiffre des unités, puis diviser par le chiffre des dizaines.

90…899

Commencer par obtenir les nombres de 10 à 99 en deux opérations (item précédent), puis (troisième opération) multiplier par 9 pour obtenir les multiples de 9 suivants : 90, 99, 108, … 882, 891. Ajouter (quatrième opération) 1,2, … ou 8 pour obtenir n’importe quel nombre entier compris entre ces multiples de 9.

Lors du jeu, la tactique consiste à soustraire pour obtenir un multiple de neuf, puis diviser par 9 puis reprendre la tactique pour les nombres entre 10 et 99.

899 …1000 sauf 955 à 962 et 982 à 998

L’idée suivante consiste à obtenir les multiples de 9 compris entre 899 et mille ; pour cela on cherche à obtenir des nombres entre 100 et 111 en deux opérations, d’abord par une addition puis avec une multiplication.

On obtient : (10+7) × 6 = 102 (10+3) × 8=104 (10+5) × 7 =105
(10+2) × 9=108 (10+ 4) × 8 = 112

La multiplication par 9 de ces cinq nombres donne 918, 936, 945, 972, 1008.
La quatrième opération sera l’addition ou la soustraction des chiffres 1 à 9 :

On atteindra …	909…927	927…945	936…954	963…981	999 et 1000.
depuis …	918	936	945	972	1008

901 à 908 ; 955 à 962 ; 982 à 998

Il reste à atteindre 901 à 908 ; 955 à 962 et 982 à 998 pour terminer. On peut obtenir un multiple de 10 compris dans les zones encore non atteintes en trois opérations.

901…908

10×2×5×9 = 900. La quatrième opération (ajouter 1, 2, … ou 9) donne les nombres manquants.

955…962

10×3×4×8 = 960. Terminer en ajoutant ou soustrayant les nombres de 1 à 9.

981…989

10×2×7×7 = 980. Terminer par l’addition.

991…9

10×4×5×5 = 1000. Soustraire.

990

10+1 puis 11×2×5×9 = 990.

Il y a en général plusieurs façons d’obtenir un nombre.

Commentaires pour le maître (activité 10)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Le travail à rebours ne doit pas être suggéré trop vite. Pour des élèves ayant des difficultés, et pour favoriser la théorisation, on peut proposer d'atteindre des nombres autour de 100 en deux, puis trois étapes.
Proposition(s) de déroulement	Commencer l'exercice en fin de séance (15 minutes) afin de s'assurer que chaque élève ait compris la consigne et le but du jeu. Le jeu continue le lendemain, après une recherche **à la maison** de la stratégie.
Prolongements possibles	
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 10)

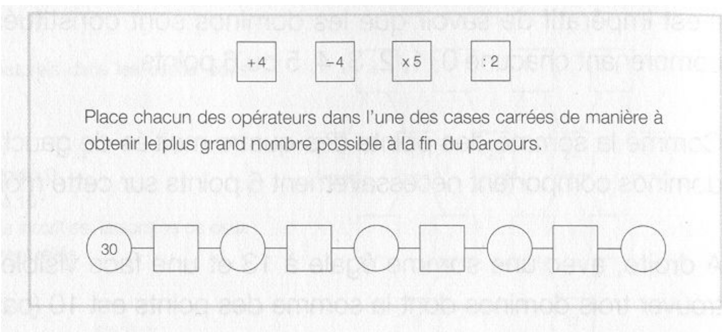
Une des stratégies pour résoudre un problème est de **travailler à rebours** : ici il s'agit de partir de 10 et non du nombre qui a été choisi.

Cette activité est à mettre en lien avec la décomposition d'un nombre en produit de facteurs et avec la division euclidienne.

Exercices de consolidation (activité 10)

Voici différents exemples où on travaille à rebours:

MERM « Logique et Raisonnement » n° 125 : Le maximum



Activité 11 « Une aire et beaucoup de périmètres »[33]

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Une aire et beaucoup de périmètres
Sous-titre	Interdépendance de l'aire et du périmètre
Degrés concernés	7CO
Durée estimée	30 minutes
Résumé	Il s'agit de maximiser le périmètre avec une contrainte sur l'aire d'un rectangle.
Contexte d'usage de la calculatrice	EXERCER. Non indispensable au début, la calculatrice permet de faire des essais avec des nombres inférieurs à 1.
Contenus et compétences mathématiques visés	Distinguer les notions d'aire et de périmètre. Dans l'ensemble des nombres positifs, on obtient un nombre supérieur quand on divise par un nombre inférieur à 1.
Prérequis	Formule pour le calcul de l'aire et du périmètre d'un rectangle.
Extrait(s) du plan d'études	GM 7 : « établir la distinction et l'interdépendance des notions de longueur, de périmètre et d'aire : l'aire du rectangle, par exemple, dépend de ses dimensions, mais pas de son périmètre. » GM 8 : Obstacles et erreurs caractéristiques : « Multiplication et division par un nombre compris entre 0 et 1 »
Lien(s) avec les moyens d'enseignement	
Mots-clés	rectangle, périmètre, aire, maximum
Source	Problème classique.

[33] Énoncé n°II_60 de la liste complète des activités proposées en 7.4

Énoncé élève (activité 11)

Parmi tous les rectangles d’aire 24 cm^2, lequel a le plus grand périmètre ?
Utiliser un tableau pour présenter les résultats.

Question facultative :
Trouver deux rectangles d’aire 24 cm^2, et de périmètre supérieur à 10 000 cm.

largeur (cm)								
longueur (cm)								
périmètre (cm)								

Autre formulation : Stéphane affirme qu’il peut dessiner un rectangle d’aire 24 cm^2 et de périmètre 10'000 cm. Térence prétend qu’il bluffe. Qu’en pensez-vous ?

Corrigé détaillé (activité 11)

Choisir une largeur, diviser l'aire par cette largeur pour trouver la longueur du rectangle ; puis additionner la largeur et la longueur pour trouver le demi périmètre et terminer en multipliant par deux.

Utiliser un tableau pour présenter les résultats :

largeur (cm)	1	2	3	4	6	0,5	0,1	0,01
longueur (cm)	24	12	8	6	4	48	240	2400
périmètre (cm)	50	28	22	20	20	97	480,02	4800.002

Il est ainsi possible de remplir le tableau avec des périmètres aussi grands que l'on veut ! Par exemple : choisir 1 / 10 000 pour largeur donne une longueur de 240 000 et un périmètre supérieur à 2 x 240 000 soit 480 000. Il est à noter que dans ce calcul du périmètre, on peut négliger les deux largeurs.

Commentaires pour le maître (activité 11)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Les élèves cherchent les décompositions de 24 en nombres entiers et trouvent que 1x24 donne le plus grand périmètre. Certains élèves ne pensent à utiliser que des nombres entiers Lorsqu'un élève utilise un nombre décimal inférieur à 1 (0,5 par exemple) certains élèves ne trouvent pas la longueur correspondante : ici la calculatrice permet d'exécuter les calculs.
Proposition(s) de déroulement	Recherche individuelle, ou en binôme avec affichage au tableau du plus grand périmètre trouvé.
Prolongements possibles	Représenter dans un repère les points correspondants au tableau donnant le périmètre en fonction de la largeur. Parmi tous les rectangles d'aire 24 cm^2, lequel a le plus petit périmètre ?
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 11)

Exercices de consolidation (activité 11)

Exercices tirés du site Mathenpoche

La calculatrice ne sera utilisée que pour vérifier les réponses!

Calcule mentalement les multiplications et les divisions suivantes et note le résultat dans ton cahier :

a) 1 000 × 0,05

b) 10 000 × 0,05

c) 5,3 × 0,1

d) 3,42 × 0,001

e) 34 000 × 0,1

f) 3 000 × 0,00001

g) 3,35 × 0,001

h) 8,4 ÷ 1 000

i) 0,045 ÷ 10

j) 25 000 ÷ 100

k) 5 600 ÷ 10 000

Complète les pointillés par +, ×, – ou ÷ :

l) 56 … 100 = 0,56

m) 0,4 … 0,001= 400

n) 0,045 … 10 = 0,0045

o) 450 … 0,1 = 4 500

p) 25 000 … 100 = 250

q) 5 … 0,01 = 500

r) 1 000 … 10 = 1 010

s) 3 100 … 100 = 3 000

t) 2 500 100 = 2 600

u) 10 … 100 = 1 000

Pour chaque produit, calcule le facteur manquant, en indiquant au préalable l'opération à effectuer pour le trouver :

« ? × 4,5 = 5,4 »	5,4 ...... 4,5 = ...	donc	...... × 4,5 = 5,4
« ? × 1,13 = 0,904 »	....=	donc	.... = ...
« 25,2 × ? = 7,56 »	....=............	donc	....
« 8,7 × ? = 75,69 »	....	donc	....

Recopie et effectue les opérations suivantes :

v) 0,1 × 7 × 1 000

w) 5,6 × 0,01 × 0,1

x) 3,5 × 0,01 × 10

y) 1,5 ÷ 0,1 × 0,1

z) 4 × 0,01 ÷ 10

aa) 1 000 ÷ 0,01 × 4,56

bb) 34 ÷ 0,01

cc) 0,64 ÷ 10

dd) 9,4 ÷ 0,0001

ee) 0,945 ÷ 0,0001

ff) 12,7 ÷ 0,1

gg) 5,9458 ÷ 0,00001

Complète les pointillés par le nombre qui convient

hh) …. × 5,45 = 5 450

ii) 298 × … = 0,0298

jj) 3,45 × … = 0,345

kk) 10 000 × … = 0,3

ll) 2,345× … = 234,5

mm) 10 × … = 0,01423

nn) 34 ÷ … = 3,4

oo) …÷ 100 = 0,00034

pp) …÷ 1 000= 56

qq) 0,045÷ … = 0,00045

rr) 400 ÷ … = 0,04

ss) 250 000÷ …= 25

Complète les pointillés par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ; ... :

a) 3,4 × … = 0,034

b) 12 × … = 0,12

c) 345 × … = 0,0345

d) 34 × … = 0,034

e) …× 0,1 = 0,01

f) …× 9 800= 0,98

Activité 12 « Tant que ça »[34]

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Tant que ça
Sous-titre	Valeur approchée de pourcentage
Degrés concernés	8CO
Durée estimée	30 minutes
Résumé	Connaissant une valeur approchée d'un pourcentage, il s'agit de retrouver le pourcentage.
Contexte d'usage de la calculatrice	APPROFONDIR la notion de pourcentage
Contenus et compétences mathématiques visés	Estimation d'un pourcentage
Prérequis	Définition d'un pourcentage
Extrait(s) du plan d'études	NO 8 : « à partir d'un pourcentage et d'une grandeur, calculer l'autre grandeur » NO 8 : « Dans les problèmes d'estimation, il s'agit d'arrondir des décimaux,...
Lien(s) avec les moyens d'enseignement	
Mots-clés	pourcentage, arrondir, valeur approchée
Source	Laura Weiss

Énoncé élève (activité 12)

Dans une classe, le pourcentage de filles, arrondi à un chiffre après la virgule est de 65,2%. Peut-on déterminer le nombre de filles et de garçons de la classe ?

Utiliser un tableau pour présenter les différents essais numériques effectués.

[34] Énoncé n°II_61 de la liste complète des activités proposées en 7.4

Corrigé détaillé (activité 12)

Filles\classe	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0,067	0,063	0,059	0,056	0,053	0,05	0,048	0,045	0,043	0,042	0,04	0,038	0,037	0,036	0,034	0,033
2	0,133	0,125	0,118	0,111	0,105	0,1	0,095	0,091	0,087	0,083	0,08	0,077	0,074	0,071	0,069	0,067
3	0,2	0,188	0,176	0,167	0,158	0,15	0,143	0,136	0,13	0,125	0,12	0,115	0,111	0,107	0,103	0,1
4	0,267	0,25	0,235	0,222	0,211	0,2	0,19	0,182	0,174	0,167	0,16	0,154	0,148	0,143	0,138	0,133
5	0,333	0,313	0,294	0,278	0,263	0,25	0,238	0,227	0,217	0,208	0,2	0,192	0,185	0,179	0,172	0,167
6	0,4	0,375	0,353	0,333	0,316	0,3	0,286	0,273	0,261	0,25	0,24	0,231	0,222	0,214	0,207	0,2
7	0,467	0,438	0,412	0,389	0,368	0,35	0,333	0,318	0,304	0,292	0,28	0,269	0,259	0,25	0,241	0,233
8	0,533	0,5	0,471	0,444	0,421	0,4	0,381	0,364	0,348	0,333	0,32	0,308	0,296	0,286	0,276	0,267
9	0,6	0,563	0,529	0,5	0,474	0,45	0,429	0,409	0,391	0,375	0,36	0,346	0,333	0,321	0,31	0,3
10	0,667	0,625	0,588	0,556	0,526	0,5	0,476	0,455	0,435	0,417	0,4	0,385	0,37	0,357	0,345	0,333
11	0,733	0,688	0,647	0,611	0,579	0,55	0,524	0,5	0,478	0,458	0,44	0,423	0,407	0,393	0,379	0,367
12	0,8	0,75	0,706	0,667	0,632	0,6	0,571	0,545	0,522	0,5	0,48	0,462	0,444	0,429	0,414	0,4
13	0,867	0,813	0,765	0,722	0,684	0,65	0,619	0,591	0,565	0,542	0,52	0,5	0,481	0,464	0,448	0,433
14	0,933	0,875	0,824	0,778	0,737	0,7	0,667	0,636	0,609	0,583	0,56	0,538	0,519	0,5	0,483	0,467
15	1	0,938	0,882	0,833	0,789	0,75	0,714	0,682	0,652	0,625	0,6	0,577	0,556	0,536	0,517	0,5
16	1,067	1	0,941	0,889	0,842	0,8	0,762	0,727	0,696	0,667	0,64	0,615	0,593	0,571	0,552	0,533
17	1,133	1,063	1	0,944	0,895	0,85	0,81	0,773	0,739	0,708	0,68	0,654	0,63	0,607	0,586	0,567
18	1,2	1,125	1,059	1	0,947	0,9	0,857	0,818	0,783	0,75	0,72	0,692	0,667	0,643	0,621	0,6
19	1,267	1,188	1,118	1,056	1	0,95	0,905	0,864	0,826	0,792	0,76	0,731	0,704	0,679	0,655	0,633
20	1,333	1,25	1,176	1,111	1,053	1	0,952	0,909	0,87	0,833	0,8	0,769	0,741	0,714	0,69	0,667
21	1,4	1,313	1,235	1,167	1,105	1,05	1	0,955	0,913	0,875	0,84	0,808	0,778	0,75	0,724	0,7
22	1,467	1,375	1,294	1,222	1,158	1,1	1,048	1	0,957	0,917	0,88	0,846	0,815	0,786	0,759	0,733
23	1,533	1,438	1,353	1,278	1,211	1,15	1,095	1,045	1	0,958	0,92	0,885	0,852	0,821	0,793	0,767
24	1,6	1,5	1,412	1,333	1,263	1,2	1,143	1,091	1,043	1	0,96	0,923	0,889	0,857	0,828	0,8
25	1,667	1,563	1,471	1,389	1,316	1,25	1,19	1,136	1,087	1,042	1	0,962	0,926	0,893	0,862	0,833
26	1,733	1,625	1,529	1,444	1,368	1,3	1,238	1,182	1,13	1,083	1,04	1	0,963	0,929	0,897	0,867
27	1,8	1,688	1,588	1,5	1,421	1,35	1,286	1,227	1,174	1,125	1,08	1,038	1	0,964	0,931	0,9
28	1,867	1,75	1,647	1,556	1,474	1,4	1,333	1,273	1,217	1,167	1,12	1,077	1,037	1	0,966	0,933
29	1,933	1,813	1,706	1,611	1,526	1,45	1,381	1,318	1,261	1,208	1,16	1,115	1,074	1,036	1	0,967
30	2	1,875	1,765	1,667	1,579	1,5	1,429	1,364	1,304	1,25	1,2	1,154	1,111	1,071	1,034	1

Corrigé détaillé de l'activité 12 (suite)

Si on ne peut pas utiliser un tableur, on peut commencer par écrire 65,2% sous la forme d'une fraction simplifiée :

$$65{,}2\% = \frac{652}{1000} = \frac{326}{500} = \frac{163}{250} \approx \frac{16}{25}$$

25 est un nombre raisonnable pour une classe !

Voici un tableau d'essais, pour une recherche organisée, à partir de la fraction 16 / 25 :

nombre de filles	16	16	17	17	17	15	15
nombre d'élèves	25	24	25	26	27	24	23
pourcentage de filles dans la classe (au 1/1000)	0,640	0,667	0,680	0,654	0,630	0,625	0,652

Cette réponse est-elle unique ?

En toute généralité NON, mais on doit prendre en compte des conditions réalistes avec le nombre d'élèves d'une classe compris entre 14 et 31. Dans ce cas, la page précédente donne la réponse : pour un nombre d'élèves compris entre 14 et 31, il y a une seule réponse.

Autre voie : on peut aussi partir de la fraction 60 / 100 soit 6 / 10 ou 3 / 5 .

Réponse : en prenant en compte des conditions réalistes pour le nombre d'élèves d'une classe, il n'y a qu'une réponse possible : 15 filles et 8 garçons.

Commentaires pour le maître (activité 12)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Autre énoncé possible. « Dans l'Essai philosophique sur les probabilités du grand mathématicien Laplace (1749-1827) apparaît le rapport du nombre de garçons au nombre de filles à la naissance égal à 1,047. Exprimez ce rapport d'une façon plus parlante. » Il est habituel lors d'une recherche de solution de commencer par une phase d'essais « en tous sens », puis d'affiner sa démarche : ici, la calculatrice permet de faire des essais, même inutiles pour se représenter la situation et voir comment le pourcentage change avec des nombres différents. Puis l'élève parviendra à augmenter ou diminuer soit le nombre de filles, soit le nombre total d'élèves pour approcher la valeur désirée. Une présentation soignée des essais permet une meilleure interprétation.
Proposition(s) de déroulement	Recherche en binôme ou individuelle. Cette activité pourrait être donné comme sujet de **narration de recherche** à faire à la maison.
Prolongements possibles	A partir du tableau (voir correction) remplacer 65,2 par une autre valeur. Comparer les fractions a / b et (a+1)/(b+1) …
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 12)

Exercices de consolidation (activité 12)

Activité 13 « Un produit à 19 chiffres»[35]

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Un produit à 19 chiffres
Sous-titre	Application et compréhension de l'algorithme de la multiplication
Degrés concernés	8CO
Durée estimée	Devoir à la maison – 30 minutes pour corriger
Résumé	Dans une calculatrice on peut introduire deux nombres ayant beaucoup de chiffres, mais le produit de ces nombres ne sera pas exact, si le nombre de ses chiffres est trop grand. Cet exercice utilise la distributivité pour calculer la valeur exacte ; la calculatrice peut exécuter des produits de nombres jusqu'à 5 chiffres, ici on lui fera exécuter des produits de nombres à 3 chiffres !
Contexte d'usage de la calculatrice	APPROFONDIR
Contenus et compétences mathématiques visés	Distributivité Calcul avec des puissances de dix Algorithme de la multiplication (Minutie et persévérance lors d'un travail mathématique)
Prérequis	
Extrait(s) du plan d'études	NO 8 : « Multiplier des nombres en écriture scientifique » NO 8 : « Appliquer la distributivité pour développer … »
Lien(s) avec les moyens d'enseignement	
Mots-clés	distributivité, multiplication, puissance, algorithme,
Source	APMEP

[35] Énoncé n°II_66 de la liste complète des activités proposées en 7.4

Énoncé du devoir élève (activité 13)

Dans le livre Le pays d'esprit *de Robert F. Young, auteur américain de science fiction, on peut lire le passage suivant :*
Mercy se pencha en avant et l'observa avec attention.
"Si cela peut vous faciliter les choses, Mr. Carpenter", dit-elle, "je peux faire des calculs simples comme ceux que vous faites en ce moment. Par exemple :
828 464 280 multipliés par 4 692 438 921 donnent 3 887 518 032 130 241 880."
L'objet de ce devoir est de vérifier ce calcul, en utilisant vos connaissances de mathématiques et votre calculatrice.

1) On peut bien sûr poser l'opération, tailler son crayon et se retrousser les manches. Qui est-ce qui se lance ?

2) Tout d'abord, constatez qu'il est naïf de tenter le calcul directement avec une calculatrice. Pourquoi ?

3) Il faut donc travailler avec des nombres plus petits pour que l'affichage de la calculatrice soit exact. Nous allons pour cela décomposer les nombres et utiliser la distributivité de la multiplication sur l'addition.

4) En décomposant le premier facteur en unités, milliers et millions, (sous la forme $a \times 10^6 + b \times 10^3 + c$), on obtient 828 464 280 = $(828 \times 10^6) + (464 \times 10^3) + (280)$. Ce nombre, multiplié par 4 692 438 921, donne en développant une somme de 3 termes. Écrivez-la.

5) Décomposez de même le deuxième facteur (cette fois, il faut aller jusqu'aux milliards (10^9), et il y a donc 4 termes).

6) Quand on développe finalement l'expression obtenue au 4, on obtient une somme de douze termes, tous calculables à la calculatrice puisqu'il s'agit de produits d'entiers de 3 chiffres maximum. Pour faciliter le travail, on écrit les calculs dans un tableau où on a placé les chiffres par groupes de 6. A vous de le compléter!

7) Ensuite, il n'y a plus qu'à faire la somme de tous ces termes, ce qui est assez facile car il y a beaucoup de zéros. C'est ce qu'on fait dans la suite du tableau.

8) Attention! Chaque colonne ne peut contenir que 6 chiffres maximum. Si on dépasse 6 chiffres, (ce qui peut arriver quand on fait la somme des colonnes A, B, C et D), les chiffres supplémentaires doivent être écrits dans la colonne immédiatement à gauche : c'est ce qu'on appelle une retenue.

9) Pour conclure, on vous demande de recommencer ce travail avec 2 autres nombres, choisis par vous. Le premier nombre aura 9 chiffres et le deuxième 11 chiffres.

10) Décomposez chacun des deux nombres en unités, milliers, millions, etc…

11) Tracez un tableau comme précédemment pour calculer les produits nécessaires.

12) Complétez le tableau à l'aide de votre calculatrice (il pourra être judicieux de travailler au crayon…)

13) Calculez (toujours à la calculatrice) la somme de chaque colonne (attention aux retenues!) pour obtenir le résultat final.

14) Nous vérifierons votre résultat en salle informatique quand vous rendrez le devoir.

	A						B						C						D					
	Trillions						Billions						Millions											
$828 \cdot 4 \cdot 10^{15}$										0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$828 \cdot 692 \cdot 10^{12}$													0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$828 \cdot 438 \cdot 10^{9}$																0	0	0	0	0	0	0	0	0
$828 \cdot 921 \cdot 10^{6}$																			0	0	0	0	0	0
$464 \cdot 4 \cdot 10^{12}$													0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$464 \cdot 692 \cdot 10^{9}$																0	0	0	0	0	0	0	0	0
…																								
…																								
somme de D																								
somme de C																								
somme de B																								
somme de A																								

somme totale																								

Corrigé détaillé (activité 13)

	A						B						C						D					
	Trillions						Billions						Millions											
$828 \cdot 4 \cdot 10^{15}$						3	3	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$828 \cdot 692 \cdot 10^{12}$							5	7	2	9	7	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$828 \cdot 438 \cdot 10^{9}$										3	6	2	6	6	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$828 \cdot 921 \cdot 10^{6}$													7	6	2	5	8	8	0	0	0	0	0	0
$464 \cdot 4 \cdot 10^{12}$									1	8	5	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$464 \cdot 692 \cdot 10^{9}$										3	2	1	0	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$464 \cdot 438 \cdot 10^{6}$													2	0	3	2	3	2	0	0	0	0	0	0
$464 \cdot 921 \cdot 10^{3}$																4	2	7	3	4	4	0	0	0
$280 \cdot 4 \cdot 10^{9}$												1	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$280 \cdot 692 \cdot 10^{6}$													1	9	3	7	6	0	0	0	0	0	0	0
$280 \cdot 438 \cdot 10^{3}$																1	2	2	6	4	0	0	0	0
$280 \cdot 921$																			2	5	7	8	8	0
somme de D																		1	2	4	1	8	8	0
somme de C												2	0	3	2	1	2	9						
somme de B							8	8	7	5	1	6												
somme de A						3																		

somme totale						3	8	8	7	5	1	8	0	3	2	1	3	0	2	4	1	8	8	0

Commentaires (activité 13)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Sous la forme proposée l'exercice est un devoir à la maison ; devant inventer un exemple l'élève devra fournir un travail personnel ! Il pourrait être demandé en classe (les élèves travaillant par groupe). Poser l'opération ne doit pas être dévalorisé : il serait amusant de savoir si la méthode recommandée par l'énoncé est plus rapide que la pose de l'opération. Les deux demandent ordre et rigueur dans l'exécution. L'intérêt de la distributivité est sa généralisation sous la forme d'un programme.
Proposition(s) de déroulement	
Prolongements possibles	
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 13)

Exercices de consolidation (activité 13)

Activité 14 «Connaissance « de base » de la calculatrice»

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Connaissances « de base » de la calculatrice
Sous-titre	Apprendre à utiliser la calculatrice plus en profondeur
Degré(s) concerné(s)	10PO/11PO – toutes filières
Durée estimée	2 périodes de 45 minutes
Résumé	De nombreux élèves ne savent pas bien utiliser leur calculatrice. Cette activité leur permettra de la prendre en main de façon beaucoup plus approfondie afin d'un faire un outil de calcul réellement efficace.
Contexte d'usage de la calculatrice	DECOUVRIR/ EXERCER
Contenus et compétences mathématiques visés	
Prérequis	Connaissance de manipulations élémentaires avec la calculatrice.
Mots-clé	Calculatrice
Source	

Énoncé élève (activité 14)

Avec la calculatrice, tous les calculs demandés doivent être effectuées "d'un seul coup" (en utilisant si besoin est des parenthèses ou les mémoires …).

Pour chaque calcul, il faudra savoir décrire la façon dont la calculatrice a été utilisée.

1. Calculer à l'aide de la calculatrice la valeur arrondie au millième de :
   a. $4\cdot(2+3)$
   b. $2^{2}\cdot 5$
   c. $5\cdot\sqrt{4}$
   d. le quart de la réponse précédente
   e. $3\cdot\pi$
   f. $2\cdot\sin(30°)$
   g. $0{,}25\cdot 0{,}5$
   h. $\dfrac{-325{,}201569-2{,}82589}{42{,}52}$
   i. $4{,}7\times\dfrac{6{,}76-0{,}95^{2}}{5{,}001}$.
2. Effectuer les calculs suivants en utilisant l’écriture scientifique :
   a. $\left(7{,}28\cdot 10^{5}\right)\cdot\left(3\cdot 10^{8}\right)$
   b. $-\left(7{,}28\cdot 10^{-5}\right)\cdot\left(3\cdot 10^{8}\right)$
3. Simplifier $\frac{135}{60}$ à l’aide de la calculatrice.
4. Calculer $\frac{7}{2}+\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}$ à l’aide de la calculatrice.
5. Convertir $\frac{135}{60}$ en nombre décimal, puis exprimer le résultat sous forme de fraction irréductible.
6. Utiliser la machine pour obtenir directement une estimation de $2\cdot\pi$ arrondie au millième.
7. Trouver le ppcm de 3644 et 4568 et le pgcd de 23456656 et 2234544

8. Un chocolatier vient de confectionner 28313 pralinés identiques.
   Il a prévu de placer ces pralinés dans des boites contenant chacune 29 pralinés.
   Combien de boites parviendra-t-il à remplir au maximum et combien de pralinés non emballés restera-t-il ?
   On aimerait utiliser la calculatrice de façon optimale pour résoudre ce problème.
   Comment faire ?

9. Comment la calculatrice traite-t-elle l'ordre des opérations ? Effectuer des calculs pour vérifier si l'ordre des opérations est le même que celui convenu par les mathématiciens.

10. Pourquoi y a-t-il deux symboles « - » à disposition ? Dire à quoi correspond chacun d'entre eux.

11. Comment effectuer cette suite de trois calculs le plus efficacement possible avec la calculatrice ?

$$3 \cdot 3$$

$$3 \cdot 3 \cdot 9$$

$$\sqrt{3 \cdot 3 \cdot 9}$$

12. Peut-on retrouver, réutiliser, modifier un calcul effectué précédemment ?

13. Comment fait-on pour récupérer le résultat du dernier calcul, par exemple pour le réutiliser dans un nouveau calcul ?

14. Comment effectuer la répétition successive de la même opération, par exemple calculer les puissances successives de 2 ?

15. Comment efface-t-on un message d'erreur ou la ligne en cours d'édition ?

16. Quelle différence y a-t-il entre les touches [INS] , $\boxed{\text{DEL}}$ et $\boxed{\text{CLEAR}}$?

17. Mettre 15 dans la première mémoire, puis utiliser cette mémoire pour calculer 7×15^2 puis $\frac{7 \cdot 15^2}{4}$.

18. Comment réinitialiser la calculatrice ?

Pour les élèves qui travaillent déjà les fonctions du deuxième degré :

19. On cherche à calculer des images de la fonction $f : x \mapsto 4x^2 + 5x - 6$.
    Programmer les opérateurs constants $\boxed{\text{OP1}}$ et $\boxed{\text{OP2}}$ pour permettre de faciliter ces calculs.

Pour les élèves qui travaillent déjà avec la formule de Viète :

20. Pour ceux qui connaissent la formule de Viète pour résoudre les équations du deuxième degré : programmer les opérateurs constants $\boxed{\text{OP1}}$ et $\boxed{\text{OP2}}$ pour obtenir directement les solutions avec la calculatrice.

Corrigé détaillée (activité 14)

1.

a. 4 [(] 2 [+] 3 [ENTER]
réponse : 20

b. 2 [x^2] 5 [ENTER]
réponse : 20

c. 5 [2nd] [√‾] 4 [ENTER]
réponse : 10

d. 1 [÷] 4 [2nd] [ANS] [ENTER]
réponse : 2.5

e. 3 [π] [ENTER]
réponse : 9.424

f. 2 [2nd] [TRIG] [ENTER] 30 [ENTER]
réponse : 1

g. .25 [×] .5 [ENTER]
réponse : 0.125

h. [(] [(–)] 325.201569 [–] 2.82589 [)] [÷] 42.52 [ENTER]
réponse : -7.715

i. 4.7 [(] 6.76 [–] .95 [x^2] [)] [÷] 5.001 [ENTER]
réponse : 5.505

2.

a. 7.28 [EE] [(–)] 5 [×] 3 [EE] 8 [ENTER]
réponse : $2.184 \cdot 10^{14}$

b. [(–)] [(] 7.28 [EE] [(–)] 5 [×] 3 [EE] 8 [ENTER]
réponse : -21840

3. [2nd] [FracMode]
régler sur : d/e Auto

135 [/] 60 [ENTER]
réponse : $\frac{9}{4}$

4. [2nd] [FracMode]
régler sur : d/e Auto

5 [/] 6 [+] 2 [/] 3 [×] 5 [/] 4 [ENTER]
réponse : $\frac{5}{3}$

5. [2nd] [FracMode]
régler sur : d/e Auto

135 [/] 60 [▸D] [ENTER]

réponse : 2.25

135 [/] 60 [▸F] [ENTER]
réponse : $\frac{9}{4}$

6. [2nd] [FIX] ▸▸▸▸ [ENTER]
choisir : 3

2 [π] [ENTER]

réponse : 6.283

autre possibilité :

[2nd][MATH]▸[ENTER]
choisir : round

2 [π] [2nd] [,] 3 [)] [ENTER]
réponse : 6.283

7. *Remarque : si on a utilisé la fonction [FIX], on peut remettre l'affichage habituel en faisant [2nd] [FIX] [ENTER] (c-à-d. choisir F).*

[2nd] [MATH] ▸ ▸ ▸ ▸ ▸ ▸ [ENTER] 3644 [2nd] [,] 4568 [ENTER]
réponse : ppcm(3644, 4568) = 4161448

[2nd] [MATH] ▸ ▸ ▸ ▸ ▸ ▸ ▸ [ENTER] 23456656 [2nd] [,] 2234544[ENTER]
réponse : pgcd(23456656, 2234544) = 16

8. 28313 [2nd] [INT÷] 29 [ENTER]

réponse : 976 boîtes, 9 restent

Remarque : une autre fonction ne donne que le reste de la division euclidienne :
[2nd] [MATH] ▸▸▸▸▸▸▸▸▸▸▸ [ENTER] (càd choisir REMAINDER)

28313 [2nd] [,] 29 [ENTER]

réponse : 9

9. Ordre des opérations :

   1) Expressions entre parenthèses
   2) Fonctions qui ont besoin d'une) et précèdent l'argument telles que les fonctions trigonométriques ou logarithmiques
   3) Fractions
   4) Fonctions qui sont entrées après l'argument telles que x^2 et les convertisseurs d'unité d'angle (° ′ ″ r g)
   5) Puissances (∧) et racines (√)

6) Signe du nombre relatif (-)
7) Arrangements (nPr) et combinaisons (nCr)
8) Multiplications, multiplications implicites, divisions
9) Additions et soustractions
10) Conversions (Ab/c↔d/e, ▸F, ▸D, ▸%, ▸DMS)
11) [ENTER] termine toutes les opérations et ferme toutes les parenthèses ouvertes.

Remarque : attention seulement aux pyramides de puissances, dont l'interprétation n'est pas toujours commune à tous les mathématiciens : 2^{3^2} est il égal à $2^{\left(3^2\right)}$ ou à $\left(2^3\right)^2$? Pour la machine, c'est $\left(2^3\right)^2$!

10. Le symbole [−] représente l'opération soustraction alors que le symbole [(−)] permet de représenter l'opposé d'un nombre.

11. 3 [×] 3 [ENTER]
réponse : 9

[×] 9 [ENTER]
réponse : 81

2 [2nd] [√‾] [2nd] [ANS] [ENTER]
réponse : 9

12. Après l'évaluation d'une expression, les touches ⏶ et ⏷ permettent de faire défiler les entrées précédentes qui sont stockées dans la mémoire de la calculatrice (EP).

13. [2nd] [ANS]

14. 1 [ENTER] [×] 2 [ENTER] [ENTER] [ENTER] …

15. [2nd] [CLEAR]

16.

[CLEAR]	Efface un message d'erreur Efface la ligne en cours d'édition Déplace le curseur vers la dernière entrée de l'historique quand l'affichage est vide
[DEL]	Supprime le caractère à l'emplacement du curseur. Supprime tous les caractères à droite quand la touche [DEL] est maintenue enfoncée ; supprime ensuite 1 caractère à gauche du curseur chaque fois que la touche [DEL] est enfoncée.
[2nd] [INS]	Insère un caractère à l'emplacement du curseur

17.

[2nd] [CLRVAR] [ENTER]

15 [STO▸]

[ENTER]

7 [×]

[2nd] [RCL]

[ENTER] [x^2] [ENTER]

[STO▸]

[▸] [ENTER]

[MEMVAR]

[▸] [ENTER] [÷] 4 [ENTER]

18. [2nd] [RESET] Y ou [ON] et [CLEAR]

19. Programmation :

[2nd] [▸OP1] [STO▸] [ENTER]

```
OP1=→A
```

[2nd] [▸OP2] 4 [MEMVAR] [ENTER] [x^2] [+] 5 [MEMVAR] [ENTER] [−] 6 [ENTER]

```
OP2=→4A²+5A-6
```

Utilisation :

0 [OP1] [OP2]

```
4A²+5A-6
1                 -6.
```

0.8 [OP1] [OP2]

```
4A²+5A-6
1                 0.56
```

[(-)] 3 [OP1] [OP2]

1 [OP1] [OP2]

0.7 [OP1] [OP2]

```
4A²+5A-6
1                 -0.54
```

[(-)] 1 [OP1] [OP2]

```
4A²+5A-6
1                 -7.
```

0.5 [OP1] [OP2]

```
4A²+5A-6
1                 -2.5
```

0.75 [OP1] [OP2]

```
4A²+5A-6
1                 0.
```

[(-)] 2 [OP1] [OP2]

```
4A²+5A-6
1                 0.
```

20.

Programmation :

[2nd] [▸OP1] [(] [(−)] [MEMVAR] [▸] [ENTER] [+] [2nd] [√] [MEMVAR] [▸] [ENTER] [x^2] [−] 4 [MEMVAR] [ENTER] [MEMVAR] [▸] [▸] [ENTER] [)] [)] [÷] [(] 2 [MEMVAR] [ENTER] [)] [ENTER]

[2nd] [▸OP2] [(] [(−)] [MEMVAR] [▸] [ENTER] [−] [2nd] [√] [MEMVAR] [▸] [ENTER] [x^2] [−] 4 [MEMVAR] [ENTER] [MEMVAR] [▸] [▸] [ENTER] [)] [)] [÷] [(] 2 [MEMVAR] [ENTER] [)] [ENTER]

Utilisation :

4 [STO▸] [ENTER]

4→A
4.

5 [STO▸] [▸] [ENTER]

5→B
5.

[(−)] 6 [STO▸] [▸] [▸] [ENTER]

$^-$6→C
-6.

[OP1]

(($^-$B)+√(B^2-→	
1	0.75

[OP2]

(($^-$B)-√(B^2-→	
1	-2.

Commentaires pour le maître (activité 14)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l’activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	De nombreux élèves ne savent pas bien utiliser leur calculatrice. Cette activité leur permettra de la prendre en main de façon beaucoup plus approfondie afin d’un faire un outil de calcul réellement efficace.
Proposition(s) de déroulement	Travail individuel, ou en binôme. Pour le premier exercice, on peut demander à chaque élève de calculer puis noter toutes les solutions au tableau ; il y en aura probablement de nombreuses différentes, ce qui permettra une discussion et clarification intéressantes. Peut également se travailler par groupes : Énoncé-élève à travailler en groupes de 3-4, demander aux élèves de réfléchir ensemble au problème posé et de rédiger en commun une acétate. Tirer au sort un élève par groupe pour présenter l'acétate du groupe à la classe. Discussion avec la classe Les énoncés peuvent être identiques ou différents pour chaque groupe. Après que tous les groupes aient présenté leurs résultats, le maître clarifie, hiérarchise, organise, amène les compléments théoriques et propose si nécessaire des exercices de consolidation
Prolongements possibles	
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 14)

Ce que l'élève devrait savoir faire avec sa calculatrice

- Opérations de base
- Multiplication implicite, économie de touches
- Parenthèses
- Ordre des opérations
- Réponse précédente
- Entrées précédentes
- Répétition des opérations
- Division euclidienne
- Réponse précédente (EP)
- Effacement Correction
- Réinitialisation de la calculatrice
- Mémoires
- Opérateurs mémorisés
- Plus petit multiple commun
- ppcm / pgcd
- Simplification de fractions
- Opérations avec des fractions
- Conversion d'une fraction en écriture décimale et réciproquement
- Puissances-Racines
- Notation scientifique
- Nombre de décimales -valeur arrondie

Penser si nécessaire à donner des exercices de consolidation.

Activité 15 « Limites-machine»

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Limites-machine
Sous-titre	Quelques exemples pour montrer certaines limites du calcul avec la machine.
Degré(s) concerné(s)	10PO/11PO – toutes filières
Durée estimée	2 périodes de 45 minutes
Résumé	Les élèves découvrent au travers de quelques exemples que la calculatrice peut fournir des résultats faux. On s'interroge sur la raison de ces problèmes.
Contexte d'usage de la calculatrice	DECOUVRIR
Contenus et compétences mathématiques visés	Manipulations numériques et algébriques de base Connaissance de la façon dont un nombre est représenté dans une machine Prendre conscience des limites de calcul de toute machine Développer le regard critique à porter sur ses résultats (fournis par une machine, mais aussi en général) Distinguer une valeur exacte d'une valeur approchée
Prérequis	Manipulation de puissances entières positives et négatives Connaissances des manipulations algébriques de base (niveau identités remarquables)
Mots-clé	Calculatrice – nombre machine – représentation d'un nombre – regard critique
Source	Y. Monka - Collège Albert Camus de Soufflenheim www.col-camus-soufflenheim.ac-strasbourg.fr/Page.php?IDD=45 Adaptation : JM Delley

Énoncé élève (activité 15)

Avec la calculatrice, toutes les opérations demandées doivent être effectuées "d'un seul coup", en utilisant si besoin est des parenthèses.

Pour chaque exercice, il faudra pouvoir décrire ce qui a été tapé sur la calculatrice.

Exercice 1.

Calculer à l'aide de la calculatrice l’expression : $C = \dfrac{x+y-x}{y}$

pour $x = 10^4$ et $y = 10^{-4}$, puis pour $x = 10^6$ et $y = 10^{-6}$

b. Réduire algébriquement le plus possible l'écriture du nombre C (pour x et y quelconques).

Que peut-on conclure des calculs précédents ?

Exercice 2.

Calculer à l'aide de la calculatrice le nombre :
$D = 1234567899^2 - 1234567898^2$.
Que pensez-vous du résultat ?

Sans calculatrice, calculer le nombre D à l'aide de l’identité remarquable « différence de deux carrés » $a^2 - b^2$.

Que peut-on déduire des calculs précédents ?

Exercice 3.

Calculer à l'aide de la calculatrice le nombre :
$E = 123456789^2 - 123456787 \times 123456791$

Poser $x = 123456789$ et exprimer E en fonction de x.

Développer et réduire l'expression trouvée en b.
Comparer avec le résultat du a. et conclure.

Exercice 4.

Calculer à l'aide de la calculatrice le nombre : $F = \sqrt{10^{16} + 4 \times 10^{-16} - (10^8 - 2 \times 10^{-8})^2}$

Développer à l’aide d’une identité remarquable le nombre $(10^8 - 2 \times 10^{-8})^2$.

En utilisant le résultat du b. et sans utiliser la calculatrice, calculer F. Comparer avec le résultat du a. et conclure.

Corrigé détaillé (activité 15)

Remarque :
Pour tous ces exercices, les problèmes proviennent de la représentation des nombres dans la calculatrice. Le principe en est le suivant : le nombre est mis sous forme scientifique:

signe / mantisse appartenant à [1,10[/ exposant de 10

Les chiffres de la mantisse sont codés en binaire (mais un nombre limité de bits étant réservé au codage de la mantisse, tous les chiffres ne peuvent pas nécessairement être pris en compte dans ce codage et donc dans les calculs, voir ci-après). Les exposants vont de -99 à 99 et sont aussi codés en binaire, tout comme le signe.

Il faut distinguer le nombre saisi au clavier, la représentation du nombre en mémoire et l'affichage du nombre sur l'écran de la calculatrice.

La calculatrice affiche un maximum de 10 chiffres significatifs (en 2006 !) mais calcule avec 12, 13 et le plus souvent 14 chiffres, ce qui permet de limiter les effets des erreurs d'arrondi dans les successions de calculs. Quel que soit le nombre – fini ! – de chiffres avec lequel elle calcule, on pourra donc toujours acculer une calculatrice à ses limites et la prendre en défaut avec ce type de calcul.
Il est fondamental que les élèves prennent conscience de ces limites pour qu'ils soient toujours capables d'avoir un esprit suffisamment critique quant aux résultats produits par une machine (et par eux-mêmes également !).

Pour les manipulations des puissances et l'écriture scientifique avec la calculatrice, voir l'activité 14.

Exercice 1.

Pour $x = 10^4$ et $y = 10^{-4}$, on trouve C = 1, ce qui est correct.
Par contre, pour $x = 10^6$ et $y = 10^{-6}$, on trouve C = 0, erreur due aux limites de précision de la machine.

C = 1 pour tout y non nul

Exercice 2.

Avec la calculatrice, on trouve : D = 2469000000
Le résultat est forcément faux, puisque 1234567899^2 se terminera par 1 et 1234567898^2 par 4, donc la différence se terminera par 7 et non par 0

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= (1234567899+1234567898)(1234567899-123456789 \\ &= (2469135797)(1) \\ &= 2469135797 \end{aligned}$$

Peut-on pour autant être certain du résultat ? Il faut savoir quand on est aux limites de la calculatrice et quand on peut avoir confiance, tout en gardant toujours un esprit suffisamment critique.

Cf. la remarque initiale.

Exercice 3.

Avec la calculatrice, on trouve : E = 0

$E = x^2 - (x - 2)(x + 2)$

$E = x^2 - (x^2 - 4) = 4$

Cf. la remarque initiale

Exercice 4.

Avec la calculatrice, on trouve : H = 0

$$\begin{aligned} 10^{16}+4\times10^{-16}-(10^{8}-2\cdot10^{-8})^{2} &= 10^{16}+4\times10^{-16}-(10^{16}-4\cdot10^{0}+4\cdot10^{-16}) \\ &= 10^{16}+4\times10^{-16}-10^{16}+4\cdot10^{0}-4\cdot10^{-16} \\ &= 4 \end{aligned}$$

Cf. la remarque initiale

Commentaires pour le maître (activité 15)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l’activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Il y a de grandes « chances » pour que les élèves obtiennent des résultats différents, à cause d’erreurs d’utilisation de la calculatrice. Cela donnera l’occasion de rappeler comment l’utiliser de façon adéquate (cf. l’activité 14 **Connaissances de base**) Comprendre la différence entre nombre saisi au clavier, représentation du nombre en mémoire et affichage du nombre sur l’écran de la calculatrice représente un difficulté certaine. Selon le niveau des élèves, il faudra bien réfléchir à ce qu’on veut exactement leur transmettre.
Proposition(s) de déroulement	Travail individuel, ou en binôme. Peut également se travailler par groupes : Énoncé élèves à travailler en groupes de 3-4, leur demander de réfléchir ensemble au problème posé et de rédiger en commun une acétate. Tirer au sort un élève par groupe pour présenter l'acétate du groupe à la classe. Discussion avec la classe Les énoncés peuvent être identiques ou différents pour chaque groupe. Après que tous les groupes aient présenté leurs résultats, le maître clarifie, hiérarchise, organise, amène les compléments théoriques et propose si nécessaire des exercices de consolidation
Prolongements possibles	Trouver d’autres exemples dans lesquels la machine est prise en défaut. Et les ordinateurs ? Même problème ?
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 15)

Ce que l'élève devrait avoir retenu

- différence entre nombre saisi au clavier, représentation du nombre en mémoire et affichage du nombre sur l'écran de la calculatrice
- toute calculatrice (et tout ordinateur) a des limites quant à la précision des calculs qu'elle peut effectuer

Penser si nécessaire à donner des exercices de consolidation.

Activité 16 « Dernier chiffre»

Fiche de présentation

Titre de 'activité	Dernier chiffre
Sous-titre	Trouver un moyen pour déterminer le dernier chiffre de 7^{12}.
Degré(s) concerné(s)	10PO – toutes filières (aussi possible plus tôt, dès la 8CO, voir encore plus tôt)
Durée estimée	1 ou 2 périodes de 45 minutes
Résumé	Trouver un moyen pour déterminer le dernier chiffre de 7^{12}.
Contexte d'usage de la calculatrice	DECOUVRIR
Contenus et compétences mathématiques visés	Différence entre chiffre et nombre Écriture en base 10 Puissances entières positives Observation et conjecture Démontrer selon le niveau des élèves
Prérequis	Calcul de puissances entières positives
Mots-clé	chiffre
Source	

Énoncé élève (activité 16)

Déterminer le dernier chiffre de 7^{12}.

Corrigé détaillé (activité 16)

- Méthode 1

  $7^{11} = 1977326743$ est la dernière puissance de 10 pour laquelle on est sûr du résultat donné par la machine.

  On écrit ensuite : $7^{12} = 7^{11} \cdot 7 = 1977326743 \cdot 7 = (1977326740 + 3) \cdot 7 = (197732674 \cdot 10 + 3) \cdot 7$

  $= 197732674 \cdot 10 \cdot 7 + 3 \cdot 7 = 197732674\ 7 \cdot 10 + 21$

  $197732674 \cdot 7 \cdot 10$ se termine par 0, donc $197732674 \cdot 7 \cdot 10 + 21$ par 1

- Méthode 2

  (plutôt pour les enseignant-e-s si on veut formaliser avec le calcul modulo ; faisable avec les élèves si on reste sur des observations non démontrées)

  On peut aussi lister les puissances successives de 7 pour observer la régularité des derniers chiffres :

  7 – 49 – 343 – 2401 – 16807 – 117649 – 823543 – 5764801 - …

  on conjecture un cycle de longueur 4 pour les derniers chiffres : 7 – 9 – 3 – 1

  ➔ par exemple :

  Conjecture : $7^{4n} \equiv 1 \pmod{10}$

  Démonstration :

  $7^{4n} \equiv (7^4)^n \pmod{10}$

  $\equiv (2401)^n \pmod{10}$

  $\equiv (1)^n \pmod{10}$

  $\equiv 1 \pmod{10}$

  ➔ et aussi :

  Conjecture : $7^{4n+3} \equiv 3 \pmod{10}$

  Démonstration :

  $7^{4n+3} \equiv (7^4)^n\, 7^3 \pmod{10}$

  $\equiv (2401)^n\, 343 \pmod{10}$

  $\equiv (1)^n\, 3 \pmod{10}$

  $\equiv 3 \pmod{10}$

  Comme $12 = 4 \cdot 3$ est de la forme 7^{4n}, le dernier chiffre de 7^{12} est bien 1

  ➔ Remarque : on peut aussi démontrer ce genre de conjecture par récurrence.

- Méthode 3

  $7^{12} = 7^4.7^4.7^4 = 2401^3$.

  Le produit de nombres qui se terminent par 1 est un nombre qui se termine par 1 (thm qui se démontre) puis exploiter l'algorithme de la multiplication ou la distributivité comme fait ci-dessus : on n'a ainsi pas besoin du calcul modulo !

Commentaires pour le maître (activité 16)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Comme il y a de nombreuses façons de démontrer le résultat, il faut anticiper le niveau des élèves pour savoir à quoi on veut arriver. Pour certains élèves, la différence entre un chiffre et un nombre n'est pas très claire Beaucoup d'élèves risquent de se trouver bloqués après avoir calculé les premières puissances de 7, ne mobilisant pas dans cette situation numérique leurs connaissances sur les règles des puissances Beaucoup d'élèves n'ont jamais constaté la périodicité du chiffre des unités des puissances d'un nombre et risquent de ne pas le voir dans les calculs qu'ils feront De même, ce qui est sous-jacent, à savoir l'écriture en base 10, peut également poser des difficultés
Proposition(s) de déroulement	Travail individuel, ou en binôme. Peut également se travailler par groupes : Énoncé élève à travailler en groupes de 3-4, demander aux élèves de réfléchir ensemble au problème posé et de rédiger en commun une acétate. Tirer au sort un élève par groupe pour présenter l'acétate du groupe à la classe. Discussion avec la classe Les énoncés peuvent être identiques ou différents pour chaque groupe. Après que tous les groupes aient présenté leurs résultats, le maître clarifie, hiérarchise, organise, amène les compléments théoriques et propose si nécessaire des exercices de consolidation
Prolongements possibles	7^{2006} cas plus simple où la périodicité apparaît mieux : 9^{12} , mais aussi tous les nombres se terminant par 9 ou 4 (périodicité 2)

Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 16)

Ce que l’élève devrait avoir retenu

- Différence entre chiffre et nombre
- Écriture en base 10
- Puissances entières positives : définition, propriétés
- Conjecture
- (Démontrer) selon le niveau des élèves

Penser si nécessaire à donner des exercices de consolidation.

Activité 17 « Grands nombres »

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Grands nombres
Sous-titre	Calculs avec des grands nombres à l'aide de la calculatrice
Degré(s) concerné(s)	10PO – toutes filières
Durée estimée	1 ou 2 périodes de 45 minutes
Résumé	Manipuler des grands nombres issus de différentes situations réelles à l'aide de la calculatrice.
Contexte d'usage de la calculatrice	EXECUTER
Contenus et compétences mathématiques visés	Puissances positives de 10 – consolidation et/ou approfondissement Écriture scientifique Valeur exacte – valeur approchée Modélisation Utilisation correcte de la calculatrice pour minimiser la propagation d'erreurs Utilisation d'une notation appropriée
Prérequis	Puissances positives de 10 Utilisation de l'écriture scientifique Savoir calculer une racine carrée et une racine cubique (seul. pour ex 5b et c)
Mots-clés	puissance, approximation, modélisation
Source	Source : rapport Kahane, annexe rapport calcul, adapté par Laura Weiss

Énoncé élève (activité 17)

1) **Le volume de la lune**
   Calculer le volume de la Lune en sachant que son rayon est de 1800 km.
   Rappel : le volume de la sphère est donné par V = 4/3• π • r3

2) **L'étoile la plus proche**
   Calculer la distance du soleil à Proxima du Centaure – l'étoile la plus proche - en sachant qu'un rayon lumineux met environ 4 ans pour nous parvenir de cette étoile et que la vitesse de la lumière vaut approximativement 300'000 km/s.

3) **Ça grouille !**
   Calculer le nombre de bactéries qu'on aura dans un bouillon de culture à partir d'une seule bactérie après un jour de travail du laboratoire (12 heures), en sachant que les bactéries se reproduisent par mitose toutes les 20 minutes approximativement.

4) **Que de secondes !**
   Combien s'est-il écoulé de secondes depuis le Big Bang, sachant que celui-ci se serait produit il y a environ 15 milliards d'années ?

5) **L'humanité en boîte**
   a) Calculer la superficie totale de la Terre, sachant que son diamètre (moyen) est de 12756 km. Rappel : la surface d'une sphère est donnée par $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$
   b) Si on voulait placer toute l'humanité dans un gigantesque terrain carré à raison de $1m^2$ par individu, quelle serait la taille en kilomètres de ce carré ?
      Indication : on estime la population terrestre à environ 6,5 milliards d'individus.
   c) Si on voulait placer toute l'humanité dans un gigantesque cube en supposant qu'une personne occupe 0,5 m^3, quelle devrait être l'arête de ce cube, en kilomètres ?
   d) Si on répartissait également toute l'humanité sur l'espace des terres émergées, soit environ 510 millions de km^2, de quel espace disposerait chaque individu ?

- On peut préciser l'énoncé ainsi :
  «Donner un résultat exact et arrondi au centième. »*
  «Donner un résultat dans telle ou telle unité. »

- On peut supprimer l'exercice 5c) si on ne veut pas travailler avec une racine cubique.

- On peut modifier l'énoncé en ne donnant aucune constante et en demandant aux élèves de les trouver eux-mêmes, soit dans des livres, soit sur Internet.

*On peut demander aux élèves d'évaluer l'effet des approximations dans les données par exemple vitesse de la lumière ou le rayon de la Lune (« initiation au calcul d'erreur »)

Corrigé détaillé (activité 17)

Remarques

- on prendra soin de différencier les notations pour les valeurs exactes lorsque cela est possible et les valeurs approchées.
- on utilisera la touche $\boxed{\pi}$ sur la calculatrice et non 3,14.
- on prendra garde de trouver le résultat avec la calculatrice sans étape intermédiaire afin de minimiser la propagation des erreurs.

1) Le volume de la lune

$V = 4/3 \cdot \pi \cdot (1800)^3$

$\cong 2{,}44 \cdot 10^{10}$ km

2) L’étoile la plus proche

$d = 300000 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 4$

$\cong 3{,}78 \cdot 10^{13}$ km

3) Ça grouille !

$n = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2$ (autant de fois 2 qu’il y a de périodes de 20 minutes dans 12 h)

$= 1 \cdot 2^{12 \bullet 3}$

$\cong 6{,}87 \cdot 10^{10}$ bactéries

4) Que de secondes !

$t = 15 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$

$\cong 4{,}73 \cdot 10^{17}$ secondes

5) L’humanité en boîte

a) $A = 4 \cdot \pi \cdot 12756^2$

$\cong 2{,}04 \cdot 10^9$ m^2

b) Si on compte 6.5 milliards d’humains (2006) et 1 m^2 par personne :

$A = 6{,}5 \cdot 10^9$ m^2

$\sqrt{6{,}5 \cdot 10^9} \cong 8{,}06 \cdot 10^5$ m^2

donc un carré d’environ $8{,}06 \cdot 10^5$ mètres de côté, ou encore d’environ 806 km de côté.

c) $V = 6{,}5 \cdot 10^9 \cdot 0{,}5$

$= 3{,}25 \cdot 10^9 \text{ m}^3$

$\sqrt[3]{3{,}25 \cdot 10^9} \cong 1{,}48 \cdot 10^3 \text{ m}^3$

donc un cube d'environ $1{,}48 \cdot 10^3$ mètres de côté, ou encore d'environ 1,48 km de côté.

d) $A = 510 \cdot 10^6 / 6{,}5 \cdot 10^9$

$\cong 0{,}078 \text{ km}^2$

donc chaque individu disposerait d'environ 0,078 km^2, soit environ 78000 m^2, ce qui met à disposition de chacun un carré de 280 m de côté.

Commentaires pour le maître (activité 17)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l’activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Selon le niveau des élèves de 10PO, il peut s’agit d’une activité de révision, de consolidation ou de (re)découverte Il s’agit de discuter les différentes écritures possibles avec la calculatrice et de leurs sens respectifs : 10 ^ 9 ou 10 EE 9 (écriture scientifique) Certains élèves vont utiliser 3,14 pour Pi, d’autres la touche Pi de la calculatrice -> discussion possible sur valeur exacte/valeur approchée Pour « L’humanité en boîte », il faut savoir calculer une racine carrée, puis cubique (si c’est trop difficile, on peut supprimer cet exercice) Il y a un travail possible autour des différents arrondis possibles et des notations appropriées pour différencier valeur exacte et approchée Il y a un travail nécessaire autour des changements d’unités On peut discuter de la façon d’effectuer les calculs « en cascade », soit en arrondissant à chaque étape (avec une propagation des erreurs), soit en essayant d’obtenir le résultat le plus proche possible de la valeur exacte Discussions recommandées aussi autour des données choisies, des résultats trouvés et des situations explorées …
Proposition(s) de déroulement	Travail individuel, ou en binôme. Peut également se travailler par groupes : Énoncé élève à travailler en groupes de 3-4, demander aux élèves de réfléchir ensemble au problème posé et de rédiger en commun une acétate. Tirer au sort un élève par groupe pour présenter l'acétate du groupe à la classe. Discussion avec la classe Les énoncés peuvent être identiques ou différents pour chaque groupe. Après que tous les groupes aient présenté leurs résultats, le maître clarifie, hiérarchise, organise, amène les compléments théoriques et propose si nécessaire des exercices de consolidation On peut donner les constantes ou demander aux élèves de les chercher (tables, libres, Internet, …).

Prolongements possibles	Ajouter des exercices similaires avec des très petits nombres -> travail sur les puissances négatives ; selon le niveau des élèves, cela pourrait alors devenir une activité de découverte. Possible également de continuer avec d'autres bases, ou avec des puissances fractionnaires.
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 17)

Ce que l'élève doit avoir retenu

- puissances entières positives : définition, manipulations, propriétés
- les différentes écritures possibles pour les puissances avec la calculatrice et leur sens : 10 ^ 9 ou 1 EE 9 (écriture scientifique)
- différence entre valeur exacte et valeur approchée ; notations appropriées
- différents arrondis pour les valeurs approchées
- modélisation
- changements d'unités : de temps, de longueur, d'aire, de volume, …
- la façon d'effectuer les calculs si possible sans étape intermédiaire pour minimiser la propagation d'erreurs
- racines carrées et cubiques : définitions, propriétés

Penser si nécessaire à donner des exercices de consolidation.

Activité 18 « Quelle période ! »

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Quelle période !
Sous-titre	Déterminer la période – parfois très longue ! - de nombres rationnels simples
Degré(s) concerné(s)	10PO/11PO – toutes filières
Durée estimée	1 ou 2 périodes de 45 minutes
Résumé	Il s'agit de trouver la période de nombres rationnels. Parfois, elle est évidente, d'autres fois, elle est un peu plus compliquée mais la calculatrice la donne sans difficultés. Par contre, dans d'autres cas encore, correspondant à des fractions qui peuvent être simples - par exemple $\frac{3}{17}$ - la période est très longue, et même la machine ne permet pas de l'obtenir immédiatement. Comment faire alors ?
Contexte d'usage de la calculatrice	APPROFONDIR
Contenus et compétences mathématiques visés	Fractions - Nombres rationnels – Lien entre les deux Période Division euclidienne avec reste
Prérequis	Calcul de fraction Algorithme de la division de deux entiers
Mots-clés	fractions - nombre rationnel – période - division euclidienne avec reste
Source	Jean-Marie Delley

Énoncé élève (activité 18)

1. Quelle est la période de $\frac{2}{3}$?
2. Que répond la machine lorsqu'on lui demande de calculer $\frac{2}{3}$? Interpréter le résultat.
3. Quelle est la période de $\frac{4}{7}$?
4. On s'intéresse maintenant à la période de $\frac{3}{17}$
   a. Quelle est la réponse de la machine ?
   b. Comment expliquer que l'on trouve une deuxième fois le chiffre 7 sans que cela signifie la fin de la période ?
   c. Comment trouver la période de $\frac{3}{17}$?

Corrigé détaillé (activité 18)

1. $\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots = 0{,}\overline{6}$; sa période est donc « 6 »
   Discussion possible sur le sens du symbole « = » dans ce contexte … (voir annexe)

2. $\frac{2}{3} = 0{,}666666667$
   La calculatrice affiche les résultats avec dix chiffres et arrondit.

3. $\frac{4}{7} = 0{,}571428571\ldots = 0{,}\overline{571428}$; sa période est donc « 571428 »

4.
   a. $\frac{3}{17} = 0{,}176470588\ldots =$???

   b. On est ici confronté à une fausse idée classique : dès qu'on a trouvé une répétition d'un chiffre dans le quotient, on peut s'arrêter car la période est forcément trouvée. C'est vrai si le dénominateur de la fraction est un entier <10 (voir plus bas), mais faux dans en général. Dans notre cas, il s'agit d'effectuer la division euclidienne avec reste de 3 par 17, puis les divisions des restes successifs par 17 jusqu'à arriver à la répétition d'un reste déjà rencontré ; c'est seulement ainsi qu'on aura déterminé la période. Tous les restes étant compris entre 0 et 16 (cf. la définition de la division euclidienne avec reste – voir annexe), il y a 17 possibilités, la longueur maximale de la période sera donc de 17.
   On peut trouver deux fois le chiffre 7 dans la période car on divise par un nombre supérieur à 9 : deux numérateurs différents peuvent donner le même quotient (mais bien sûr pas le même reste !) lors de la division par 17 ; par exemple, 130 : 17 donne un quotient de 7 et un reste de 13 et 120 : 17 donne un quotient de 7 et un reste de 1 !
   Cela n'est pas possible si le dénominateur est <10. Dans ce cas, les restes seront forcément tous <10, et on ne pourra pas avoir deux dizaines différentes (10 fois le reste précédent) qui donnent deux quotients égaux mais pas le même reste lors de la division par ce dénominateur.
   Illustration dans le cas d'un dénominateur égal à 7 :
   on aurait : $10 \cdot n = q \cdot 7 + r_1$ et $10 \cdot m = q \cdot 7 + r_2$
   c. à d. : $10 \cdot n - r_1 = 10 \cdot m - r_2$
   donc : $10 \cdot (n - m) = r_2 - r_1$

   D'où : 10 diviserait $r_2 - r_1$, avec r_1 et r_2 deux entiers positifs inférieurs à 10 ; ce qui est impossible, sauf si $r_2 - r_1 = 0$, c. à d. $r_2 = r_1$

c. $3 = 0 \cdot 17 + 3$ (quotient : 0 / reste : 3)
$30 = 1 \cdot 17 + 13$ (quotient : 1 / reste : 13)
$130 = 7 \cdot 17 + 11$ (quotient : **7** / reste : 11)
$110 = 6 \cdot 17 + 8$ (quotient : 6 / reste : 8)
$80 = 4 \cdot 17 + 12$ (quotient : 4 / reste : 12)
$120 = 7 \cdot 17 + 1$ (quotient : **7** / reste : 1)
$10 = 0 \cdot 17 + 10$ (quotient : 0 / reste : 10)
$100 = 5 \cdot 17 + 15$ (quotient : 5 / reste : 15)
$150 = 8 \cdot 17 + 14$ (quotient : 8 / reste : 14)
$140 = 8 \cdot 17 + 4$ (quotient : 8 / reste : 4)
$40 = 2 \cdot 17 + 6$ (quotient : 2 / reste : 6)
$60 = 3 \cdot 17 + 9$ (quotient : 3 / reste : 9)
$90 = 5 \cdot 17 + 5$ (quotient : 5 / reste : 5)
$50 = 2 \cdot 17 + 16$ (quotient : 2 / reste : 16)
$160 = 9 \cdot 17 + 7$ (quotient : 9 / reste : 7)
$70 = 4 \cdot 17 + 2$ (quotient : 4 / reste : 2)
$20 = 1 \cdot 17 + 3$ (quotient : 1 / reste : 3) -> reste déjà trouvé -> on recommence

$3 = 0 \cdot 17 + 3$ (quotient : 0 / reste : 3)
$30 = 1 \cdot 17 + 13$ (quotient : 1 / reste : 13)
…
donc $\frac{3}{17} = 0,\overline{1764705882352941}$

Avec la machine, on peut accélérer un peu ce processus :

[2nd] [MATH] ◄ [ENTER] (c.-à-d. choisir REMAINDER)

3 [2nd] [,] 17 [ENTER] (c.-à-d. le reste de la division de 3 par 17)

[×] 10

[2nd] [MATH] ◄ [ENTER]

[2nd] [ANS] [2nd] [,] 17 [ENTER]

[×] 10

etc. …

peut encore être amélioré via la programmation des touches [►OP1] et [OP2]

Commentaires pour le maître (activité 18)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l’activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Certains élèves auront peut-être paramétré leur machine en mode calcul de fraction ! Il faut être attentif à ce qui ce passe en fin d’affichage de la machine, car c’est là qu’elle arrondit Pour effectuer une division euclidienne avec reste, on peut procéder totalement à la main, sous-traiter la liste des calculs à la machine, ou utiliser la touche division euclidienne de la machine On peut aborder ce type de problème de façon assez théorique (voir la correction); selon le niveau des élèves et les objectifs, on développera cet aspect ou on restera plus « calculatoire »
Proposition(s) de déroulement	Travail individuel, ou en binôme. Peut également se travailler par groupes : Énoncé élève à travailler en groupes de 3-4, demander aux élèves de réfléchir ensemble au problème posé et de rédiger en commun une acétate. Tirer au sort un élève par groupe pour présenter l'acétate du groupe à la classe. Discussion avec la classe Après que tous les groupes aient présenté leurs résultats, le maître clarifie, hiérarchise, organise, amène les compléments théoriques et propose si nécessaire des exercices de consolidation
Prolongements possibles	Travailler de façon semblable avec d'autres fractions. Quantité de développements possibles avec des exercices de théorie des nombres. Parler de nombres irrationnels – démontrer l’irrationalité de racine de 2. Possibilité de faire le lien avec la division polynomiale.
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 18)

Ce que l’élève doit avoir retenu

- Fraction : définition
- Nombre rationnel : définition
- Lien entre fraction et nombre rationnel
- Division euclidienne avec reste
- Algorithme de division de deux entiers
- Recherche de périodes

Penser si nécessaire à donner des exercices de consolidation.

Activité 19 « A la recherche de $\sqrt{8}$ »

Fiche de présentation

Titre de l'activité	A la recherche de $\sqrt{8}$
Sous-titre	Approximations de $\sqrt{8}$ avec une calculatrice
Degré(s) concerné(s)	10PO-11PO / toutes filières
Durée estimée	1 à 3 périodes de 45 minutes
Résumé	Travail autour de $\sqrt{8}$ pour faire prendre conscience de l'existence d'un développement décimal complexe ni fini ni périodique, d'où la difficulté de représenter ce type de nombre avec la calculatrice, mais aussi de le concevoir. Cette activité peut « naturellement » être suivie de l'activité « De simples racines »
Contexte d'usage de la calculatrice	APPROFONDIR
Contenus et compétences mathématiques visés	Racines carrées : définition, manipulation avec une machine Développement décimal fini, infini périodique ou pas Distinguer une valeur exacte d'une valeur approchée Développer le regard critique à porter sur ses résultats (fournis par une machine mais aussi en général)
Prérequis	Racines carrées Développements décimaux Approximations
Mots-clés	racine carrée, développement décimal, approximation
Source	Base : IUFM Paris (http://maths.creteil.iufm.fr/second_degre/module_info/calculatrice_college.htm#_Toc21856478) Adaptation Jean-Marie Delley

Énoncé élève (activité 19)

1. Calculer $\sqrt{8}$ avec votre machine et noter le résultat sur une feuille.
   Appelons x ce nombre.
2. Introduire ce nombre x à la calculatrice et calculer x^2.
   Que peut-on déduire de ce résultat sur la fiabilité du résultat obtenu en a) ?
3. $\sqrt{8}$ est-il égal à 2 ? Justifier.
4. $\sqrt{8}$ est-il égal à 3 ? Justifier.
5. Trouver un encadrement de $\sqrt{8}$ au millième près (c'est-à-dire deux nombres a et b tels que $a < \sqrt{8} < b$ et $b - a \leq 10^{-3}$.
6. Quel est l'encadrement le plus précis possible que fournit votre machine ?
7. Effectuer les opérations suivantes avec la machine :
   calculer la racine carré de 8, puis directement mettre le résultat au carré.
   Que conclure du résultat fourni par la machine ?
8. Finalement, quelle est la valeur exacte de $\sqrt{8}$?

Corrigé détaillé

1. On obtient x = 2,828427125
2. Calculer $x^2 = (2,828427125)^2 = 8,0000000001$
   On peut en déduire que $\sqrt{8} \neq 2,828427125$
3. La définition de $\sqrt{8}$ est : $\sqrt{8}$ est un nombre positif dont le carré est égal à 8
   Argument : $2^2 = 4$, donc $2^2 \neq 8$, donc $\sqrt{8} \neq 2$.
4. La définition de $\sqrt{8}$ est : $\sqrt{8}$ est un nombre positif dont le carré est égal à 8
   Argument : $3^2 = 9$, donc $3^2 \neq 8$, donc $\sqrt{8} \neq 3$.
5. La machine donne $\sqrt{8} \cong 2,828427125$.
   On en déduit que : $2,828 < \sqrt{8} < 2,829$.

   Remarque : on utilise bien sûr ici le fait que la fonction racine carrée est continue et strictement croissante, mais il n’est probablement pas nécessaire d’en parler aux élèves pour qui cette déduction devrait être « naturelle ».
6. La machine donne $\sqrt{8} \cong 2,828427125$.
   On en déduit que : $2,82842712 < \sqrt{8} < 2,82842713$.

   Même remarque que ci-dessus.
7. On obtient 8 !
   La machine conserve pour ses calculs plus de décimales que pour l’affichage. Elle ne tombe donc pas dans le piège qu’on lui a tendu et peut proposer : $(\sqrt{8})^2 = 8$
8. Pour un nombre de cette nature, un irrationnel, toute écriture sous forme décimale finie est forcément une approximation de la valeur exacte, puisque celle-ci est infinie non périodique.
   Si veut manipuler $\sqrt{8}$ en conservant la valeur exacte, on est donc contraint de travailler avec la représentation symbolique $\sqrt{8}$; ceci est impossible avec des calculatrices simples, mais peut se faire avec d’autres types de machines ou d’ordinateurs !

Commentaires pour le maître (activité 19)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Des élèves auront probablement de la peine à manipuler les racines carrées avec la machine -> prévoir une révision de cette fonction de base si nécessaire Il n'est pas évident de bien comprendre la différence entre les exercices a)-b) et l'exercice g). Être attentif que les élèves comprennent les énoncés La définition mathématique de la racine carrée est souvent mal connue -> à retravailler, en particulier en insistant sur le fait qu'une racine carrée de a est le nombre réel **positif** b tel que $b^2 = a$. Tout un travail possible autour des différentes approximations possibles Lien possible avec la démonstration de l'irrationalité de $\sqrt{8}$ (ou de $\sqrt{2}$)
Proposition(s) de déroulement	Travail individuel, ou en binôme. Peut également se travailler par groupes : Énoncé élève à travailler en groupes de 3-4, demander aux élèves de réfléchir ensemble au problème posé et de rédiger en commun une acétate. Tirer au sort un élève par groupe pour présenter l'acétate du groupe à la classe. Discussion avec la classe Après que tous les groupes aient présenté leurs résultats, le maître clarifie, hiérarchise, organise, amène les compléments théoriques et propose si nécessaire des exercices de consolidation
Prolongements possibles	Cette activité peut « naturellement » être directement suivie de l'activité « De simples racines » Travailler de façon semblable avec d'autres nombres irrationnels (autres racines carrées ou cubiques, Pi, …) Poursuivre la découverte des irrationnels Poursuivre la réflexion sur les limites du calcul avec une machine (quelle qu'elle soit !) -> voir l'activité « Limites-machine »
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 19)

Ce que l'élève doit avoir retenu

- racine carrée : définition
- nombres rationnels vs irrationnels
- développements décimaux finis, infinis périodiques ou infinis non périodiques
- irrationalité des racines carrées (sauf pour les racines de carrés parfaits)
- approximation, estimation, encadrement, arrondis
- statut d'un nombre irrationnel dans une machine
- selon le niveau des élèves : démonstration de l'irrationalité de $\sqrt{8}$ (ou de $\sqrt{2}$)

Penser si nécessaire à donner des exercices de consolidation.

Activité 20 « De simples racines»

Fiche de présentation

Titre de l'activité	De simples racines
Sous-titre	Manipulations de racines carrées avec et sans calculatrice
Degré(s) concerné(s)	10PO-11PO / toutes filières
Durée estimée	2 à 3 périodes de 45 minutes
Résumé	On utilise la calculatrice pour conjecturer un résultat autour de racines carrées, puis on manipule ces nombres algébriquement pour démontrer la conjecture. Cette activité suit « naturellement » l'activité « A la recherche de $\sqrt{8}$ ».
Contexte d'usage de la calculatrice	APPROFONDIR
Contenus et compétences mathématiques visés	Racines carrées : définition, manipulation avec une machine, manipulation algébrique Nombres irrationnels, développement décimal fini, infini périodique ou pas Distinguer une valeur exacte d'une valeur approchée Conjecturer d'après des observations calculatoires Démontrer une conjecture simple Développer le regard critique à porter sur ses résultats (fournis par une machine mais aussi en général)
Prérequis	Racines carrées Développements décimaux, approximations Connaître et avoir pratiqué les concepts de conjecture et de démonstration (si ce n'est pas le cas, on peut utiliser cette activité pour introduire ces concepts)
Mots-clés	racine carrée, nombre irrationnel, approximation, calcul algébrique, conjecture, démonstration
Source	Base : IUFM Paris (http://maths.creteil.iufm.fr/second_degre/ module_info/calculatrice_college.htm#_Toc21856478) Adaptation Jean-Marie Delley

Énoncé élève (activité 20)

1. Calculer avec votre machine $\sqrt{8}-\sqrt{7}$, puis $\frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{7}}$.
   - Quelle fiabilité ont ces résultats ?
   - Que peut-on conjecturer quant à la comparaison de ces deux nombres ?
   - Peut-on démontrer cette conjecture ?
2. Peut-on généraliser la conjecture établie en 1. et la démontrer.

Corrigé détaillé (activité 20)

1. $\sqrt{8} - \sqrt{7} \cong 0.182675813$ et $\dfrac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{7}} \cong 0.182675813$

- Comme le calcul effectué par la machine est approché, on ne peut être sûr que ces deux nombres soient égaux, il ne s'agit donc que d'une conjecture
- Conjecture : $\sqrt{8} - \sqrt{7} = \dfrac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{7}}$
- Démonstration :

$$\begin{aligned}
\sqrt{8} - \sqrt{7} &= (\sqrt{8} - \sqrt{7})\frac{\sqrt{8}+\sqrt{7}}{\sqrt{8}+\sqrt{7}} \\
&= \frac{\sqrt{8}-\sqrt{7}}{1}\,\frac{\sqrt{8}+\sqrt{7}}{\sqrt{8}+\sqrt{7}} \\
&= \frac{(\sqrt{8}-\sqrt{7})(\sqrt{8}+\sqrt{7})}{1\cdot(\sqrt{8}+\sqrt{7})} \\
&= \frac{\sqrt{8}^2-\sqrt{7}^2}{\sqrt{8}+\sqrt{7}} \\
&= \frac{8-7}{\sqrt{8}+\sqrt{7}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{7}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\sqrt{8} - \sqrt{7} = \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{7}} \\
&\Leftrightarrow (\sqrt{8} - \sqrt{7})(\sqrt{8} + \sqrt{7}) = 1 \\
&?\ \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{7}}(\sqrt{8} + \sqrt{7}) \\
&\Leftrightarrow (\sqrt{8} - \sqrt{7})(\sqrt{8} + \sqrt{7}) = 1 \\
&\Leftrightarrow (\left(\sqrt{8}\right)^2 - \left(\sqrt{7}\right)^2 = 1 \\
&\Leftrightarrow 8 - 7 = 1 \\
&\Leftrightarrow 1 = 1
\end{aligned}$$

2. Conjecture : Soit n un entier positif. Alors on a : $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

3. Démonstration :

$$\begin{aligned}
\sqrt{n+1} - \sqrt{n} &= (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})\frac{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} \\
&= \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{1}\,\frac{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} \\
&= \frac{(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}{1\cdot(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})} \\
&= \frac{\sqrt{n+1}^2-\sqrt{n}^2}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} \\
&= \frac{(n+1)-n}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}
\end{aligned}$$

Remarque : la démonstration est aussi valable pour des valeurs de n non entières ($n \in R_+^*$)

Commentaires pour le maître (activité 20)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	La définition mathématique de la racine carrée est souvent mal connue -> à retravailler, en particulier en insistant sur le fait qu'une racine carrée de a est <u>le</u> nombre réel **positif** b tel que $b^2 = a$. Les concepts de conjecture et de démonstration ne sont pas anodins ; soit ils ont déjà été travaillés et les élèves peuvent comprendre l'énoncé, soit on peut utiliser cette activité pour introduire ces concepts auprès des élèves en discutant l'activité directement avec tous les élèves en classe. Les élèves peuvent avoir de la difficulté à introduire $\sqrt{8}$ - $\sqrt{7}$ et encore plus $\frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{7}}$ à la calculatrice. Lien possible avec la démonstration de l'irrationalité de $\sqrt{8}$ (de $\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$,...) Le passage à la forme algébrique (généralisation) peut également poser des difficultés spécifiques. Là encore, soit les élèves y sont déjà habitués, soit on peut travailler avec eux ce passage à partir de cette activité
Proposition(s) de déroulement	Travail individuel, ou en binôme. Peut également se travailler par groupes : Énoncé élève à travailler en groupes de 3-4, demander aux élèves de réfléchir ensemble au problème posé et de rédiger en commun une acétate. Tirer au sort un élève par groupe pour présenter l'acétate du groupe à la classe. Discussion avec la classe Après que tous les groupes aient présenté leurs résultats, le maître clarifie, hiérarchise, organise, amène les compléments théoriques et propose si nécessaire des exercices de consolidation

Prolongements possibles	Cette activité peut « naturellement » être précédée par l'activité « A la recherche de $\sqrt{8}$ » Travailler de façon semblable avec d'autres calculs apparemment complexes mais dont le résultat est finalement très simple Poursuivre le travail de manipulation algébrique de racines Poursuivre le travail de conjecture et de démonstration Montrer les limites du calcul avec une machine (quelle qu'elle soit !)
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 20)

Ce que l'élève devrait avoir retenu

- racine carrée : définition
- propriétés des racines carrées
- nombres rationnels vs irrationnels
- développements décimaux finis, infinis périodiques ou infinis non périodiques
- irrationalité des racines carrées (sauf pour les racines de carrés parfaits)
- multiplication par le conjugué
- manipulations algébriques de racines
- statut d'un nombre irrationnel dans une machine
- selon le niveau des élèves : démonstration de l'irrationalité de $\sqrt{8}$ (ou de $\sqrt{2}$)

Penser si nécessaire à donner des exercices de consolidation.

Activité 21 « Premier de cordée »

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Premier de cordée
Sous-titre	Étude de la valeur de l'expression $n^2 + n + 41$ pour des n successifs.
Degré(s) concerné(s)	10PO/11PO – toutes filières
Durée estimée	1 ou 2 périodes de 45 minutes
Résumé	Étude de la valeur de l'expression $n^2 + n + 41$ pour des n successifs. Toutes les premières valeurs de n donnent des résultats premiers, ce qui amène à conjecturer que $n^2 + n + 41$ est premier pour toute valeur de n. Cela est faux ! Il ne suffit pas d'exhiber des exemples pour démontrer une conjecture !
Contexte d'usage de la calculatrice	APPROFONDIR
Contenus et compétences mathématiques visés	Nombres premiers Utilisation d'un tableau de valeurs pour organiser des résultats Conjecture Statut du vrai et du faux en mathématique, contre-exemple, démonstration Conjecturer d'après des observations calculatoires Démontrer une conjecture simple
Prérequis	Nombres premiers Calcul algébrique
Mots-clé	nombre premier – conjecture – contre-exemple – démonstration - théorème
Source	Classique Adaptation : Jean-Marie Delley

Énoncé élève(activité 21)

On considère l'expression $n^2 + n + 41$, pour n un entier naturel.

1. Calculer la valeur de cette expression pour n = 1, 2, 3, 4 et 5.
Noter les résultats dans le tableau ci-dessous :

n	1	2	3	4	5
$n^2 + n + 41$					

2. Que pouvez-vous observer quant aux propriétés qu'ont ces nombres ?
3. Énoncer une conjecture à ce sujet.
4. Poursuivre l'exploration avec d'autres nombres pour infirmer ou conforter votre conjecture.
5. Cette conjecture est-elle vraie ? Justifier.

Remarque : si on veut éviter de parler de la notion de nombre premier, ou qu'on trouve difficile de demander aux élèves de conjecturer, on peut remplacer cet énoncé par celui-ci :

Affirmation : Soit n un entier naturel. Alors tous les nombres de la forme n(n+1) sont divisibles soit par 3, soit par 5, soit par 7.

Corrigé détaillé (activité 21)

On considère l'expression $n^2 + n + 41$, pour n un entier naturel.

1. Calculer la valeur de cette expression pour n = 1, 2, 3, 4 et 5.
   Noter les résultats dans le tableau ci-dessous :

n	1	2	3	4	5
$n^2 + n + 41$	43	47	53	61	71

Remarque : on peut remplir ce tableau en utilisant la calculatrice de façon « classique », mais aussi en étant plus performant dans cette utilisation : en la « programmant » avec les opérateurs constants OP1 et OP2

2. Ces nombres sont tous premiers.
3. Conjecture : Soit n un entier naturel, alors $n^2 + n + 41$ est un nombre premier.
4.

n	6	7	8	9	10
$n^2 + n + 41$	83	97	113	131	151

5. Elle est fausse !
   Contre-exemple : si n = 41, alors $n^2 + n + 41 = 41^2 + 41 + 41 = 41\cdot(41+1+1) = 41\cdot 43$ est n'est donc pas premier.
   Remarque : il y a aussi 40 comme contre-exemple qui précède! Et les contre-exemples qui suivent ne sont pas seulement les multiples de 41. Cependant il peut être pertinent de montrer aux élèves que si on trouve un nombre p pour lequel le nombre $p^2 + p + 41$ est non premier, alors tous les multiples de p donnent aussi un nombre composé pour cette expression.

Commentaires pour le maître (activité 21)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Il est difficile d'anticiper le fait que les élèves découvrent ou non la propriété de primalité qu'on essaye de mettre en évidence ; si personne ne le fait, donner quelques éléments pour qu'ils pensent à cette caractéristique potentielle fondamentale de nombres entiers Les concepts de conjecture, contre-exemple et de démonstration ne sont pas anodins ; soit ils ont déjà été travaillés et les élèves peuvent comprendre l'énoncé, soit on peut utiliser cette activité pour introduire ces concepts auprès des élèves en discutant l'activité directement avec tous les élèves en classe. L'utilisation d'un tableau pour résumer des calculs est un outil méthodologique souvent utile.
Proposition(s) de déroulement	Travail individuel, ou en binôme. Peut également se travailler par groupes : Énoncé élève à travailler en groupes de 3-4, demander aux élèves de réfléchir ensemble au problème posé et de rédiger en commun une acétate. Tirer au sort un élève par groupe pour présenter l'acétate du groupe à la classe. Discussion avec la classe Après que tous les groupes aient présenté leurs résultats, le maître clarifie, hiérarchise, organise, amène les compléments théoriques et propose si nécessaire des exercices de consolidation
Prolongements possibles	Propriétés des nombres premiers Algorithmes pour la recherche de primalité, pour la factorisation Lien possible avec la cryptographie Autres conjectures, vraies ou fausses
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 21)

Ce que l’élève doit avoir retenu

- Nombre premier : définition
- Utilisation d’un tableau de valeurs pour organiser des résultats
- Statut du vrai et du faux en mathématique, contre-exemple, démonstration
- Conjecture – contre-exemple – démonstration - théorème
- Conjecturer d'après des observations calculatoires
- Démontrer une conjecture simple

Penser si nécessaire à donner des exercices de consolidation.

Activité 22 « Où sont les lapins ?»

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Où sont les lapins ?
Sous-titre	Étude de propriétés d'une suite de nombres (du type Fibonacci).
Degré(s) concerné(s)	10PO-11PO – toutes filières
Durée estimée	90 minutes
Résumé	Étude de suites du type a , b , a+b , a+2b , 2a+3b , 3a+5b pour des a et b différents. Pour quels n (n-1) est-il un diviseur de la somme des n premiers termes de la suite ? Suites possibles vers Fibonacci (d'où les lapins ! – voir annexe), le nombre d'or, les liens avec la nature …
Type d'usage de la calculatrice	EXECUTER
Contenus mathématiques visées	Nombres entiers, diviseurs, multiples Suite de nombres entiers Abstraction mathématique Généralisation algébrique Démarche mathématique : conjecture, démonstration
Prérequis	Calcul numérique, diviseurs, multiples Calcul algébrique
Mots-clé	Nombre entier – suite - Fibonacci – conjecture – démonstration
Source	Classique Adaptation : Jean-Marie Delley

Énoncé élève (activité 22)

1. Choisir deux nombres entiers a et b quelconques. (Choisissez deux .. de votre choix)
2. Calculer leur somme.
   On a une suite de trois nombres a, b et a+b.
3. Le quatrième nombre de cette suite est obtenu comme somme des deux précédents (le troisième et le deuxième), puis le cinquième, comme somme du troisième et du quatrième, et ainsi de suite jusqu’au dixième terme de la suite. Calculer-les tous.
4. Comparer la somme des six premiers nombres de la suite (termes) des nombres avec le cinquième terme.
   Comparer votre remarque à celle de vos voisins.
5. Énoncer une conjecture qui généraliserait ce qui a été observé en 4. pour la somme des six premiers termes.
6. Peut-on démontrer cette conjecture ?
7. Comparer la somme des dix premiers nombres de la suite nombres avec le neuvième.
   La propriété observée en 4. est-elle toujours valable ?
8. La somme des dix premiers nombres est-elle divisible par un autre des n premiers termes de la suite ?
9. Pourquoi ce titre bizarre pour cet exercice ?

Corrigé détaillé (activité 22)

1. Par exemple a = 4 et b = 7.
2. a+b = 11.
   La suite est : 4, 7, 11.
3. 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, 322
4. La somme des six premiers nombres = 4+7+11+18+29+47 = 116
   le cinquième terme = 29
   On observe que 29 est un diviseur de 116 (116 = 4*29).

   Quel que soit le choix de a et b initial, on observe la même propriété.
5. Conjecture : Dans une suite du type a , b , a+b , a+2b , 2a+3b , 3a+5b , 5a+8b , …, où a et b sont des entiers, la somme des six premiers termes est toujours un multiple du ~~le~~ cinquième terme.
6. La suite générale : a , b , a+b , a+2b , 2a+3b , 3a+5b , 5a+8b , …
   La somme des six premiers termes = 8a +12b = 4(2a + 3b).
   Il s'agit bien d'un multiple du cinquième terme 2a + 3b.
7. La série correspondante (le nième terme de la série est la somme des n premiers termes de la suite) :

terme n°	1	2	3	4	5	6	7	…
suite	a	b	a+b	a+2b	**2a+3b**	3a+5b	5a+8b	…
série	a	a+b	2a+2b	3a+4b	5a+7b	**8a+12b**	13a+20b	…

terme n°	8	9	10	11	12	13	14	…
suite	8a+ 13b	13a+ 21b	21a+ 34b	34a+ 55b	55a+ 89b	89a+ 144b	144a+ 233b	…
série	21a+ 33b	34a+ 54b	55a+ 88b	89a + 143b	144a+ 232b	233a+ 377b	377a+ 610b	…

   Non !
8. On observe que somme des 10 premiers termes 55a+88b = 11(5a + 8b) non par le 9ème, mais par le 7ème !

   On observe par exemple aussi que 2a + 2b = 2(a+b), donc que la somme des 3 premiers termes est toujours divisible par le 3ème.
9. Poursuivre par une présentation de Fibonacci (d'où les lapins !), le nombre d'or, les liens avec la nature …(voir annexe)

Commentaires pour le maître (activité 22)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Bien faire comprendre que chaque élève ou groupe d'élève va choisir des a et b différents pour commencer la suite, et qu'on pourra alors comparer les résultats de chacun
Proposition(s) de déroulement	Travail individuel, ou en binôme. Peut également se travailler par groupes : Énoncé élève à travailler en groupes de 3-4, demander aux élèves de réfléchir ensemble au problème posé et de rédiger en commun une acétate. Tirer au sort un élève par groupe pour présenter l'acétate du groupe à la classe. Discussion avec la classe Après que tous les groupes aient présenté leurs résultats, le maître clarifie, hiérarchise, organise, amène les compléments théoriques et propose si nécessaire des exercices de consolidation
Prolongements possibles	Étude des suites de Fibonacci et de leur propriétés, en particulier il est possible de démontrer que dans le cas particulier où a=b=1, alors F_{kn} est un multiple de Fn. Liens avec le nombre d'or. Voir le site de la Semaine des Mathématiques 2005 : http://wwwedu.ge.ch/cem
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 22)

Ce que l'élève doit avoir retenu

- Multiples, diviseurs, suite, série.
- Conjecture – contre-exemple – démonstration - théorème

Penser si nécessaire à donner des exercices de consolidation.

Activité 23 « Appliquons la trigo ! »

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Appliquons la trigo !
Sous-titre	Choix d'exercices d'application de la trigonométrie dans le triangle rectangle liés à des situations « réelles »
Degré(s) concerné(s)	10PO/11PO – toutes filières concernées par l'enseignement de la trigonométrie dans le triangle rectangle
Durée estimée	2, 3 ou 4 périodes de 45 minutes
Résumé	Choix d'exercices d'application de la trigonométrie dans le triangle rectangle liés à des situations « réelles »
Type d'usage de la calculatrice	EXECUTER, APPROFONDIR
Contenus mathématiques visées	Modélisation Trigonométrie dans le triangle rectangle : exercer, approfondir
Prérequis	Trigonométrie dans le triangle rectangle Connaissance de l'utilisation des fonctions trigonométriques avec la calculatrice
Mots-clé	Trigonométrie - triangle rectangle - modélisation
Source	Trigonométrie avec géométrie analytique, Swokowski et Cole, Ed. LEP Adaptation : Serge Picchione et Jean-Marie Delley

Énoncé élève (activité 23)

Exercices préparatoires : Connaissance des touches trigonométrie de la calculatrice

1. Calculer le sinus de 63 degrés et donner un résultat arrondi au millième.

2. Calculer le cosinus de 25 degrés et donner un résultat arrondi au centième.

3. Calculer la tangente de 25 degrés et donner un résultat arrondi au centième.

4. Quel est l’angle compris entre 0 et 90 degrés, dont le cosinus vaut 0.2015 ?

5. Quel est l’angle compris entre 0 et 90 degrés, dont la tangente vaut 2.2015 ?

Exercice 1

Quand le sommet de la tour Eiffel est vu d’une distance de 60 m de sa base, l’angle d’élévation est de 79,2°. Estimer la hauteur de la tour Eiffel au mètre près.

Exercice 2

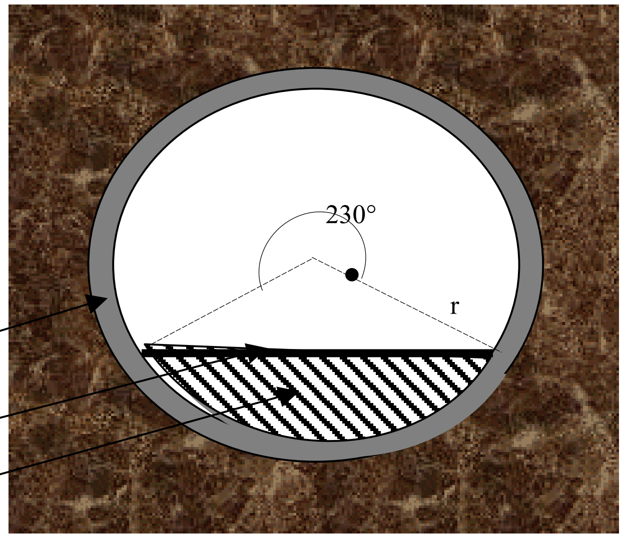
On doit percer un tunnel pour une nouvelle autoroute à travers une montagne de 3225 m de haut. A une distance de 2000 m de la base de la montagne, l’angle d’élévation est de 36°. Sur l’autre face, l’angle d’élévation à une distance de 1500 m de la base est de 60°.

Calculer la longueur du tunnel.

Exercice 3

La voûte d'un tunnel est un arc de cercle dont l'angle au centre vaut 230°. Le rayon du cercle intérieur est de 5 m et la longueur du tunnel de 2800 m.

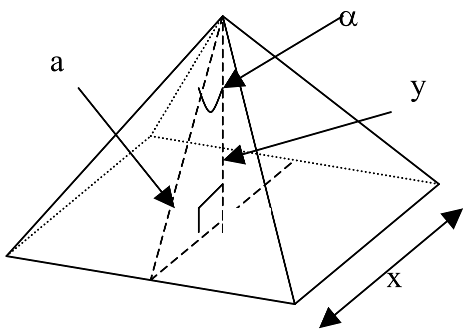
Calculer le volume de pierre en m^3, nécessaire au remblai du tunnel.



Coupe transversale du tunnel

Exercice 4

Les pyramides égyptiennes de Gizeh sont 3 pyramides droites à base carrée.



a) Calculer en fonction (à l'aide) de a et θ :

a.1) l’aire A des quatre faces triangulaires.

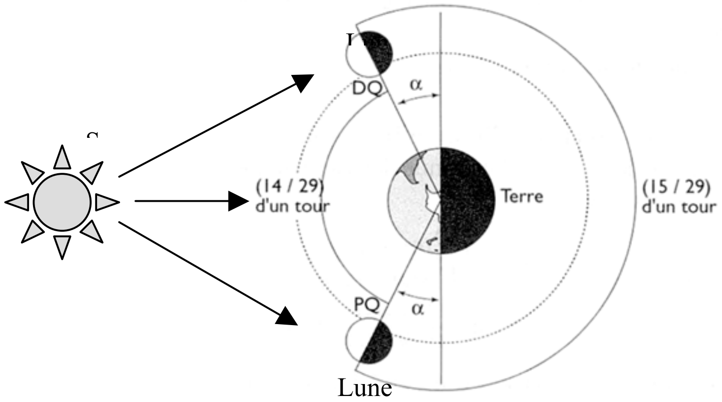
a.2) le volume V de la pyramide

(rappel : volume = aire de la base × hauteur / 3).

b) Calculer l’aire des quatre faces triangulaires, et le volume de la pyramide de Khéops :
a = 187 m et θ = 40°.

Exercice 5

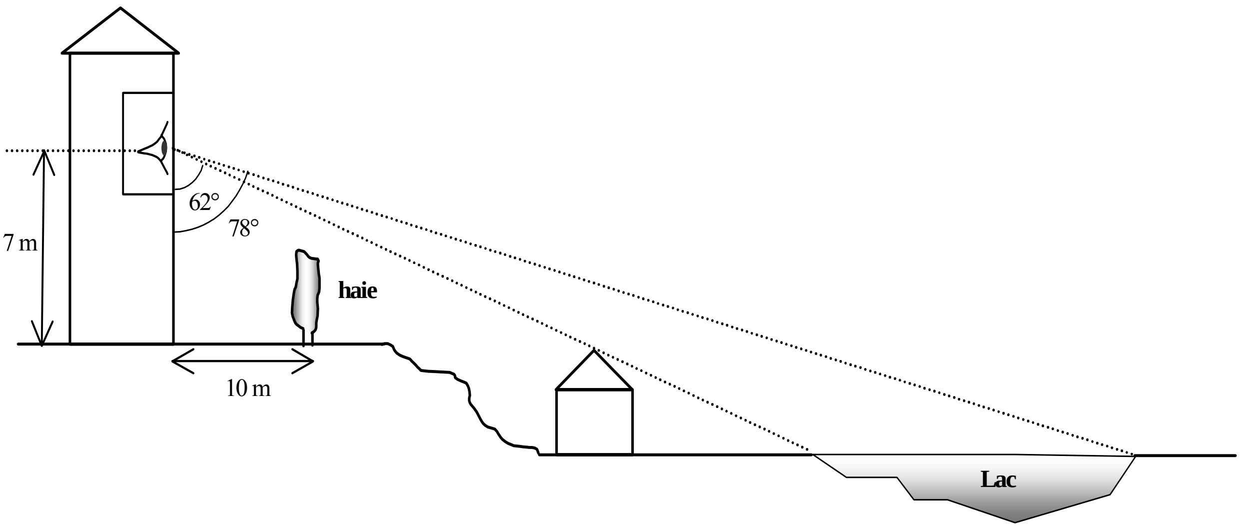
En considérant que la Lune met 15 jours pour passer du premier quartier PQ au dernier quartier DQ, et qu’elle en met 14 pour passer du dernier au premier quartier, déterminer la distance Terre-Soleil .(Distance Terre-Lune = 384'400 km.)



Exercice 6

Vous habitez au 2ème étage de l’immeuble dessiné ci-dessous. Actuellement, depuis la fenêtre, vous voyez le lac dans son intégralité. La loi autorise votre voisin à faire pousser sa **haie** de thuyas à une hauteur maximale de 2 [m] de haut.

Lorsque celle-ci aura atteint la hauteur maximale autorisée par la loi, risque-t-elle de cacher une partie du lac ? Justifier votre raisonnement par un schéma et des calculs.



Corrigé détaillé (activité 23)

1. [2nd] [TRIG] [ENTER]63[ENTER]
   Réponse : 0.891

   Si on veut un arrondi par la machine :
   [2nd][MATH]▶[ENTER]
   choisir : round

   [2nd] [ANS] [2nd] [,] 3 [ENTER]
   réponse : 0.891

   En un seul calcul :
   [2nd][MATH]▶[ENTER][2nd] [TRIG] [ENTER] 63) [2nd] [,] 3 [ENTER]

2. [2nd][MATH]▶[ENTER][2nd] [TRIG] ▶▶ [ENTER] 25) [2nd] [,] 2 [ENTER]
   Réponse : 0.91

3. [2nd][MATH]▶[ENTER][2nd] [TRIG] ▶▶▶▶ [ENTER] 25) [2nd] [,] 2 [ENTER]
   Réponse : 0.47

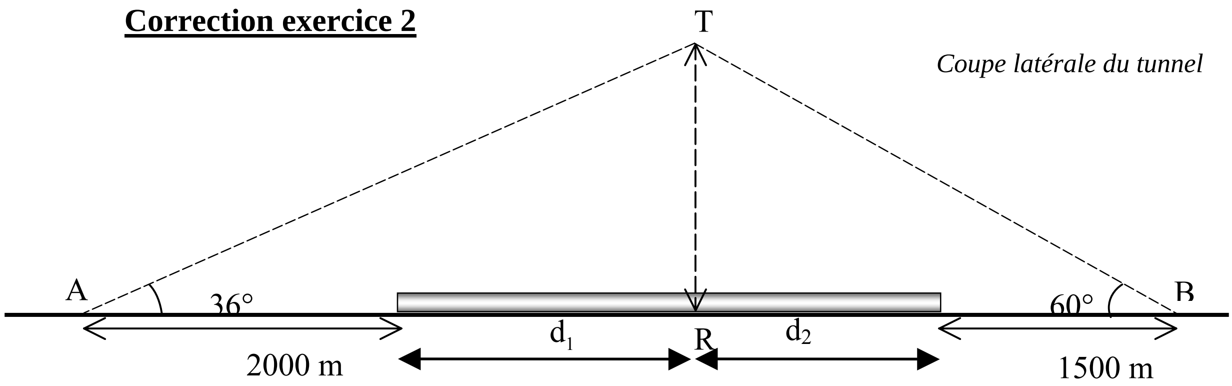
4. [2nd] [TRIG] ▶▶▶ [ENTER] .2015
   Réponse : environ 78,4 degrés

5. [2nd] [TRIG] ▶▶▶▶▶ [ENTER] 2.2015
   Réponse : environ 65,6

Correction exercice 1

$$\tan(79,2°) = \frac{h}{60} \Leftrightarrow h = 60 \cdot \tan(79,2°) \quad \Leftrightarrow \underline{h \cong 314,53 \text{ m}}$$

Correction exercice 2



$\tan(36°) = \dfrac{3225}{2000 + d_1}$ et $\tan(60°) = \dfrac{3225}{d_2 + 1500}$

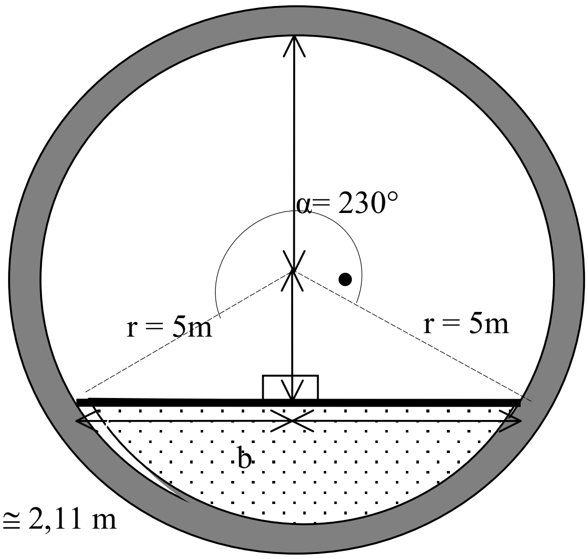
$\Rightarrow \left(2000 + d_1\right) \cdot \tan(36°) = 3225$ $\Rightarrow \left(1500 + d_2\right) \cdot \tan(60°) = 3225$

$\Rightarrow d_1 \cdot \tan(36°) + 2000 \cdot \tan(36°) = 3225$ $\Rightarrow d_2 \cdot \tan(60°) + 1500 \cdot \tan(60°) = 3225$

$\Rightarrow d_1 = \dfrac{3225 - 2000 \cdot \tan(36°)}{\tan(36°)}$ $\Rightarrow d_2 = \dfrac{3225 - 1500 \cdot \tan(60°)}{\tan(60°)}$

$\Rightarrow$ d1 $\cong$ 2438,8 m $\Rightarrow d_2 \cong \dfrac{626.9}{1.732} \cong 362$ m

Finalement, la longueur du tunnel est $d_1 + d_2 \cong \underline{2800 \text{ m}}$



Correction exercice 3

$2\beta + 230° = 360° \quad \Rightarrow \quad \beta = \dfrac{360° - 230°}{2} = 65°$

$\beta + \gamma + 90° = 180° \quad \Rightarrow \quad \gamma = 90° - \beta = 25°$

Trigo : $\sin\left(\gamma\right) = \dfrac{h_1}{r} \quad \Rightarrow \quad h_1 = r \cdot \sin\left(\gamma\right) = 5 \cdot \sin\left(25°\right) \cong 2{,}11$ m

$\cos(\gamma) = b/r \Rightarrow b = r \cos(\gamma) = 5 \cos(25°) \cong 4{,}53$m

Aire du segment circulaire = aire du secteur de disque (rayon r et angle 2β) – aire du triangle ABC :

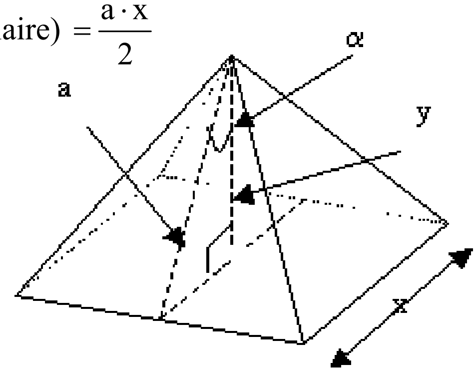
$$= \frac{130°}{360°} \cdot \pi \cdot r^2 - \frac{2 \cdot b \cdot h_1}{2} = \frac{130°}{360°} \cdot \pi \cdot 5^2 - \frac{\cancel{2} \cdot 4{,}53 \cdot 2{,}11}{\cancel{2}} \cong 18{,}79 \text{ m}^2$$

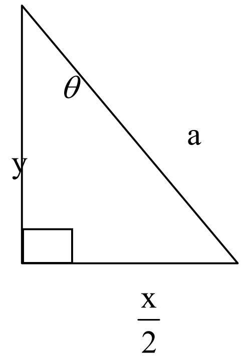
<u>Volume du remblai :</u> largeur du tunnel □ aire du segment circulaire :

$$2800 \text{x} 18{,}79 \cong 52601 \text{ m}^3$$

Correction exercice 4

a.1) Aire d’une face (triangulaire) $= \dfrac{a \cdot x}{2}$





Trigonométrie : $\sin(\theta) = \dfrac{\frac{x}{2}}{a}$

$\Rightarrow \dfrac{x}{2} = a \cdot \sin(\theta)$

$\Rightarrow x = 2 \cdot a \cdot \sin(\theta)$

Donc l’aire d’une face (triangulaire) $= \dfrac{a \cdot 2 \cdot a \cdot \sin(\theta)}{2} = a^2 \cdot \sin(\theta)$

Finalement : Aire totale (4 faces triangulaires) $= \boxed{4 \cdot a^2 \cdot \sin(\theta)}$

a.2) Volume de la pyramide $= \dfrac{\text{aire base} \cdot \text{hauteur}}{3} = \dfrac{x \cdot x \cdot y}{3} = \dfrac{x^2 \cdot y}{3}$

Trigonométrie : $\cos(\theta) = \dfrac{y}{a} \quad \Rightarrow \quad y = a \cdot \cos(\theta)$

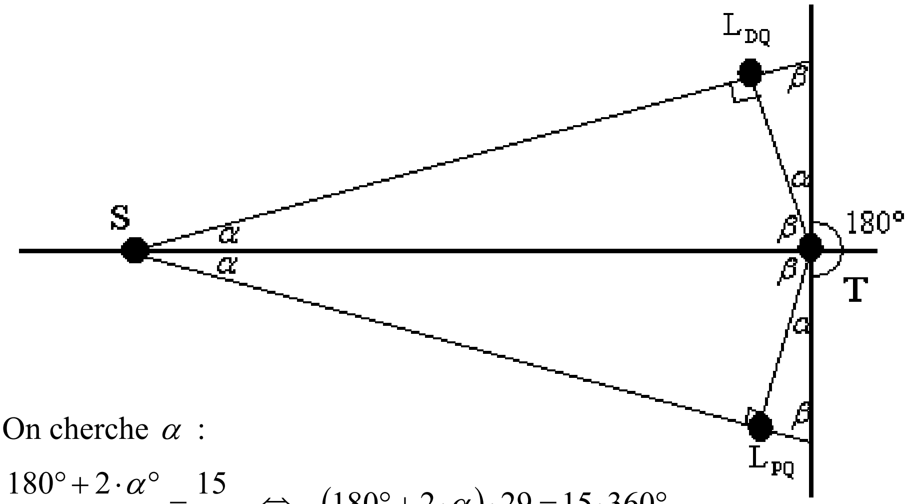
Finalement : Volume de la pyramide : $= \dfrac{\left(2 \cdot a \cdot \sin(\theta)\right)^2 \cdot a \cdot \cos(\theta)}{3}$

$= \dfrac{4 \cdot a^2 \cdot \sin^2(\theta) \cdot a \cdot \cos(\theta)}{3}$

$= \boxed{\dfrac{4 \cdot a^3 \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos(\theta)}{3}}$

b) Si a = 187 m et $\theta = 40°$ (Kheops) alors Aire totale $\cong 89'910,6\ \text{m}^2$, Volume $\cong 2'759'640\ \text{m}^3$.

<u>Correction exercice 5</u>



- On cherche α :

$$\frac{180^\circ + 2\cdot\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{15}{29} \quad \Leftrightarrow \quad (180^\circ + 2\cdot\alpha)\cdot 29 = 15\cdot 360^\circ$$

$$\Leftrightarrow \; 5220 + 58\cdot\alpha^\circ = 5400$$

$$\Leftrightarrow \; 58\cdot\alpha^\circ = 180 \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = \frac{180}{58} \cong 3{,}103^\circ$$

- On cherche $\overline{TS}$:

$$\sin(\alpha) = \frac{\overline{TL}}{\overline{TS}} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{TS} = \frac{\overline{TL}}{\sin(\alpha)} \cong \frac{384'000}{\sin(3{,}103^\circ)}$$

$$\Leftrightarrow \; \underline{\overline{TS} \cong 7'101'278 \text{ km}}$$

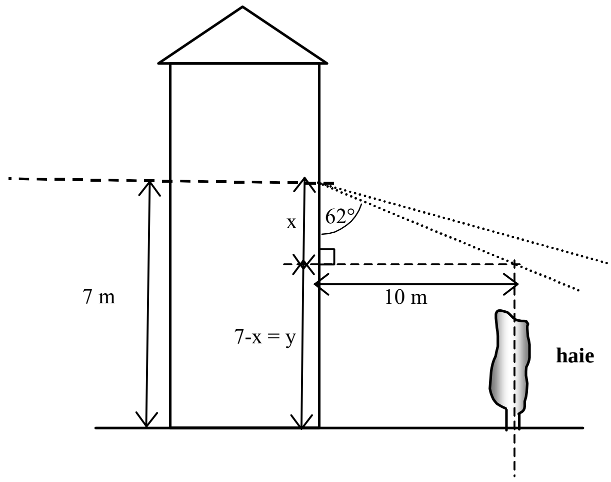
<u>Remarque :</u>

Aristarque de Samos (310-230 av. J.-C.) fut le premier à proposer une méthode rationnelle permettant de déterminer la distance Terre-Soleil. Il avait observé que la durée séparant le premier et le dernier quartier était différente de la durée séparant le dernier et le premier quartier.

La méthode *d’Aristarque de Samos* donne une idée de l’éloignement du Soleil (environ 7 millions de km) avec une erreur très importante puisque la distance réelle est de 149,6 millions de km. Son erreur vient de l’estimation des durées entre deux quartiers de Lune, car cette mesure est particulièrement difficile, l’écart entre ces deux durées étant très faible.

Toutefois, Aristarque a réussi à montrer que le Soleil est beaucoup plus éloigné de nous que la Lune.

Correction exercice 6



On cherche x :

$$\tan(62^\circ) = \frac{10}{x} \Leftrightarrow x = \frac{10}{\tan(62^\circ)} = 5,31 \text{ m}$$

On cherche y :

y =7-x = 7 - 5,31 = 1.68 m

y = 1,69 m est la hauteur maximum que peut atteindre la haie avant de cacher une partie du lac. Donc 2 m c'est trop !!

$$\Leftrightarrow \frac{\beta}{2} = \tan^{-1}\left(\frac{5}{12,53}\right)$$

$$\Leftrightarrow \beta = 2 \cdot \tan^{-1}\left(\frac{5}{12,53}\right) \cong \underline{43,5°}$$

Commentaires pour le maître (activité 23)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Attention : l'idée ici est de travailler uniquement avec la trigonométrie dans le triangle rectangle ; les élèves ne connaissent en principe que les sin cos et tan des angles compris entre 0° et 90°, ni les radians. On suppose aussi qu'ils savent utiliser les touches sin, cos et tan ainsi que $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ et $\tan^{-1}$ de leur machine. Si cela n'est pas le cas, il faudrait faire précéder cette activité d'exercices spécifiques préparatoires, par exemple : - calculer sin, cos et tan d'angles entre 0 et 90° - explorer les théorèmes de trigonométrie de base avec la calculatrice : calculer $\sin^2(x)+\cos^2(x)$ et contrôler que tout le monde trouve bien 1 pour plusieurs valeurs de x, idem pour $\sin(x) / \cos(x) = \tan(x)$) - calculer $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ et $\tan^{-1}$ pour des valeurs entre 0 et 1; essayer pour des valeurs supérieures à 1 **Attention** : certains élèves pourraient avoir paramétré leur machine avec les radians comme mesure d'angle … On peut également travailler sur la différence entre un calcul effectué en une seule opération, avec les mémoires, ou en arrondissant à chaque étape ce qui provoque une propagation des erreurs. Travailler des exercices de modélisation amène un niveau de complexité supplémentaire pour les élèves, mais peut en revanche donner du sens.
Proposition(s) de déroulement	Travail individuel, ou en binôme. Peut également se travailler par groupes : Énoncé élève à travailler en groupes de 3-4, demander aux élèves de réfléchir ensemble au problème posé et de rédiger en commun une acétate. Tirer au sort un élève par groupe pour présenter l'acétate du groupe à la classe. Discussion avec la classe Les énoncés peuvent être identiques ou différents pour chaque groupe. Après que tous les groupes aient présenté leurs résultats, le maître clarifie, hiérarchise, organise, amène les compléments théoriques et propose si nécessaire des exercices de consolidation

Prolongements possibles	Comment la calculatrice fait-elle pour calculer des sin-cos-tg ? On peut poser la question pour relever que ce n’est pas trivial … Pour ce qui est des réponses à donner, on laissera au maître le choix d’en parler de façon informative ou pas selon le niveau et le degré d’intérêt de ses élèves. Contrairement à ce qui est souvent dit, ce n’est pas qu’une question de développements en série, voir par exemple http://www.trigofacile.com/maths/trigo/calcul/cordic/cordic.htm pour des explications détaillées.
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Exercices supplémentaires (activité 23)

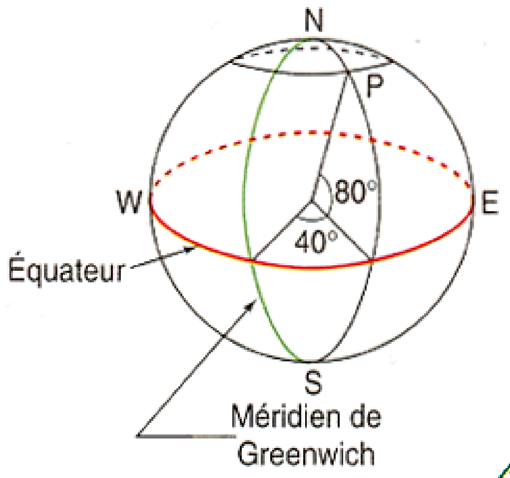
Appliquons la trigo ! – Exercices de développement

Exercice D1: Coordonnées géographiques

Pour repérer un point sur le globe terrestre, on utilise **des coordonnées** (nombres) définies par deux mesures d'angle : (voir un atlas géographique mondial)

- **la longitude** Est (noté E) ou Ouest (noté W) est repérée par rapport au méridien de Greenwich.
- **la latitude** Nord (noté N) ou Sud (noté S) est repérée par rapport à l'Équateur.

Exemple : Le point P du dessin ci-contre a pour longitude 40°E et pour latitude 80°N.

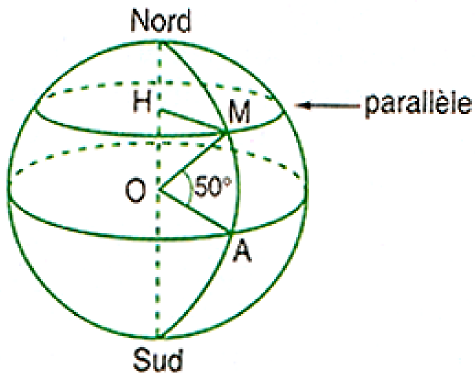


a) Un point M à la surface de la Terre, assimilée à une sphère de 6370 km de rayon, est sur un **parallèle** correspondant à la latitude 50°N.

H est le centre du cercle correspondant à ce parallèle.

Quelle est la longueur du rayon [HM] de ce parallèle ?

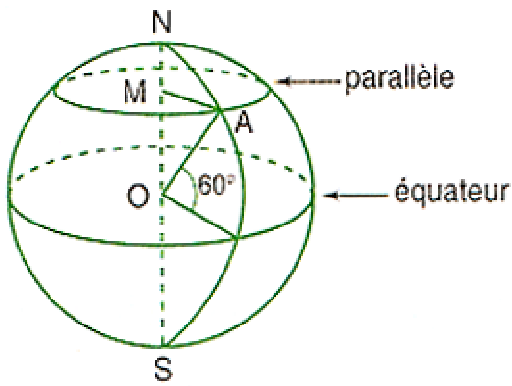
Quelle est la longueur de ce parallèle ?



b) Un point A a pour latitude 60°N.

Quel est le rayon ***r*** du parallèle passant par A et quelle est la longueur de ce parallèle ?

(On prendra 6370 km pour rayon de la Terre)

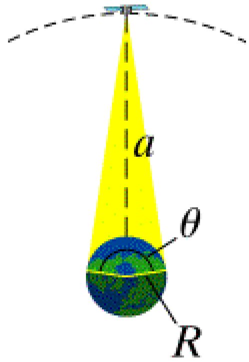


c) Oslo (en Suède) et Saint-Pétersbourg (en Russie) ont pour coordonnées géographiques respectivement 11°E, 60°N et 20°E, 60°N. Quelle est la distance à la surface de la Terre entre ces deux villes le long du 60ème parallèle Nord ?

Exercice D2

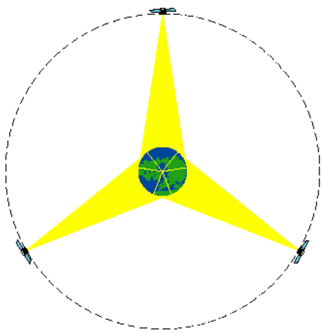
La première figure représente un satellite de communication sur une orbite équatoriale, c'est-à-dire sur une orbite à peu près circulaire dans le plan déterminé par l'équateur terrestre.

Si le satellite tourne autour de la terre à une altitude a = 35'700 km, sa vitesse angulaire est identique à la vitesse de rotation de la terre ; pour un observateur situé sur l'équateur, le satellite paraît stationnaire ; on dit alors que son orbite est synchrone.

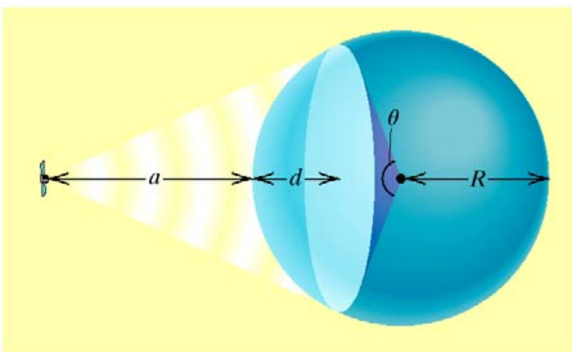


a) En posant R = 6'400 km pour le rayon de la terre, déterminer quel pourcentage de la longueur de l'équateur est accessible au signal de ce satellite.

b) La deuxième figure montre trois satellites disposés à distances égales sur des orbites équatoriales synchrones.
Déterminer θ pour expliquer pourquoi tout point de l'équateur est à portée de signal d'au moins un des trois satellites.



La figure ci-dessous montre la zone desservie par un satellit ite autour d'une planète de rayon ***R*** à une altitude ***a***. La portion de la surface de la planète couverte par le satellite est une calotte sphérique de hauteur ***d*** dont l'aire est $A = 2\pi Rd$.



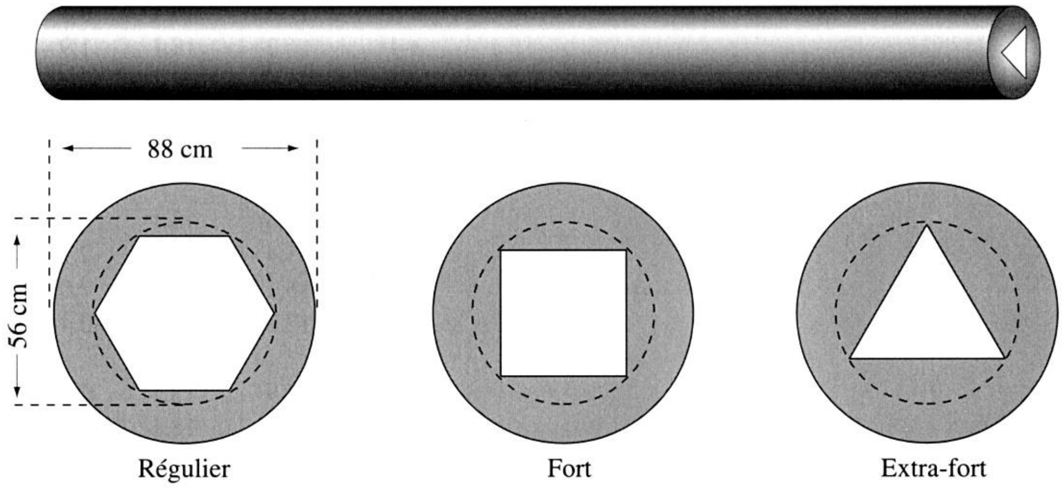
c) Exprimer ***d*** en fonction de ***R et*** θ.

d) Estimer le pourcentage de la surface de la Terre qu'un seul satellite peut couvrir, s'il est sur une orbite équatoriale synchrone.

Exercice D3

a) Un polygone à ***n*** côtés est inscrit dans un cercle de rayon ***r***. Trouver le périmètre et l'aire du polygone.

b) La compagnie qui vous emploie fabrique des colonnes en béton. Ces colonnes sont creuses pour en diminuer la masse. Trois modèles sont offerts : régulier, fort et extra-fort. Ces piliers sont produits en longueurs de 10 m. Calculer le *volume* de béton pour couler une colonne de chaque modèle.



Exercice D4

En observant le sommet d’un gratte-ciel depuis le sommet d’un bâtiment haut de 15 m, l’angle d’élévation est de 59°.

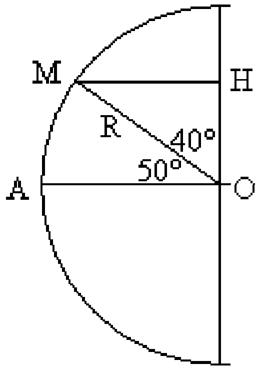
Si on observe ce même sommet au niveau de la route, l’angle d’élévation est de 62°.

a) Faire un schéma puis calculer la hauteur du gratte-ciel.

b) Calculer la distance la plus courte qui sépare les sommets des deux bâtiments.

c) Y a-t-il d'autres moyens plus simples pour calculer la hauteur du gratte-ciel ?

Correction exercice D1



a) Rayon R = 6370 km

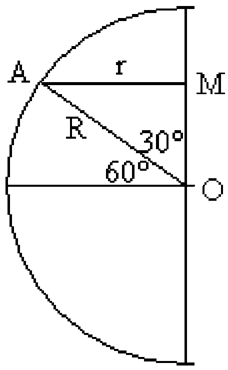
$$\sin(40°) = \frac{\overline{HM}}{R}$$

$$\Rightarrow \overline{HM} = R \cdot \sin(40°) = 6370 \cdot \sin(40°)$$

$$\Rightarrow \underline{\overline{HM} = 4094{,}56 \text{ km}}|$$

Périmètre (longueur du parallèle) = $2 \cdot \pi \cdot \overline{HM} = 2 \cdot \pi \cdot 4094{,}56 \cong \underline{25'713{,}84 \text{ km}}|$

b) Rayon R = 6370 km



$$\sin(30°) = \frac{r}{R}$$

$$\Rightarrow r = R \cdot \sin(30°) = 6370 \cdot \sin(30°)$$

$$\Rightarrow \underline{r = 3185 \text{ km}}|$$

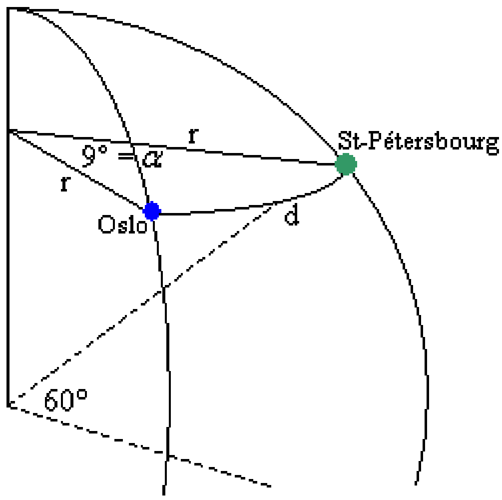
Longueur du parallèle = Périmètre = $2\pi{\cdot}r{=}2\pi{\cdot}3185{\cong}20011{,}95km$

c) $20° - 11° = 9°$

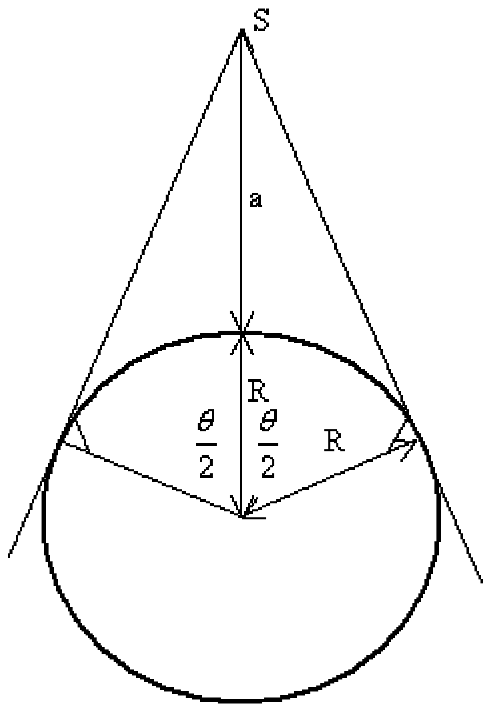
Formule de la longueur d'arc :

$$d = \frac{2 \cdot \pi}{360°} \cdot \alpha° \cdot r$$

$$d = \frac{2 \cdot \pi}{360°} \cdot 9° \cdot 3185 \cong \underline{500{,}3 \text{ km}}|$$



Correction exercice D2



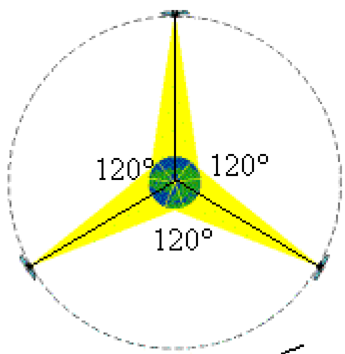
a) a = 35'700 km R = 6'400 km

Trigo : $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)=\frac{R}{R+a} \Leftrightarrow \frac{\theta}{2}=\cos^{-1}\left(\frac{R}{R+a}\right)$

$\Leftrightarrow \underline{\left|\theta=2\cdot\cos^{-1}\left(\frac{R}{R+a}\right)\right.}=2\cdot\cos^{-1}(0{,}152)\cong\underline{162{,}51°}|$

Donc si $\frac{100\%}{360°}=\frac{x\,\%}{162{,}51°}$

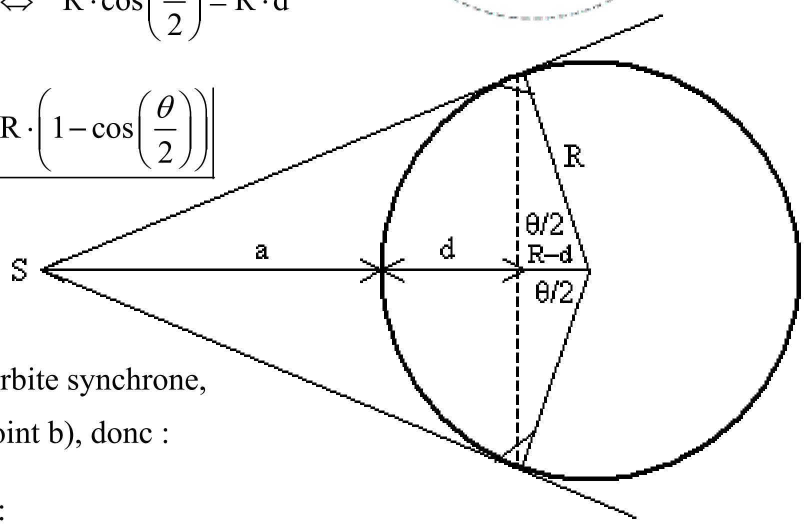
$\Rightarrow x\,\% = \frac{162{,}51\cdot 100\%}{350}\cong 45\%$



b) Tout point de l'équateur est à portée du signal d'un moins un des trois satellites, car $\theta=162{,}51°>120°$

c) Trigo : $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)=\frac{R-d}{R} \Leftrightarrow R\cdot\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)=R\cdot d$

$\Leftrightarrow \left|d=R-R\cdot\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)=\underline{R\cdot\left(1-\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}\right|$



d) Si le satellite est sur une orbite synchrone, alors $\theta=162{,}51°$ (voir point b), donc :

Surface totale de la Terre :

$A=2\cdot\pi\cdot R\cdot(2\cdot R)=4\cdot\pi\cdot R^2$ car $d=2\cdot R$

Avec R = 6'400 km $\Rightarrow A=514'718'540{,}4\ \text{km}^2$

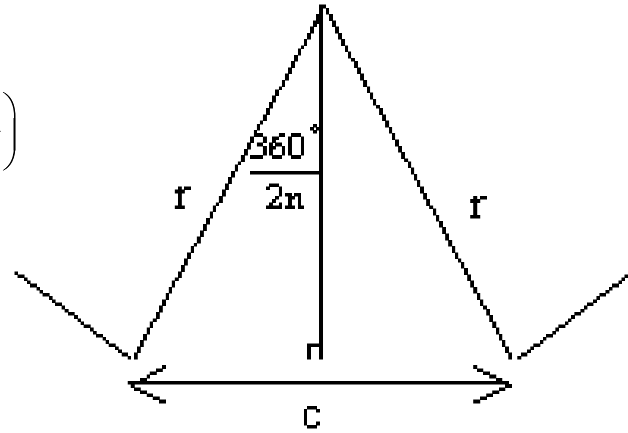
Surface de la terre qu'un seul satellite peut couvrir :

$$A = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot d = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot R \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \quad \text{(voir point c)}$$

Avec R = 6'400 km et $\theta = 162,51°$ $\Rightarrow$ A = 218240661,1 km^2

Pourcentage : $\dfrac{218'231'104}{514'718'540} = \dfrac{x}{100} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x \cong 42,4\%}$

Correction exercice D3



a) Trigo : $\cos\left(\frac{360°}{2n}\right) = \frac{a}{r} \quad \Rightarrow \quad a = r \cdot \cos\left(\frac{360°}{2n}\right)$

$$\sin\left(\frac{360°}{2n}\right) = \frac{\frac{c}{2}}{r} \quad \Rightarrow \quad c = 2r \cdot \sin\left(\frac{360°}{2n}\right)$$

Donc : Périmètre d'un polygone de rayon *r* à *n* côtés :

$$n \cdot c = \boxed{n \cdot 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{360°}{2n}\right)}$$

Aire d'un polygone de rayon *r* à *n* côtés : $\dfrac{a \cdot c}{2} \cdot n = \boxed{n \cdot r^2 \cdot \cos\left(\frac{360°}{2n}\right) \cdot \sin\left(\frac{360°}{2n}\right)}$

Quand $n \to \infty$ (le nombre de côtés tend vers l'infini) alors :

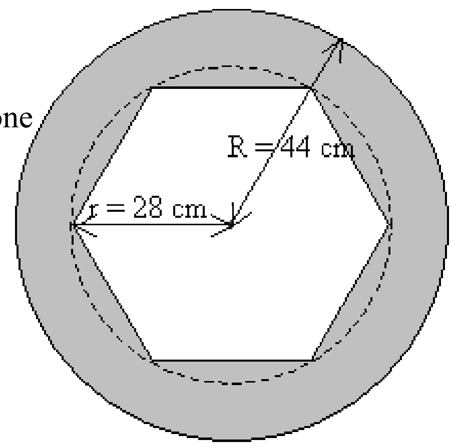
$n \cdot 2 \cdot \sin\left(\frac{360°}{2n}\right) \cdot r \quad \to \quad 2 \cdot \pi \cdot r$ (périmètre d'un cercle de rayon *r*)

et : $n \cdot \cos\left(\frac{360°}{2n}\right) \cdot \sin\left(\frac{360°}{2n}\right) \cdot r^2 \quad \to \quad \pi \cdot r^2$ (aire d'un cercle de rayon *r*)

b) Pilier régulier :

Aire de la section = aire du disque de rayon R – aire de l'hexagone

$$= \pi R^2 - n \cdot r^2 \cdot \cos\left(\frac{360°}{2n}\right) \cdot \sin\left(\frac{360°}{2n}\right)$$



n = 6
hexagone

$$= \pi \cdot 44^2 - 6 \cdot 28^2 \cdot \cos\left(\frac{360°}{12}\right) \cdot \sin\left(\frac{360°}{12}\right)$$

$$= \pi \cdot 44^2 - 6 \cdot 28^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = 44^2 \cdot \pi - \frac{3}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 28^2 \cong 4045.23 \text{ cm}^2$$

Pilier fort :

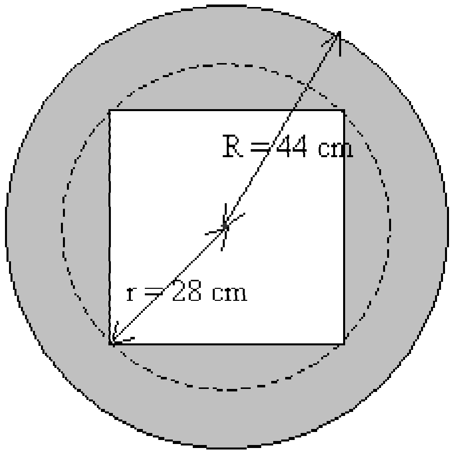
Aire de la section = aire du disque de rayon – aire du carré (poly. régulier)

$$= \pi R^2 - n \cdot r^2 \cdot \cos\left(\frac{360°}{2n}\right) \cdot \sin\left(\frac{360°}{2n}\right)$$

$$= \pi \cdot 44^2 - 4 \cdot 28^2 \cdot \cos\left(\frac{360°}{8}\right) \cdot \sin\left(\frac{360°}{8}\right)$$

$$= \pi \cdot 44^2 - 4 \cdot 28^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cong 4514,\ 12 \text{ cm}^2$$



n = 4

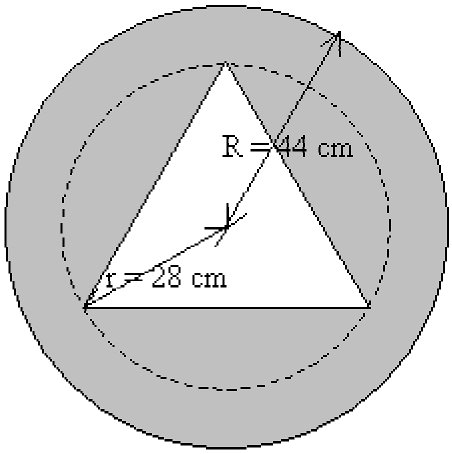
Extra-fort :

$$A = \pi R^2 - n \cdot r^2 \cdot \cos\left(\frac{360°}{2n}\right) \cdot \sin\left(\frac{360°}{2n}\right)$$

$$A = \pi \cdot 44^2 - 3 \cdot 28^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

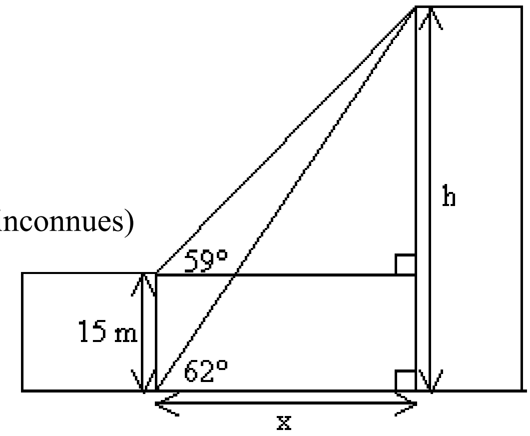
$$= \pi \cdot 44^2 - \frac{3}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot 28^2$$

$$\cong 5063{,}68 \text{ cm}^2$$



n = 3

<u>Correction exercice D4</u>



a) et b) Inconnues : x et h

$$\text{Trigo} : \begin{cases} \tan(59°) = \dfrac{h-15}{x} \\ \tan(62°) = \dfrac{h}{x} \end{cases}$$ (système de 2 équations à 2 inconnues)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h = x \cdot \tan(59°) + 15 \\ h = x \cdot \tan(62°) \end{cases}$$

$$\Rightarrow\ x \cdot \tan(62°) = x \cdot \tan(59°) + 15$$

$$\Rightarrow\ x \cdot \left(\tan(62°) - \tan(59°)\right) = 15 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = \frac{15}{\tan(62°) - \tan(59°)} \cong 69{,}3\ \text{m}}$$

Ensuite : $\boxed{h \cong 69{,}3 \cdot \tan(62°) \cong 130{,}3\ \text{m}}$

c) Par exemple : calculer le nombre d’étages et multiplier par la hauteur d’un étage !!! ☺

Activité 24 « Vacherie !»

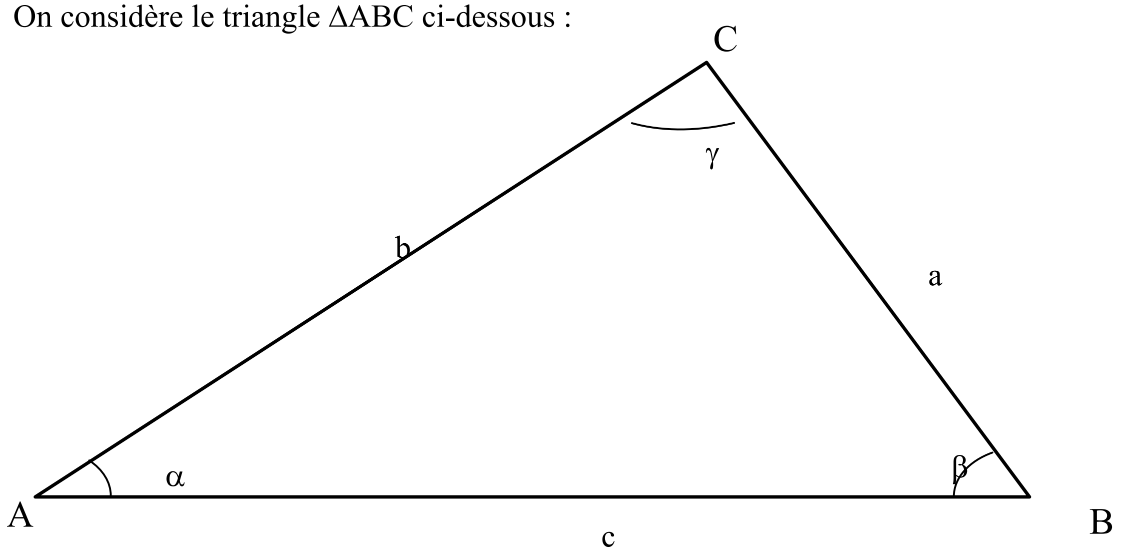
Fiche de présentation

Titre de l'activité	Vacherie !
Sous-titre	Exercices de résolution de triangles en trigonométrie avec la calculatrice.
Degré(s) concerné(s)	11PO – toutes filières concernées
Durée estimée	1 ou plusieurs périodes de 45 minutes
Résumé	Exercices de résolution de triangles en trigonométrie avec la calculatrice. Dans certains cas, il peut y avoir deux solutions, mais la machine n'en fournit qu'une seule !
Type d'usage de la calculatrice	EXECUTER
Contenus mathématiques visées	Résolution de triangles avec la trigonométrie Lien avec les cas d'isométrie des triangles
Prérequis	Trigonométrie dans le triangle quelconque Théorèmes du sinus et du cosinus Connaissance de l'utilisation des touches trigonométriques avec la calculatrice
Mots-clé	Trigonométrie - triangle – cas d'isométrie
Source	Classique Adaptation : Jean-Marie Delley

Énoncé élève (activité 24)

Pour tout cet exercice, on donnera les résultats arrondis au centième. Par ailleurs, on prendra garde d'utiliser la machine au mieux pour minimiser les erreurs et leur propagation.

On considère le triangle ΔABC ci-dessous :



tel que a = 10,64, b = 6,30 et c = 7,10

1. Utiliser le théorème du cosinus pour déterminer γ.
2. Utiliser le théorème du sinus pour déterminer α.
3. Déterminer β grâce au théorème sur la somme des angles dans un triangle.
4. Appliquer le théorème du cosinus à a,b,c et pour vérification.
   Que constate-t-on ? Expliquer.

Corrigé détaillé (activité 24)

1. Thm cosinus : $c^2=a^2+b^2-2ab\cos(\gamma)$, donc

$$\begin{aligned}
\cos(\gamma) &= \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} \\
&= \frac{10{,}64^2+6{,}3^2-7{,}1^2}{2\cdot 10{,}64\cdot 6{,}3} \\
&(\cong\ 0.76448) \\
\text{donc} \qquad \gamma &= \cos^{-1}\left(\frac{10{,}64^2+6{,}3^2-7{,}1^2}{2\cdot 10{,}64\cdot 6{,}3}\right) \\
&\cong\ 40{,}14°
\end{aligned}$$

2. Thm sinus : $\frac{\sin(\alpha)}{a}=\frac{\sin(\beta)}{b}=\frac{\sin(\gamma)}{c}$, donc

$$\begin{aligned}
& \frac{\sin(\alpha)}{a}=\frac{\sin(\gamma)}{c} \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{\sin(\alpha)}{10{,}64}=\frac{\sin(40{,}14)}{7{,}1} \\
\Leftrightarrow \quad & \sin(\alpha)=\frac{\sin(40{,}14)\cdot 10{,}64}{7{,}1} \\
(\Leftrightarrow \quad & \qquad \cong 0{,}96608) \\
\text{donc} \quad \alpha & = \sin^{-1}\left(\frac{\sin(40.14)\cdot 10{,}64}{7{,}1}\right) \\
& \cong 75{,}03°
\end{aligned}$$

3. $\alpha+\beta+\gamma=180 \Leftrightarrow \beta=180-\alpha-\gamma$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \quad \beta\cong 180-75{,}03-40{,}14 \\
&\Leftrightarrow \quad \beta\cong 69{,}83\,°
\end{aligned}$$

4. Thm cosinus :

$$\begin{aligned}
& b^2=a^2+c^2-2ac\cos(\beta) \\
\Leftrightarrow \quad & 6{,}3^2=10{,}64^2+7{,}1^2-2\cdot 10{,}64\cdot 7{,}1\cdot\cos(69{,}83)
\end{aligned}$$

$\Leftrightarrow \quad 39{,}69=111.52$

c'est faux !

Explication : dans le calcul de α en 2., on utilise la fonction $\sin^{-1}$ de la calculatrice, qui, pour rester bijective, ne s'applique qu'à des angles de l'intervalle [-90°; 90°] (la fonction $\cos^{-1}$ s'applique à des angles de , elle, l'intervalle [0°; 180°]). Chaque fois qu'on utilise les touches $\sin^{-1}$ et $\cos^{-1}$, il faut donc être très attentif à se poser la question de savoir si il n'y aurait pas d'autres solutions au problème considéré, autrement dit si les angles qu'on cherche sont bien dans l'intervalle de définition de la calculatrice pour les fonctions $\sin^{-1}$ et $\cos^{-1}$.

Dans ce cas, lorsqu'on résout un triangle quelconque, l'utilisation du thm du cosinus pour rechercher un angle ne cause pas de problème, puisque la machine donnera l'unique solution comprise dans l'intervalle [0 ;180], ce qui correspond toujours à ce qu'on cherche. Si on cherche un côté, toujours avec le thm du cosinus, on aura à résoudre une équation du deuxième degré, qui aura zéro, une ou deux solutions (selon les informations connues sur le triangle, il peut n'y avoir aucune solution, si la longueur du plus grand côté est supérieure à la somme des deux autres côtés, une seule solution, si on est dans l'un des trois cas d'isométrie des triangles CCC/CAC/ACA, ou deux solutions dans les autres cas.

Par contre, lorsqu'on utilise le thm du sinus, on risque de faire des erreurs ; c'est le cas dans cet exercice. Quand on doit résoudre $\sin(\alpha)=\frac{\sin(40{,}14)\cdot 10{,}64}{7{,}1}$, il y a en fait deux solutions possibles, et la machine n'en donne qu'une, celle qui est dans [-90 ;90] ! Il faut penser à trouver la seconde – égale à l'angle supplémentaire à la première solution (complémentaire à 180° de la première – puis voir laquelle sera celle qui est solution du problème :

Résolution correcte avec le thm du sinus :

Thm sinus : $\frac{\sin(\alpha)}{a}=\frac{\sin(\beta)}{b}=\frac{\sin(\gamma)}{c}$, donc

$$\frac{\sin(\alpha)}{a}=\frac{\sin(\gamma)}{c}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\sin(\alpha)}{10{,}64}=\frac{\sin(40{,}14)}{7{,}1}$$

$$\Leftrightarrow \quad \sin(\alpha)=\frac{\sin(40{,}14)\cdot 10{,}64}{7{,}1}$$

$$(\Leftrightarrow \quad \cong 0{,}96608)$$

$$\text{donc} \quad \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{\sin(40.14)\cdot 10{,}64}{7{,}1}\right)$$

$$\cong 75{,}03°$$

$$\text{ou} \quad \alpha \cong 180-75{,}03$$

$$\cong 104{,}97°$$

Il y a deux candidats solutions, alors qu'on sait qu'il n'y a qu'une unique solution au problème car

- la longueur du plus grand côté est bien inférieure à la somme des deux autres côtés
- on connaît 3 côtés, donc par cas d'isométrie CCC, la solution est unique

Cas 1 : $\beta \cong 180-75{,}03-40{,}14 \cong 69{,}83°$

Cas 2 : $\beta \cong 180-104{,}97-40{,}14 \cong 34{,}89°$

On vérifie en utilisant le théorème du cosinus ou du sinus dans les deux cas et on voit que la solution correcte est celle du cas 2.

Remarque : pour cet exercice, si on en a le choix, il serait plus prudent de continuer à utiliser le thm du cosinus pour déterminer α , on se serait épargné tous ces problèmes !

Commentaires pour le maître (activité 24)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Ce type de « vacherie » risque de laisser perplexe plus d'un élève … Attention de bien expliquer et faire comprendre les enjeux de cette activité après coup.
Proposition(s) de déroulement	Recherche individuelle, ou en binôme. Peut également se travailler par groupes, par exemple en distribuant des énoncés différents aux groupes et en faisant présenter les résultats obtenus devant la classe par un membre du groupe tiré au sort. Énoncé élève à travailler en groupes de 3-4, demander aux élèves de réfléchir ensemble au problème posé et de rédiger en commun une acétate. Tirer au sort un élève par groupe pour présenter l'acétate du groupe à la classe. Organiser un débat avec la classe Reprendre les résultats obtenus, les hiérarchiser, les organiser et proposer des activités de consolidation
Prolongements possibles	
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 24)

Ce que l’élève devrait avoir retenu

- La calculatrice ne donne pas toutes les solutions des équations trigonométriques.
- Importance de savoir utiliser judicieusement le cercle trigonométrique pour représenter les situations étudiées.
- Importance de garder un sens critique face à toute solution obtenue par calcul

Penser si nécessaire à donner des exercices de consolidation.

Activité 25 « Ouah la trigo !»

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Ouah la trigo !
Sous-titre	Utiliser la trigonométrie dans des situations « réelles »
Degré(s) concerné(s)	11PO – toutes filières concernées par l'enseignement de la trigonométrie dans un triangle quelconque
Durée estimée	90 minutes pour un choix d'exercices
Résumé	Choix d'exercices tirés de situations « réelles »nécessitant l'utilisation de la trigonométrie
Type d'usage de la calculatrice	EXECUTER
Contenus mathématiques visées	Modélisation Exercer la trigonométrie dans un triangle quelconque
Prérequis	Trigonométrie dans un triangle quelconque Connaissance de l'utilisation des touches des fonctions trigonométriques avec la calculatrice
Mots-clé	Trigonométrie - modélisation
Source	Trigonométrie avec géométrie analytique, Swokowski et Cole, Ed. LEP Adaptation : Serge Picchione et Jean-Marie Delley

Énoncé élève (activité 25)

Exercices préparatoires : connaissance de la calculatrice en trigonométrie dans le triangle quelconque

1. Comment convertir un angle d'une mesure à l'autre (degré en radian ou radian en degré) ?
    1. Convertir 45° en radians
    2. Convertir $\pi/12$ en degrés

2. Calculer le sinus de 112 degrés et donner un résultat arrondi au millième

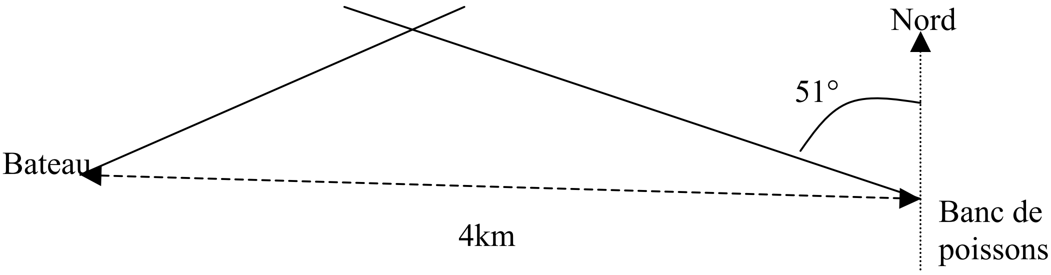
3. Calculer la tangente de $4\pi/3$ radians et donner un résultat arrondi au millième

4. Calculer l'angle compris entre 0 et 180 degrés dont le cosinus vaut 0.2015 et donner un résultat en degrés arrondi au dixième.

5. Calculer les angles compris entre 0 et 180 degrés dont le sinus vaut 0.54785. Donner un résultat en degrés arrondi au centième.

Énoncé 1

Un bateau de pêche industriel utilise un sonar pour détecter un banc de poissons à 4 km à l’est du bateau, qui se déplace en direction N51°W à la vitesse de 16 km/h .



a) Si le bateau avance à une vitesse de 40 km/h, calculer à 0,1° près la direction à suivre pour intercepter le banc de poissons.

b) Calculer le temps, à la minute près, qu’il faudra au bateau pour atteindre le banc de poissons.

Exercice 2

A l’origine, la Tour de Pise était perpendiculaire à la surface du sol et mesurait 54 m de haut. Comme elle s’enfonce dans le sol, elle penche maintenant d’un angle θ par rapport à la perpendiculaire. Lorsque le sommet de la tour est observé à partir d’un point distant à 45 m du centre de sa base, l’angle d’élévation est de 53,3°.

a) Faire un schéma, puis calculer l’angle θ.

b) Calculer la distance *d* qui exprime de combien le centre du sommet de la tour s’est éloigné de la perpendiculaire.

Exercice 3

Un enfant est prisonnier au fond du puits d’une mine, dont le couloir rectiligne mesure 13 m et forme un angle de 78° avec l’horizontale. Un tunnel de sauvetage rectiligne est creusé à 15 m de l’ouverture de la mine sur le sol.

a) Faire un schéma, puis déterminer à quel angle θ le tunnel de sauvetage doit être creusé.

b) Si on peut creuser le tunnel de sauvetage à la vitesse de 10 m/h, combien d’heures seront nécessaires pour atteindre l’enfant ?

Exercice 4

Un avion radar de reconnaissance P, volant à 3000 m au-dessus d’un point *R* à la surface de l’eau, détecte un sous-marin *S* (à la surface de l'eau) avec un angle de dépression de 37° et un bateau de ravitaillement *T* avec un angle de dépression de 21°. De plus, l’angle entre le sous-marin, l’avion et le bateau est mesuré à 110°.

Faire un schéma, puis calculer la distance entre le sous-marin et le bateau de ravitaillement.

Exercice 5

Les ***pavés de Penrose*** ont la forme de losanges ABCD, dont la longueur des côtés est 1 et dont un angle intérieur, BAD, mesure 72°. On situe un point P sur la diagonale [AC], à une distance l du sommet C.

De ce point partent les deux segments de droite [PB] et [PD] rejoignant les deux autres sommets du losange. Les deux pavés ainsi formés sont appelés « fer de lance » (le plus petit) et « cerf-volant » (le plus grand). On utilise des composés analogues, mais en trois dimensions, en chimie moléculaire.

a) Calculer les mesures en degrés des angles <BPC, <APB et <ABP.

b) Calculer la longueur du segment [BP] .

c) Calculer l’aire d’un fer de lance et d’un cerf-volant.

Corrigé détaillé (activité 25)

1. Pour convertir un angle d'une unité dans une autre :
   - choisir dans le menu [2nd] [DR] l'unité d'arrivée
   - introduire la valeur de l'angle et l'unité de départ à l'aide de la touche [°'"].

   a) [2nd] [DR] ▶ [ENTER]
   choisir l'unité RADIAN

   45 [°'"] [ENTER] [ENTER]
   Réponse : Pi/4

   b) [2nd] [DR] [ENTER]
   choisir l'unité DEGRE

   [π] [/] 12 [°'"] ▶▶▶ [ENTER] [ENTER]
   Réponse : 15

2. Être sûr qu'on est bien en unité DEGRE (si on est en radian, un petit *rad* est affiché en bas à droite de l'écran)
   [2nd] [DR] [ENTER]

   [2nd] [TRIG] [ENTER] 112 [ENTER]
   Réponse : 0.927

   Si on veut un arrondi par la machine :
   [2nd] [MATH] ▶ [ENTER]
   choisir : round

   [2nd] [ANS] [2nd] [,] 3 [ENTER]
   réponse : 0.927

   En un seul calcul avec l'arrondi :
   [2nd] [MATH] ▶ [ENTER] [2nd] [TRIG] [ENTER] 112) [2nd] [,] 3 [ENTER]

3. Être sûr qu'on est bien en unité RADIAN (si on est en radian, un petit *rad* est affiché en bas à droite de l'écran)
   [2nd] [DR] ▶ [ENTER]

   En un seul calcul :
   [2nd] [TRIG] ▶▶▶▶ [ENTER] 4 [π] [/] 3 [ENTER]
   Réponse : 1,732

   Possible en un seul calcul avec l'arrondi comme précédemment.

4. Être sûr qu'on est bien en unité DEGRE (si on est en radian, un petit *rad* est affiché en bas à droite de l'écran)
   [2nd] [DR] [ENTER]

   [2nd] [TRIG] ▶▶▶ [ENTER] .2015 [ENTER]

Réponse : 78,4 degrés

Possible en un seul calcul avec l'arrondi comme précédemment.

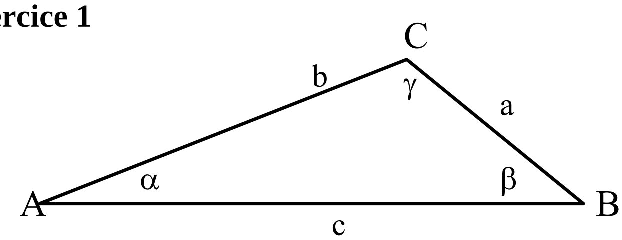
5. Être sûr qu'on est bien en unité DEGRE (si on est en radian, un petit *rad* est affiché en bas à droite de l'écran)
   [2nd] [DR] [ENTER]

   [2nd] [TRIG] ▶ [ENTER] . 54785 [ENTER]
   Réponse : 33,220 degrés

   La calculatrice ne donne qu'une réponse ; il faut utiliser le cercle trigonométrique pour représenter la situation et donner l'autre solution :
   180 - 33,220 = 146,780

   Possible en un seul calcul avec l'arrondi comme précédemment.

Corrigé exercice 1



a) β = 90 – 51 = 39° et c = 4 km

Thm sinus : $\frac{\sin(\alpha)}{a}=\frac{\sin(\beta)}{b}=\frac{\sin(\gamma)}{c}$, donc $\frac{\sin(\alpha)}{a}=\frac{\sin(\beta)}{b}$

$\Leftrightarrow \quad \frac{\sin(\alpha)}{a}=\frac{\sin(39)}{b}$

$\Leftrightarrow \quad \sin(\alpha)=\frac{a}{b}\sin(39)$ équation (I)

Soit t le temps (en heures) nécessaires au banc de poissons et au bateau pour atteindre le point C :

b = 40t et a = 16t, donc $\frac{a}{b}=\frac{16t}{40t}=\frac{2}{5}$

dans l'équation (I) : $\sin(\alpha)=\frac{a}{b}\sin(39)=\frac{2}{5}\sin(39)$, donc α = $\sin^{-1}(\frac{2}{5}\sin(39)) \cong 14{,}6°$

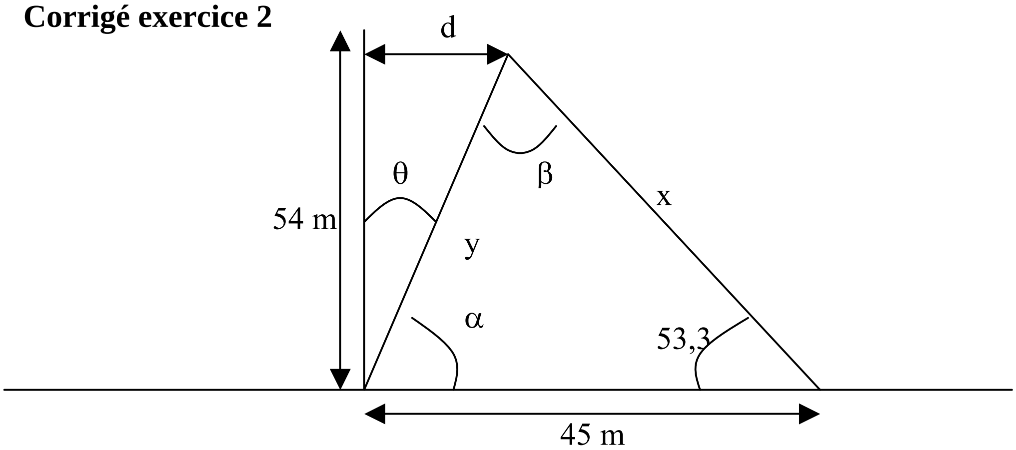
Comme 90 – 14.6 = 75,4, la direction à prendre est N75,4°E

b) γ = 180 – 39 – 14,4 = 126,4°

Thm sinus : $\frac{\sin(\beta)}{b}=\frac{\sin(\gamma)}{c} \Leftrightarrow \frac{\sin(39)}{b}=\frac{\sin(126{,}4)}{4} \Leftrightarrow b=\frac{4\sin(39)}{\sin(126{,}4)} \cong 3{,}12$ km

t = $\frac{b}{40}=\frac{3.12}{40} \cong 0{,}08$h ≅ 5 min

Corrigé exercice 2



a) y = 54m

Thm sinus : $\frac{\sin(53,3)}{c}=\frac{\sin(\beta)}{45}$

$\Leftrightarrow \quad \frac{\sin(53,3)}{54}=\frac{\sin(\beta)}{45}$

$\Leftrightarrow \quad \sin(\beta)=\frac{45}{54}\sin(53,3)$

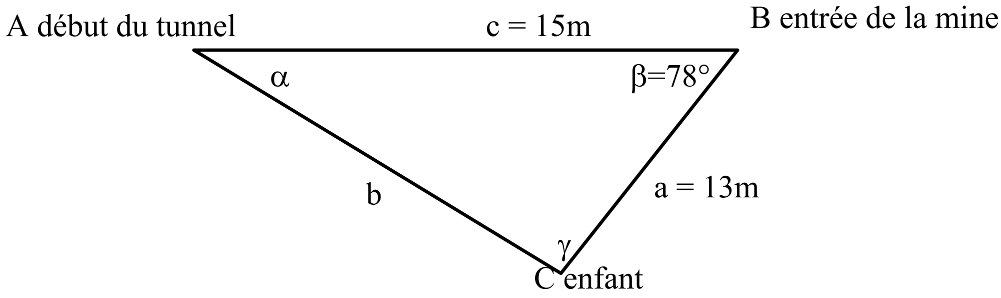
donc $\beta = \sin^{-1}(\frac{45}{54}\sin(53,3)) \cong 41,92°$

$\alpha = 180 - 53,3 - 41,92 \cong 84,78°$

$\theta = 90 - \alpha = 90 - 84,78 = 5,22°$

b) $\sin(\theta)=\frac{d}{y}=\frac{d}{54} \Leftrightarrow d = 54\sin(\theta) = 54\sin(5,22) \cong 4,91\text{m}$

Corrigé exercice 3



Thm cosinus : $b^2=a^2+c^2-2ac\cos(\beta) = 13^2+15^2-2\cdot13\cdot15\cdot\cos(78) \cong 312,91$,

donc $b \cong 17,69$ m

La distance à creuser est d'environ 17,69 m.

Thm sinus : $\frac{\sin(\beta)}{b}=\frac{\sin(\alpha)}{a}$

$\Leftrightarrow \quad \frac{\sin(78)}{17,69}=\frac{\sin(\alpha)}{13}$

$\Leftrightarrow \quad \sin(\alpha)=\frac{13}{17,69}\sin(78)$

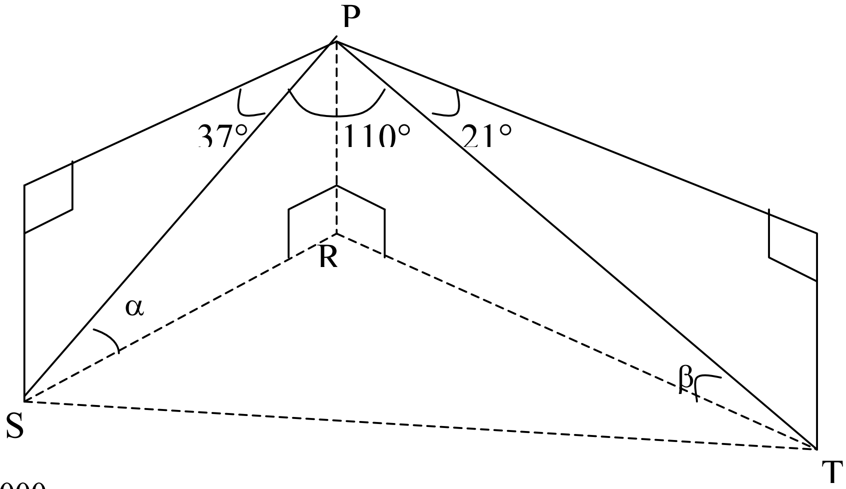
donc $\alpha=\sin^{-1}(\frac{13}{17,69}\sin(78)) \cong 45,96°$

Si on creuse à 10km/h : 10 km/h = $\frac{10}{3,6}$ m/s

$d = vt \Leftrightarrow 17,69 = \frac{10}{3,6}t \Leftrightarrow t = \frac{17,69\cdot3,6}{10} \cong 6,37$ secondes

Il faut creuser pendant environ 6,37 secondes.

Corrigé exercice 4



On cherche ST.

RP = 3000m, α = 37° et β = 21°

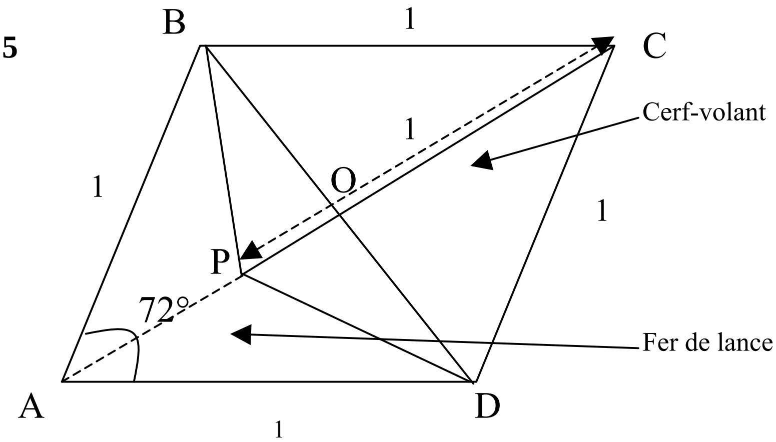
$\sin(\alpha) = \frac{RP}{SP} \Leftrightarrow SP = \frac{RP}{\sin(\alpha)} = \frac{3000}{\sin(37)} \cong 4984{,}92$ m

$\sin(\beta) = \frac{RP}{TP} \Leftrightarrow TP = \frac{RP}{\sin(\beta)} = \frac{3000}{\sin(21)} \cong 8371{,}84$ m

Thm cosinus : $ST^2 = SP^2 + TP^2 - 2 \cdot ST \cdot TP \cdot \cos(110) \cong 123484153{,}3$ m, donc b ≅ 11112,3 m

La distance entre le bateau et le sous-marin est d'environ 11112,3 m.

Corrigé exercice 5



a) <BAP = <PAD = <DCP = <PCB = 36°
   Le triangle PCB est isocèle, donc les angles <CBP et <BPC sont égaux.
   Par ailleurs : <CBP + <BPC = 180 - <PCB = 180 – 36 = 144, donc <CBP = <BPC = 72°
   <APB = 180 - <BPC = 180 –72 = 108°
   Enfin : <PBA = 180 - <APB - <BAP = 180 – 108 – 36 = 36°

b) Thm cos : $BP^2 = CP^2 + CB^2 - 2 \cdot CP \cdot CB \cdot \cos(36) = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(36) \cong 0.38$,donc BP ≅ 0,62

c) <BOC = 180 - <OCB - <CBO = 180 - <PCB - <CBD = 180 – 36 – 72 = 90°
   $\sin(36) = \frac{BO}{1} \Leftrightarrow$ BO ≅ 0,59, donc BD = 2BO ≅ 1,18
   Aire du cerf-volant : $A = \frac{BD \cdot PC}{2} = \frac{1{,}18 \cdot 1}{2} \cong 0{,}59$

Commentaires pour le maître (activité 25)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Travailler des exercices de modélisation amène un niveau de complexité supplémentaire pour les élèves, mais peut donner du sens au travail et permettre une meilleure représentation des outils mathématiques.
Proposition(s) de déroulement	Travail individuel, ou en binôme. Peut également se travailler par groupes : Énoncé élèves à travailler en groupes de 3-4, leur demander de réfléchir ensemble au problème posé et de rédiger en commun une acétate. Tirer au sort un élève par groupe pour présenter l'acétate du groupe à la classe. Discussion avec la classe Les énoncés peuvent être identiques ou différents pour chaque groupe. Après que tous les groupes aient présenté leurs résultats, le maître clarifie, hiérarchise, organise, amène les compléments théoriques et propose si nécessaire des exercices de consolidation
Prolongements possibles	Comment la calculatrice fait-elle pour calculer des sin-cos-tg ? On peut poser la question pour relever que ce n'est pas trivial … Pour ce qui est des réponses à donner, on laissera au maître le choix d'en parler de façon informative ou pas selon le niveau et le degré d'intérêt de ses élèves. Contrairement à ce qui est souvent dit, ce n'est pas qu'une question de développements en série, voir http://www.trigofacile.com/maths/trigo/calcul/cordic/cordic.htm pour des explications détaillées.
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Activité 26 « Radiobiolopopulo »

Fiche de présentation

Titre de l’activité	Radiobiolopopulo
Sous-titre	Utiliser les log/exp dans des situations « réelles »
Degré(s) concerné(s)	11PO – toutes filières concernées par l’enseignement des log/exp
Durée estimée	90 minutes
Résumé	Choix d’exercices (radioactivité, croissance de population, …) nécessitant l’utilisation des log/exp.
Type d’usage de la calculatrice	EXECUTER
Contenus mathématiques visés	Modélisation Exercer logarithmes et exponentielles
Prérequis	Logarithmes et exponentielles : définitions, propriétés Connaissance de l’utilisation des touches log/exp avec la calculatrice
Mots-clé	Logarithmes - exponentielles - modélisation
Source	Classique Adaptation : Alain Klopfenstein

Énoncé élève (activité 26)

1. Sur l'échelle de Richter, la magnitude R d'un tremblement de terre d'intensité I est donnée par $R = \log(\frac{I}{I_o})$, où I_o est une intensité minimale donnée.
   a. Si l'intensité d'un tremblement de terre est de 100 fois l'intensité minimale donnée, déterminer sa magnitude.
   b. Même question pour un tremblement de terre d'intensité 1000 fois I_o , 100000 fois I_o.

2. La masse m (en kg) d'une éléphante d'Afrique à l'âge t (en années), est approximativement donnée par $m(t) = 2600(1-0,51e^{-0,075t})^3$.
   a. Donner approximativement sa masse à la naissance.
   b. Donner approximativement sa masse à 20 ans.
   c. Évaluer l'âge d'une éléphante d'Afrique ayant une masse de 1800 kg.
   d. Peut-on considérer cette formule toujours valable ?

3. La technique de datation au carbone 14 est utilisée pour déterminer l'âge de spécimens archéologiques et géologiques. La formule $T = -8310\ln(x)$ est parfois utilisée pour donner l'âge T (en années) d'un os fossile, x étant le pourcentage (exprimé sous forme décimale) de carbone 14 présent dans le fossile.
   a. Donner approximativement l'âge d'un os fossile qui contient 4% de carbone 14 trouvé dans une quantité égale de carbone d'un os humain.
   b. Évaluer le pourcentage de carbone 14 présent dans un fossile de 10000 ans.

4. La décroissance de l'activité radioactive d'une matière radioactive peut être calculée à l'aide de la formule suivante :

$$\boxed{\mathbf{A = A_0 \bullet e^{(-0,693t/T)}}}$$

$\mathbf{A_0}$ étant l'activité initiale (en désintégrations par seconde), **A** l'activité au temps **t**, **t** le temps et **T** la période (**t** et **T** étant exprimés dans la même unité de temps).

On sait que la période de l'iode I131 est de 8,08 jours.
Si l'activité initiale d'un échantillon d'iode radioactif est de 1000 désintégrations par seconde, quelle sera son activité :

a. au bout de 3 jours ?

b. au bout de 20 jours ?

c. au bout de 8,08 jours.

5. Le nombre de bactéries double toutes les 8 heures à 20° C.

a. Si l'on a 100 bactéries au début d'une expérience, combien y en aura-t-il au bout de 48 heures ? Et au bout de 5 jours (de 24 heures) ?

b. Si l'on dénombre plus de 10'000 bactéries au bout de 3 jours, combien y en avait-il au minimum au début de l'expérience ?

Corrigé détaillé (activité 26)

1.

a. R = $\log(\frac{100 I_0}{I_o}) = \log(100) = 2$
Avec la machine : [2nd] [LOG] [ENTER] 100 [ENTER]
Réponse : 2

b. R = $\log(\frac{1000 I_0}{I_o}) = \log(1000) = 3$
Avec la machine : [2nd] [LOG] [ENTER] 1000 [ENTER]
Réponse : 3.

R = $\log(\frac{100000 I_0}{I_o}) = \log(100000) = 6$
Avec la machine : [2nd] [LOG] [ENTER] 100000 [ENTER]
Réponse : 5.

2.

a. $m(0) = 2600(1\text{-}0{,}51e^{0})^3 = 2600(1\text{-}0{,}51)^3$
Avec la machine : 2600 [(] 1 [−] .51 [)] [^] 3 [ENTER]
Réponse : environ 305,9 kg

b. $m(20) = 2600(1\text{-}0{,}51e^{-0{,}075\bullet 20})^3$
Avec la machine : 2600 [(] 1 [−] .51 [×] [2nd] [LOG][▶][▶][▶][ENTER] [(−)] .075 [×]20 [)] [)] [^] 3 [ENTER]
Réponse : environ 1809,6 kg

c. $m(x) = \quad 2600(1\text{-}0{,}51e^{-0{,}075\bullet x})^3 = 1800$

$\Leftrightarrow \quad (1\text{-}0{,}51e^{-0{,}075\bullet x})^3 = 1800/2600$

$\Leftrightarrow \quad 1\text{-}0{,}51e^{-0{,}075\bullet x} = \sqrt[3]{\frac{9}{13}}$

$\Leftrightarrow \quad 0{,}51e^{-0{,}075\bullet x} = 1 - \sqrt[3]{\frac{9}{13}}$

$\Leftrightarrow \quad e^{-0{,}075\bullet x} = [1 - \sqrt[3]{\frac{9}{13}}]\frac{1}{0.51}$

$\Leftrightarrow \quad -0.075x = \ln(\ [1 - \sqrt[3]{\frac{9}{13}}]\frac{1}{0.51}\ )$

$\Leftrightarrow \quad x = \frac{\ln([1 - \sqrt[3]{\frac{9}{13}}]\frac{1}{0.51})}{-0.075}$

Avec la machine : [2nd] [LOG][▶][▶][ENTER] [(]1 [−] 3 [2nd] [ˣ√] [(]9 [÷]13 [)][)] [(] 1 [÷] .51 [)] [)] [÷] [(−)] .075 [ENTER]
Réponse : environ 19,8 années

Remarque : on peut bien sûr utiliser les mémoires pour simplifier le calcul, mais cela peut être un défi lancé aux élèves de réaliser le calcul en une seule étape !
On peut également demander de répondre en année/heure/minute …

3.

a. T = -8310ln(0.04)
Avec la machine : $\boxed{(-)}$ 8310 $\boxed{\text{2nd}}$ [LOG]▶▶$\boxed{\text{ENTER}}$ .04 $\boxed{\text{ENTER}}$
Réponse : environ 26749 années

$$10000 = -8310\ln(x)$$
$$\Leftrightarrow \quad \ln(x) = 10000/(-8310)$$
$$\Leftrightarrow x = e^{10000/(-8310)}$$

Avec la machine : $\boxed{\text{2nd}}$ [LOG]▶▶▶$\boxed{\text{ENTER}}$ 10000 $\boxed{\div}$ $\boxed{(-)}$ 8310 $\boxed{\text{ENTER}}$
Réponse : environ 0.3%

4.

a. $A = 1000 \cdot e^{\left(-0.693 \cdot \frac{3}{8.08}\right)}$
Avec la machine : 1000 $\boxed{\text{2nd}}$ [LOG]▶▶▶$\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{(-)}$ .693 $\boxed{\times}$ 3 $\boxed{\div}$ 8.08 $\boxed{\text{ENTER}}$
Réponse : environ 773 désintégrations par seconde

b. $A = 1000 \cdot e^{\left(-0.693 \cdot \frac{20}{8.08}\right)}$
Avec la machine : 1000 $\boxed{\text{2nd}}$ [LOG]▶▶▶$\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{(-)}$ .693 $\boxed{\times}$ 20 $\boxed{\div}$ 8.08 $\boxed{\text{ENTER}}$
Réponse : environ 180 désintégrations par seconde

Remarque : il est bien plus indiqué de peut reprendre l’entrée précédente et modifier uniquement le 3 en 20 (attention de bien maîtriser les touches $\boxed{\text{DEL}}$ et $\boxed{\text{2nd}}$ [INS])

c. $A = 1000 \cdot e^{\left(-0.693 \cdot \frac{8.08}{8.08}\right)}$
Avec la machine : 1000 $\boxed{\text{2nd}}$ [LOG]▶▶▶$\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{(-)}$ .693 $\boxed{\text{ENTER}}$
Réponse : environ 500 désintégrations par seconde

Remarque : il est bien plus indiqué de reprendre l’entrée précédente et supprimer la multiplication (inutile !) par $\frac{8.08}{8.08}$ comme proposé ci-dessus

5.

a. Au bout de 48 heures : 48 = 6·8, donc 6 « doublements », c.-à-d. une multiplication par 2^6.
$100 \cdot 2^6 = 6400$
Avec la machine : 100 $\boxed{\times}$2 $\boxed{\wedge}$ 6 $\boxed{\text{ENTER}}$
Réponse : 6400 bactéries

au bout de 5 jours : 5·24 = 120 heures
120 = 15·8, donc 15 « doublements », c.-à-d. une multiplication par 2^{15}.
$100 \cdot 2^{15} = 6400$
Avec la machine : 100 $\boxed{\times}$2 $\boxed{\wedge}$ 15 $\boxed{\text{ENTER}}$
Réponse : 3276800 bactéries

b. 3·24 = 72 heures : 72 = 9·8, donc 9 « doublements », c.-à-d. une multiplication par 2^9
$x \cdot 2^9 = 10000 \Leftrightarrow x = \frac{10000}{2^9} \Leftrightarrow x \cong 19{,}53$

Réponse : au moins 20

Commentaires pour le maître (activité 26)

Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)	Travailler des exercices de modélisation amène un niveau de complexité supplémentaire pour les élèves, mais peut donner du sens aux calculs et permettre une meilleure représentation.
Proposition(s) de déroulement	Travail individuel, ou en binôme. Peut également se travailler par groupes : Énoncé élèves à travailler en groupes de 3-4, leur demander de réfléchir ensemble au problème posé et de rédiger en commun une acétate. Tirer au sort un élève par groupe pour présenter l'acétate du groupe à la classe. Discussion avec la classe Les énoncés peuvent être identiques ou différents pour chaque groupe. Après que tous les groupes aient présenté leurs résultats, le maître clarifie, hiérarchise, organise, amène les compléments théoriques et propose si nécessaire des exercices de consolidation
Prolongements possibles	Comment la calculatrice fait-elle pour calculer ces log/exp ? (on peut poser la question pour relever que ce n'est pas trivial; pour ce qui est des réponses à donner (utilisation de développements en série convergentes tronqués), on laissera au maître le choix d'en parler de façon informative ou pas, selon le niveau et le degré d'intérêt de ses élèves
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	
Productions d'élèves	

Éléments pour la synthèse (activité 26)

Ce que l'élève devrait avoir retenu

- Logarithmes et exponentielles : définitions et propriétés
- Connaissance de l'utilisation des calculs avec log/exp avec la calculatrice (touches et gestion de chaînes de calculs)

Penser si nécessaire à donner des exercices de consolidation.

Exercices de consolidation (activité 26)

Exercice 1:

La période de l'iode I_{121} est de 60 jours. Au bout de combien de temps l'activité d'un échantillon d'iode radioactif I_{121} sera-t-elle égale :

a) à la moitié de l'activité initiale ?

b) au quart de l'activité initiale ?

c) au huitième de l'activité initiale ?

d) au 512ème de l'activité initiale ?

Note : Un peu de réflexion permet de répondre sans calcul.

Exercice 2:

L'intensité radioactive d'un rayon décroît, en traversant un matériau donné, selon la loi :

$$\boxed{\mathbf{I = I_0 \cdot 10^{-kl}}}$$

où **I_0** est l'intensité initiale [en rad]

I est l'intensité après avoir traversé une épaisseur **l** [en rad]

l est l'épaisseur du matériau [en cm]

k est une constante qui dépend du matériau [en 1/cm].

a) Si l'on sait qu'un rayon de radiation gamma est réduit de mille à cent [rad] après avoir traversé une plaque de métal de coefficient k = 0,08 déterminer l'épaisseur de cette plaque.

b) Quelle serait l'intensité d'un rayon de mille [rad] après avoir traversé une plaque de métal de 25 [cm] d'épaisseur?

Exercice 3:

Un satellite est alimenté par une pile radio-isotopique. La puissance de cette pile au cours du temps est donnée par la loi :

$$\boxed{\mathbf{P = P_0 \cdot e^{(-t/259)}}}$$

où **P_0** est la puissance initiale de la pile [en watt]

P est la puissance après **t** jours [en watt]

t est le temps [en jours].

a) Quelle sera la puissance de cette pile au bout d'une année ?

b) Représenter graphiquement l'évolution de la puissance de la pile au cours du temps [Échelle : 1 cm = 20 jours]

c) En combien de temps cette pile ne donnera-t-elle plus que la moitié de sa puissance ?

Exercice 4:

Dans des conditions ordinaires de température et de pression, si $\mathbf{P_0}$ est la pression atmosphérique au niveau de la mer (altitude : 0 mètre), la relation :

$$\boxed{\mathbf{P = P_0 \cdot e^{-a \cdot h}}}$$

permet de calculer la pression **P** à une altitude de **h** mètres.

a est une constante.

a) À 5500 m, la pression **P** est égale à la moitié de la pression $\mathbf{P_0}$. Que vaut la constante **a** ?

b) A quelle altitude se trouve-t-on si la pression **P** est égale au cinquième de la pression au niveau de la mer ?

Exercice 5:

Une compagnie entreprend une campagne publicitaire pour mieux faire connaître son produit. Le volume des ventes s'accroît selon le modèle suivant (le temps t est en mois) :

$$\boxed{\mathbf{V(t) = 800 - 650 \cdot e^{-0.22t}}}$$

a) Quel est le volume des ventes avant la campagne publicitaire ?

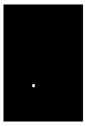
b) Quel est le volume des ventes après deux mois de campagne ?

c) Tracer le graphique de l'évolution des ventes au cours du temps.

d) Sachant que le coût mensuel de la campagne est de 12'000 francs et que la vente d'un article apporte un profit de 500 francs, déterminer à quel moment la campagne n'est plus rentable.

Exercice 6:

En 1978, le canton de Genève comptait une population de 339'273 habitants. En 1979, on en recensait 340'654.



a) Quel a été, en pour mille, l'accroissement de la population entre 1978 et 1979 ?

b) Si ce taux d'accroissement est resté stable, quelle était la population de Genève en 1982 ?

c) Dans ces mêmes conditions, combien y aura-t-il d’habitants à Genève en l'an 2000 ?

Exercice 7:

Si l'on place un grain de blé sur la première case d'un échiquier, deux grains sur la deuxième case, quatre grains sur la troisième, huit grains sur la quatrième, et ainsi de suite, combien y aura-t-il de grains sur la 64$^{\text{ème}}$ case ?

Exercice 8:

Le nombre de feuilles d'une plante aquatique triple chaque jour.

a) Si l'on place dans un étang une telle plante ayant 3 feuilles, combien de feuilles aura-t-elle au bout de 10 jours ?

b) Si le tiers de l'étang est recouvert en 20 jours, combien de jours faudra-t-il pour recouvrir tout l'étang ?

Exercice 9:

Selon les données recueillies par une compagnie de construction de maisons unifamiliales, le nombre de personnes vivant dans une maison unifamiliale est toujours égal au tiers de la population.

L'évolution de la population de la ville au cours du temps est décrite par la formule :

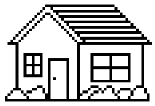
$$\boxed{\mathbf{P(t) = 32'000 \bullet e^{0.017t}}}$$

où **t** est le temps en années.

a) Quelle sera la population dans un an ?

b) Selon les données de la compagnie, combien de personnes décideront-elles d'acheter une maison unifamiliale au cours de la prochaine année ?

c) Combien devrait-il y avoir de demandes de constructions de maisons unifamiliales au cours des cinq prochaines années ?



Exercice 10:

À quelle puissance faut-il élever le nombre 13,28 pour obtenir 77,77 ?

Exercice 11:

Considérons une masse de polonium qui contient $\mathbf{N_0}$ atomes au temps **t** = 0 jours.

Au cours du temps, certains atomes se désintègrent en émettant une particule*, et, de ce fait, se transforment en plomb. Le nombre **N** d'atomes de polonium subsistant au temps **t** peut être calculé à l'aide de la formule suivante : $\mathbf{N = N_0 \bullet a^{-t}}$, où **a** est une constante.

a) Calculer la valeur de la constante **a** du polonium, sachant que la **période** du polonium est de 138 jours. (Arrondir le résultat à 5 chiffres après la virgule.)

b) Après 138 jours, on constate qu'il reste 105 atomes de polonium dans une masse.

Combien y avait-il d'atomes au temps 0 ?

Exercice 12:

a) Quel capital faut-il placer à 4,25 % pendant 15 ans pour avoir finalement 33'000 francs ?

b) A quel taux faut-il placer un capital pour qu'il triple en 24 ans ?

c) Que serait devenu le 1er janvier 1990 un capital de $ 100 placé au début du siècle à 4,5 % ?

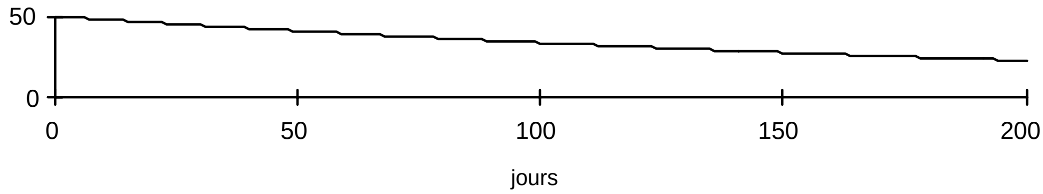
d) Combien de jours au minimum faut-il placer un million à un taux de 7 % pour obtenir plus de 18'000 francs d'intérêts ?

Réponses

Ex 1: a) 60 jours b) 120 jours c) 180 jours d) $1^{1/2}$ année

Ex 2: a) 12,5 cm b) 10 rad

Ex 3: a) 12,216 watt b) voir ci-dessous c) 179,56 jours



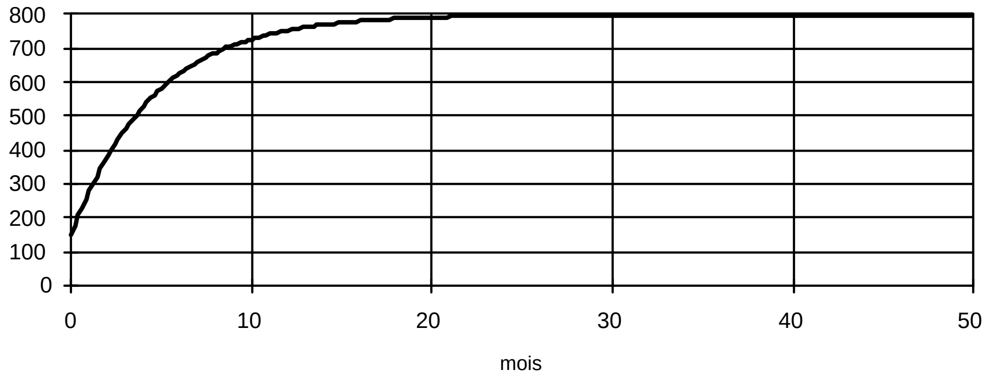
Ex 4: a) a = 0,0001 |1/m] b) 12 770,60 m

Ex 5: a) 150 b) 381 c) voir ci-dessous d) au milieu du 33$^{\text{ème}}$ mois (voir ci-dessous)

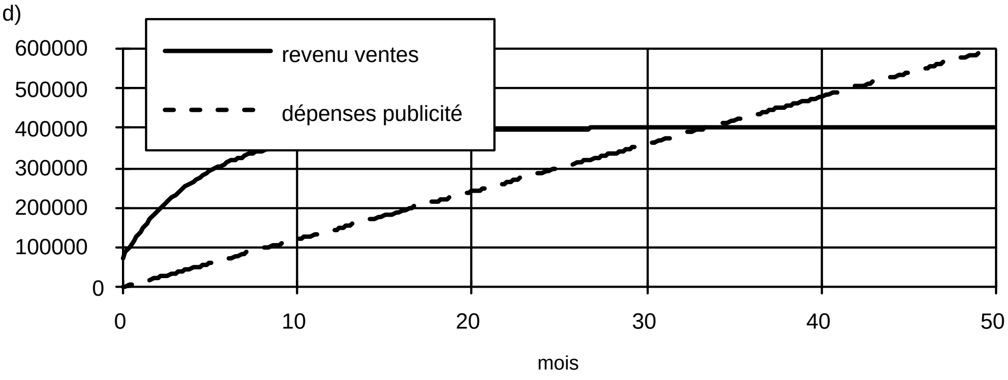
Ex 6: a) 4,07 ‱ b) 344 831 habitants c) 370 990 habitants

Ex 7: 2^{63} grains ($9.22.10^{18}$)

2 c)



2 d)



Ex 8: a) 3^{11} feuilles (117 147 feuilles) b) 21 jours

Ex 9: a) 35 549 habitants b) 183 c) 946

Ex 10: 1,6834

Ex 11: a) 1,00504 b) 210

Ex 12: a) 17 675,55 Fr. b) 4,68% c) 5027,45 $ d) 95 jours

7.4. Autres idées d'activités

n°	origine : (références : voir bibliographie)	degré	E R A V[36]	Usage(s) de la calculatrice	TITRE	contenu ou objectif mathématique
II_1	IUFM Créteil	**7**	V		**2ab**	Essayer le plus tôt possible de différencier « associativité » et « distributivité » car cette confusion est tenace.
II_2	Ruhal Floris	**9**	R		**b2-ac**	lien numérique / algébrique. L'algèbre permet ici de mieux étudier le numérique Voir aussi « Une activité en Or » [p16]
II_3	IUFM Créteil	**8**	R	La touche « carré ». Pratiquer une démarche expérimentale. Conjecturer.	**Calcul bouclé**	
II_4	IUFM Créteil	**8**	A		**Inverse**	Associer le calcul d'un quotient et la multiplication par l'inverse.
II_5	IUFM Créteil.	**7**	E	Mettre en parallèle le calcul mental et le calcul machine.	**Le bon compte**	Prendre conscience des règles de priorité et de leur nécessité.
II_6	IUFM Créteil	**8**	E	Utiliser le facteur constant.	**Le mille-feuilles**	Autre version : Combien de fois faut-il plier une très grande feuille de papier pour obtenir un cahier d'au moins 500 pages ?

[36] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé
Vérifier que; 35*30=1050 Remplacer le point d'interrogation ? par un seul nombre pour calculer chacun de produits : $35\times 60 = 1050\ \times ? =$ $70\times 30 = 1050\times ? =$ $70\times 60 = 1050\times ? =$ $140\times 30 = 1050\times ? =$
***1**. (sans machine)* Choisir trois entiers consécutifs a, b et c; calculer b^2-ac. Que constatez-vous? A partir de votre observation, et après avoir éventuellement calculé la valeur de l'expression algébrique b^2-ac pour d'autres valeurs entières consécutives a, b et c, formulez une conjecture à propos de cette expression. **2.** (*avec ou sans machine)* Votre conjecture est-elle vérifiée pour des nombres négatifs? **3.** (*avec machine)* Votre conjecture est-elle vérifiée pour des nombres très grands ? On a ensuite calculé (123456)^2 = (12345x10+6)^2 via une identité remarquable. Cette activité a été testée avec des élèves qui avaient abordé le problème de l'approximation lors d'une autre activité autour de la racine de 2.
Dans la suite de nombres : $37 \to 58 \to 89 \to \ldots$, chaque nombre est la somme des carrés des chiffres du nombre qui le précède. Quels sont les nombres suivants ? Bizarre, non ?
Déterminer une valeur exacte ou approchée de chacun des calculs suivants : $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $1+\frac{2}{3}$; $\frac{1}{1+\frac{1}{2}}$; .... La touche $\boxed{\text{Ans}}$ est associée au parenthésage dans ce dernier cas. sans utiliser la touche de division ni celle de fraction, mais la touche $\boxed{\frac{1}{x}}$ souvent notée $\boxed{x^{-1}}$.
– Compléter la séquence **5 ? 6 ? 7 ? 8** pour obtenir un résultat donné en remplaçant « ? » par une addition ou une multiplication, sans employer de parenthèses. – Combien obtient-on de résultats différents ? – Quel est le plus grand nombre que l'on peut obtenir en remplaçant les pointillés de l'expression 5...6 - 7...8 avec une addition ou une multiplication sans parenthèses. Les questions précédentes peuvent être reprises en autorisant les parenthèses.
Un long ruban, épais de 1 millimètre d'épaisseur est plié en deux. On plie de nouveau ce ruban en deux. L'épaisseur est ainsi de 4 millimètres. Peut-on poursuivre les pliages assez longtemps pour que la hauteur totale du ruban plié dépasse la hauteur de la tour Eiffel ? (La hauteur de la Tour est de 320 mètres soit 320 000 millimètres !)

n°	origine : (références : voir bibliographie)	degré	E[37] R A V	Usage(s) de la calculatrice	TITRE	contenu ou objectif mathématique
II_7	IUFM Créteil	**8**	E	Mettre en place l'utilisation de l'outil calculatrice en liaison avec l'écriture d'expressions mathématiques numériques.	**Registres d'affichages**	
II_8	IUFM Créteil	**8**	R	Manipuler la fonction « carré » et la touche x ²	**Somme 4 carrés**	Pratiquer une démarche expérimentale en organisant la recherche.
II_9	IUFM Créteil	**5**	R		**système de numération**	Prendre conscience du système de numération
II_10	IUFM Créteil	**8**	R	Aborder le problème des approximations effectuées par la calculatrice et de notre devoir de vérification.	**Racine de huit**	Prendre conscience de la définition de la racine carrée d'un nombre. Développer un algorithme de recherche. Voir le commentaire de l'exercice 2
II_11	IUFM Créteil	**9**	A	Distinguer une valeur exacte d'une valeur approchée.	**Valeurs exactes et approchées**	Voir les exercices 2 et 10.
II_12	IUFM Créteil	**10**	V		**Comparer et racines**	Utiliser les règles formelles de calcul (Hors programme de troisième France).

[37] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé

– Écrire la séquence de touches correspondantes à chacune des expressions suivantes :

$$a=\frac{2+3\times4}{5}\qquad b=\frac{2\times3+4\times5}{6\times7-2\times4}\qquad c=\left(5+\frac{5}{6}\right)\div\frac{3}{4+1}$$

– A quelle expression correspond chacune des séquences suivantes :

$3\ \boxed{\times}\ (\ 4\ \boxed{+}\ 5\ \boxed{\div}\ 4\ )\ \boxed{\times}\ (\ 16\ \boxed{+}\ 8\ )$ $9\ \boxed{-}\ 45\ \boxed{\div}\ (\ 4\ \boxed{+}\ 16\ )\ \boxed{\times}\ (\ 16\ \boxed{-}\ 8\ )$

– Écrire l’expression conventionnelle correspondant à l’affichage écran suivant :

– Effectuer ce calcul sans calculatrice, puis avec calculatrice...

Montrer que 30 est la somme de quatre « carrés » d’entiers inférieurs à 10.

Montrer que 2001 est la somme de quatre « carrés » d’entiers.

Nombre à afficher	demande	Résultat obtenu
473815	Changer le chiffre des milliers sans changer les autres, en une seule opération	
3967,4563	Changer le chiffre des centièmes et celui des centaines sans changer les autres, en une seule opération.	
497,407	Changer le chiffre des centièmes et celui des dizaines sans changer les autres, en une seule opération	

On cherche un nombre positif, dont le carré soit 8, ou à défaut un encadrement de ce nombre.
a) 1 est il ce nombre, pourquoi ? Sinon 2 est-il ce nombre, pourquoi ? Sinon 3 est-il ce nombre ?
b) 2,1 est il ce nombre ? .....
c) Trouver un encadrement du nombre cherché, au millième près ?
d) Poursuivez votre recherche jusqu’à la précision maximale de votre machine.
e) Élever au carré le nombre trouvé ou les valeurs approchées les plus précises. Obtient-on 8 ?

f) Comparer les nombres de cet encadrement avec le résultat obtenu en utilisant la séquence $\boxed{\sqrt{\ }}\ 8$ sur la calculatrice. Que peut-on en conclure ?
g) Élever au carré le nombre trouvé, après avoir tapé la séquence $\boxed{\sqrt{\ }}\ 8$ sur la calculatrice. Que pourriez-vous en conclure si vous n’étiez pas vigilant ?

Comparer à l’aide de la calculatrice : $\frac{665857}{470832}$ *et* $\sqrt{2}$

Ces deux nombres sont-ils égaux ? Pourquoi ?

Comparer à l’aide de la calculatrice.

$\sqrt{3}-\sqrt{2}$ et $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

Ces deux nombres sont ils égaux ?

n°	**origine** : (références : voir bibliographie)	**degré**	E[38] R A V	**Usage**(s) de la calculatrice	**TITRE**	contenu ou objectif **mathématique**
II_13	IUFM Créteil	**8**	E		**Fibonnaci**	Conjecturer, provoquer le passage d'un calcul numérique au calcul littéral pour démontrer.
II_14	IUFM Créteil	**9**	E		**Retour case départ**	Utiliser un algorithme de calcul pour assimiler le passage du langage parlé aux conventions d'écriture. Motiver le besoin d'une preuve,… littérale
II_15	IUFM Créteil	**8**	A	A manier avec précaution en raison de la notation. Ne doit pas être dissocié des règles d'écriture habituelles qui restent l'objectif rédactionnel, quoi que... penser à la résolution d'un système 2L1-3L2=… !	**Écriture**	Écriture algébrique sur écran pour assurer la maîtrise des règles de priorité.
II_16	Ruhal Floris	**9**	R	Utiliser la touche « Opérateur » ou bien un tableur ! !	**Modéliser avec l'algèbre**	
II_17		**7**	A		**Sans x**	
II_18		**7**	R		**330**	

[38] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé
– Choisir deux nombres entiers « a » et « b ». Leur somme constitue le troisième nombre d'une série de nombres, le quatrième nombre de cette série est la somme des deux précédents, le cinquième également ainsi que les suivants. – Déterminer les 10 premiers nombres de la série. – Comparer la somme des six premiers nombres au cinquième. – Comparer votre remarque à celle de vos voisins. Pourrait-on être certain de la propriété mise en évidence ?
Choisir un entier relatif, lui ajouter son suivant immédiat, multiplier le résultat obtenu par 3 puis retrancher 3, diviser le résultat par 6. a) Comparer votre résultat à celui de vos camarades. Bizarre, non ? b) Pourrait on être certain de la propriété mise en évidence ?
$2+3\times4$ *s'écrit* $2+3\times4$ $2+3/4$ *s'écrit* $2+\frac{3}{4}$ *et non* $\frac{2+3}{4}$ $(2+3)/4$ *s'écrit* $\frac{2+3}{4}$ *et non* $2+\frac{3}{4}$ comme le pensent parfois des élèves. Le calcul formel permet aussi de résoudre pas à pas des équations ou inéquations en utilisant les « bonnes » règles.
Trouver une formule qui ne fait afficher que des nombres impairs successifs. Trouver une formule qui ne fait afficher que des nombres impairs successifs et telle qu'à 0 corresponde 5. Trouver une formule qui ne fait afficher que des nombres impairs successifs et telle qu'à 0 corresponde -1. Trouver deux autres formules qui ne font afficher que des nombres impairs successifs. Trouver une formule qui ne fait afficher que des multiples de 3 Faire afficher des nombres pairs, puis leurs carrés dans la colonne à droite. Que peut-on conjecturer sur le carré de nombres pairs ? Trouver une formule qui affiche la somme de deux nombres impairs consécutifs et qui montre qu'il s'agit de deux nombres impairs consécutifs. Trouver ensuite une formule plus simple (3ème colonne). Montrer que le nombre 5x+2 est pair ou impair suivant les valeurs de x entier. Formuler une conjecture à propos de la parité du nombre x lorsque n est pair; puis lorsque n est impair. Montrer que la somme de deux nombres pairs consécutifs est un nombre pair qui n'est jamais divisible par 4.
Sans utiliser la touche [x] et un minimum d'opérations sur la calculatrice, calculer les produits suivants : 387×204 et 387×199.
Avec la calculatrice, on ne peut utiliser que les touches [+], [x], [=] et 2. On affiche au départ le nombre 18. Sans effacer ni éteindre, comment peut-on atteindre le nombre 330, en utilisant le moins possible de calculs.

n°	origine : (références : voir bibliographie)	degré	E[39] R A V	Usage(s) de la calculatrice	TITRE	contenu ou objectif mathématique
II_19		**10**	A	Selon le modèle de la calculatrice on pourra l'utiliser pour trouver l'ordre ; ajouter des « 9 » pour obliger le calcul algébrique.	**Ordonner grands nombres**	Ordre de grandeur. Identités remarquables.
II_20					**7 puissance**	
II_21		**7**	E		**Diviseurs de 72**	Division euclidienne. Diviseurs.
II_22	[p8]	**6**	E		**Il était des fois**	Décomposition en produits.
II_23	[p8]	**7**	V		**Estimation**	
II_24	[p8]	**7**	R		**Division euclidienne**	
II_25	[p8] 2P page 210 Calcul réfléchi et calculette, voir livre du maître 2P page 263 et 265		V	Voir aussi commentaires didactiques généraux page 115 ss.	**zéro**	
II_26	[p8]	**4**	V		**Mettre à zéro**	
II_27	[p8]				**Le compte est bon (2P-5P)**	

[39] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé
Ordonner les trois nombres suivants : **A = 999 999 999 999 × 999 999 999 999** **B = 999 999 × 999 999 × 999 999 ×999 999** **C = 999 999 999 999 999 999 × 999 999** *On estime aisément l'ordre de grandeur des trois nombres à $10^{24.}$ mais ensuite ? Il faut passer par une écriture en utilisant les puissances, par exemple A = $(10^{12}-1)^2$ ou introduire une notation algébrique x = 999 999 et faire le calcul algébriquement.*
Calculer la plus grande puissance de 7 possible.
Déterminer tous les diviseurs de 72 en utilisant une calculatrice et en un minimum d'opérations. Utiliser la division entière si possible.
En utilisant des signes « x » et une fois des nombres de la liste 2,3,4,5,6,8,9,10,12,15,16,18,20,24,25,30,40,50 et 60, on peut former par exemple, l'égalité 30x2=4x3x5 En respectant cette règle, chercher d'autres égalités qui comportent le plus possible de signes « x ».
Deux joueurs, une calculatrice. Entrer à la calculatrice le nombre donné puis le signe ÷. Le premier joueur doit entrer un nombre tel que le résultat de l'opération soit dans le domaine donné. Il a droit à deux essais. Ensuite, les joueurs changent de rôle. Ecrire tous les résultats obtenus. (i) 1250 ÷ …….. = ……… Domaine : Entre 26 et 29 (compris) 1250 ÷ …….. = ……… (ii) 999 ÷ …….. = ……… Domaine : Entre 20 et 23 (compris) 999 ÷ …….. = ………
Compléter la division 19372 ÷ ….. = 27 ; Quelles sont les solutions possibles ?
6 14 24 26 56 Utilise deux nombres parmi les cinq proposés et les signes « + » ou « - » pour fabriquer des calculs dont la réponse est un nombre qui se termine par 0.
Faire afficher le nombre 249861. Soustraire un nombre de telle sorte que le 4ème chiffre depuis la droite se transforme en 0. **Variante** : Soustraire des nombres de façon à transformer tous les chiffres en zéro, du chiffre le plus petit au plus grand.
(En 2P) J'affiche $\boxed{5}$, je n'utilise pas la touche $\boxed{5}$ J'affiche $\boxed{24}$ je n'utilise pas les touches $\boxed{0}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{4}$ (En 5P) Tu dois trouver 189 sans utiliser les chiffres de 2 à 9 Tu dois trouver 1000 sans utiliser les chiffres 1, 2, 3, 4 et0.

n°	**origine** : (références : voir bibliographie)	**degré**	E[40] R A V	**Usage**(s) de la calculatrice	**TITRE**	contenu ou objectif **mathématique**
II_28	[p8]	**5**	E		**Explorer nombres consécutifs**	
II_29		**6**	A		**base 10**	Activités pour mieux maîtriser les propriétés du système en base 10.
II_30	[p9] ou A Deledicq « la magie du calcul » éd. Kangourou	**9**	A		**Miracles**	Activités pour faire sentir le besoin de la preuve algébrique.

[40] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé
Explorer les suites de 3 nombres consécutifs et leurs propriétés. Idem pour 4, 5 nombres consécutifs.
Affiche le nombre 123,45 sur ta calculatrice. Quelle opération faire avec ta calculatrice pour que le chiffre des unités du nombre augmente de 1 ? diminue de 1 ? Quelle opération faire avec ta calculatrice pour que le chiffre des dizaines du nombre augmente (diminue) de 1 ? Quelle opération faire avec ta calculatrice pour que le chiffre des centaines du nombre augmente (diminue) de 1 ? Quelle opération faire avec ta calculatrice pour que le chiffre des dixièmes du nombre augmente (diminue) de 1 ? etc. Quelle opération faire avec ta calculatrice pour déplacer la virgule d'un cran vers la gauche ? vers la droite ? Quelle opération faire avec ta calculatrice pour déplacer la virgule de deux crans vers la gauche (droite) ?etc. Quelle opération faire avec ta calculatrice pour augmenter de 1 tous les chiffres du nombre ? diminuer de 1 ? Recommence toutes les étapes en affichant 199,99. Que se passe-t-il ?
Choisissez un entier s'écrivant avec 3 chiffres. Écrivez-le deux fois côte à côte pour avoir un nombre de 6 chiffres (ou bien : écrivez un nombre de six chiffres tels que le chiffres des unités soit le même que le chiffre de milliers, que le chiffre des dizaines soit le même que le chiffre des dizaines de mille et que le chiffre des centaines soit le même que celui des centaines de mille) Divisez successivement ce nombre par 7 puis par 11 puis par 13. Expliquez le résultat. Idem avec un nombre de six chiffres dont le chiffre des unités, des centaines et des dizaines de mille est le même, et le chiffre des dizaines, des milliers et des centaines de mille le même. Divisez-le par 3, puis par 7, puis par 13 puis par 37. Pourquoi obtenez vous ce que vous obtenez ?   Formez tous les nombres possibles avec trois chiffres et calculez leur somme S. Calculez aussi s la somme des trois chiffres. Divisez S par s . Justifiez ce résultat. Choisissez un nombre entier de 3 ou 4 chiffres. Faites-en un autre avec les mêmes chiffres. Pourquoi la différence entre ces nombres est un multiple de 9 ? Choisissez un nombre entier de 3 chiffres – Calculez S la somme de ses chiffres – Écrivez un autre nombre de 3 chiffres en renversant l'écriture du nombre initial, c'est-à-dire en échangeant le chiffre des unités avec celui de centaines – Ajoutez les deux nombres – Retranchez le double de S – Divisez le résultat par 9 – Retranchez du quotient le double de S – Divisez encore par 9 – Ajoutez au quotient le chiffre des dizaines. Aviez-vous prévu le résultat ? Choisissez un nombre entier de 3 chiffres – Renversez-le – Soustrayez le plus petit du plus grand – Renversez la différence – Ajoutez la différence et son renversé – Expliquez ! Choisissez un nombre de 1 chiffre. Multipliez-le par 9. Multipliez votre âge par 10. Soustrayez du décuple de votre âge 9 fois le nombre. Donnez-moi le résultat et je peux trouver votre âge. Comment ?

n°	**origine** : (**références** : voir bibliographie)	**degré**	E[41] R A V	**Usage**(s) de la calculatrice	**TITRE**	contenu ou objectif **mathématique**
II_31	[p10]	**8**	A	un regard critique envers les résultats de la calculatrice.	**Affichage non contrôlé**	
II_32	[p10]	**7**	A	Vraisemblance des résultats	**Vrais ?**	
II_33	[p10]	8	A	Ainsi sur la même calculatrice on trouve 105 + 10-5– 105 = 0 mais 105 + 10-4 – 105 = 0,0001	**Qui a raison ?**	
II_34	[p10]	**8**	A		**Dans le registre**	
II_35	[p10]	**8**	E	Les touches qui économisent.	**Itération**	
II_36	[p10]	10	E	Les touches qui économisent.	**Les suites**	

[41] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé

Paul est un paresseux qui calcule toujours avec sa montre calculatrice, même dans les cas les plus simples. Mais parfois il appuie mal sur les touches, surtout quand il le fait en cachette sous le pupitre. Dans cette suite de résultats faux, explique ce qui a bien pu se passer quand il a tipé les nombres ou les signes des opérations :

$3 \times 6 = 36$ $3000 + 600 = 900$ $3{,}5 \times 100 = 0{,}035$ $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 24$

$72 : 0{,}4 = 18$ $5 \times 10^4 = 500\,000$ $\frac{120}{3 \times 20} = 800$ $12{,}45 + 13{,}75 + 1{,}25 = 151{,}20$

On peut ensuite leur demander d’inventer de tels exercices pour leurs camarades.

Voici des résultats obtenus lors d’opérations par plusieurs élèves qui ne calculent pas tous juste. Sans faire le calcul, exclus les résultats qui te semblent impossibles et explique pourquoi tu les as exclus. Vérifie ensuite avec la calculatrice si les valeurs que tu as exclues devaient l’être.

Calcul	Résultats de Vasco	Résultats de Diego	Résultats de Anaïs
123, 176 + 456, 89	580, 16	880,066	580,069
201,21 × 532,8	107204,218	107204,01	10720468
690 : 125	5,52525252…	552	7,52
887 + 123	910	1013	1510
29^2	481	842	58

Calculez avec la machine

$A = (10^6 + 10^{-6} - 10^6) : 10^{-6}$ $B = (10^{-6} + 10^6 - 10^{-6}) : 10^6$.

Quel est le résultat de la calculatrice ? Et quel votre résultat "à la main" ? Qui a raison ?

Pour savoir le nombre de chiffres avec lesquels travaille ta calculatrice tu peux effectuer une division,
par exemple effectue 10 : 7 = 1,428571429.
Essaie de savoir combien de chiffres sont stockés dans le registre de la calculatrice.
– Pour cela, tu soustrais la partie entière du quotient (le ou les chiffres avant la virgule, ici 1), puis tu multiplies cette différence par 10 et tu recommences... On voit ainsi apparaître successivement 4,285714286 puis 2,857142857 puis 8,571428571 puis 5,71428571 puis 7,1428571.
– Ceci signifie que la calculatrice n'a pas d'autres chiffres en mémoire après le dernier 1.
Elle a donc un affichage de 10 chiffres et un registre contenant 13 chiffres.

Essaie avec un autre exemple comme 1/13 ou √2.

Une balle rebondit aux 17/24 de sa hauteur de chute.
Calcule les hauteurs des rebonds successifs :

Suite arithmétique

Une suite est constituée de termes numérotés de 1 à n. Dans une suite arithmétique on obtient le terme suivant en ajoutant toujours le même nombre appelé raison et noté r au terme précédent : $a_n = a_{n-1} + r$. Calcule en utilisant ta calculatrice le 20e terme d'une suite arithmétique de terme initial $a_0 = 1{,}5$ et de raison 0,505. Aurais-tu pu éviter de calculer tous les termes intermédiaires et trouver directement le 20e terme ?

Suite géométrique

Une suite est constituée de termes numérotés de 1 à n. Dans une suite géométrique on obtient le terme suivant en multipliant le terme précédent par un nombre r appelé raison : $a_n = a_{n-1} \times r$. Calcule en utilisant ta calculatrice le 20e terme d'une suite géométrique de terme initial $a_0 = 100$ et de raison 0,999. Aurais-tu pu éviter de calculer tous les termes intermédiaires et trouver directement le 20e terme ?

n°	**origine** : (références : voir **bibliographie**)	**degré**	E[42] R A V	**Usage**(s) de la calculatrice	**TITRE**	contenu ou objectif **mathématique**
II_37	[p10]	**9**	R		**Programmation et boîte noire**	
II_38	[p10]	**9**	E		**Program-mation**	
II_39	[p10] Autres exemples dans [j13]	**9**	A	les grands nombres apparaissent sur la calculatrice en écriture scientifique	**Grands et petits**	la découverte de l’écriture scientifique.
II_40	[p10]	**7**	R		**Deux chemins pour le même résultat**	Cet exercice est une préparation aux équations mais surtout comme le précédent permet de se promener dans les familles de nombres.

[42] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé
Tu « programmes » une opération avec la touche opérateur de ta calculatrice. Tu la passes ensuite à ton voisin qui doit retrouver l’opération, que tu as programmée, par essais successifs ou en reconnaissant la fonction affichée dans l’opérateur.
Introduis avec la touche opérateur constant $x^2\pi$. Tu donnes ensuite à x la valeur du rayon et l’opérateur constant te restitue directement l'aire du disque. Comment ferais-tu pour obtenir l’aire d’un carré ou le périmètre d’un carré, d’un disque, ou d’un triangle équilatéral avec cette même touche ?
Le volume de la lune Calcule le volume de la Lune en sachant que son rayon est de 1800 km (le volume de la boule est donné par $V = 4/3\ \pi$ r3.) **L’étoile la plus proche** Calcule la distance du soleil à Proxima du Centaure à en sachant qu'un rayon lumineux met environ 4 ans pour nous parvenir de cette étoile et que la vitesse de la lumière vaut approximativement 300'000 km/s. Solution : Ce problème est plus facile pour les élèves que de calculer la distance correspondant à une année lumière, ce qui reste plus abstrait. Avec une année arrondie à 365 jours, on trouve d = 3,78 1013 km. **Ca grouille** Calcule le nombre de bactéries qu'on aura dans un bouillon de culture à partir d’une seule bactérie après un jour de travail du laboratoire (12 heures), en sachant que les bactéries se reproduisent par mitose toutes les 20 minutes approximativement **Que de secondes** Combien s’est-il écoulé de secondes depuis le Big Bang (celui-ci se serait produit il y a 15 milliards d’années) **L’humanité en boîte** Si on voulait placer toute l’humanité dans un gigantesque terrain carré à raison de 1 m2 par individu, quelle serait la taille de ce carré ? Et si on voulait placer toute l’humanité dans un gigantesque cube en supposant qu’une personne occupe 0,5 m3, quelle devrait être son arête ? 100 m ? 1 km ? 10 km ? 100 km? 1000 km? Et si enfin on répartissait également toute l’humanité sur l’espace des terres émergées, soit environ 510 millions de km2, de quel espace disposerait chaque individu ? **Quelques calculs** Peux-tu comprendre ces résultats ? 3×103 + 5×104 = 530003×104 + 5×104 = 80000 3×103 + 5×105 = 503000 3×103 × 5×104 = 150000000 etc. Explique comment on les trouve. Avec ton voisin, faites d’autres essais et contrôlez les résultats sur la calculatrice. **Les exposants négatifs** Essaie avec ta calculatrice 5EE –6 = 12 EE –3 = 8EE7 = 5,3EE –2 =0,09EE-3 =Qu’en conclus-tu ? Essaie avec d’autres exemples pour vérifier ta supposition. **On propose** aux élèves de retrouver la règle correspondant à l'écriture a 10-n à partir de plusieurs exemples numériques. Une discussion entre les élèves permet normalement de trouver comment comprendre cette notation. On cherchera ensuite des exemples en physique (dimensions des atomes) ou biologie pour appliquer cette notation. Enfin on en justifiera la cohérence en montrant ce qui se passe quand on divise successives par 10.
On a une calculatrice avec opérateur fixe ou avec itération automatique de la même opération. On affiche 0 et on fait + 4 (ou on utilise l’opérateur constant) un certain nombre de fois. On recommence en affichant 13 et on itère plusieurs fois + 5. On a trouvé le même nombre. Quel peut bien être le nombre trouvé? Les élèves sont répartis en deux groupes qui se partagent le travail pour essayer de trouver les différents nombres qui conviennent.

n°	**origine** : (**références** : voir bibliographie)	**degré**	E[43] R A V	**Usage**(s) de la calculatrice	**TITRE**	contenu ou objectif **mathématique**
II_41		**7**	E		**Problème ouvert**	Problème simple dont on ne connaît pas la solution.
II_42	[p10]	**8**	E		**Le dernier**	
II_43	[p10]	**7**	R		**Carré finissant par 3**	
II_44	[p10]	**7**	A		**Des trois**	
II_45	[p10]	**9**	R		**Des septièmes**	
II_46	[p10]	**9**	A		**expressions bizarres**	Besoin de l'outil algébrique.
II_47	[p10]	**8**	A		**Toujours vraie ?**	Le tiers-exclus et les règles du débat mathématique.
II_48	[p10]	**8**	R		**Carré dans carré**	

[43] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé
On choisit un nombre entier. S’il est pair, on le divise par deux, s’il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute deux. On recommence avec le nombre obtenu. Quel est le « parcours » des différents nombres ?
Écris les nombres de 1 à 9 sur une ligne. En dessous, écris leur carré, encore en dessous leur cube, puis les puissances 4e et 5e. Observe les derniers chiffres des 45 nombres obtenus en colonne (pour chaque nombre n, n2, n3, n4, n5) et en ligne (tous les carrés, tous les cubes, etc.). Écris 5 remarques à ce propos. Quel est le dernier chiffre de 20022002 ?
Si on multiplie un nombre entier par lui-même, alors le résultat ne se terminera jamais par le chiffre 3 ». Vrai ou Faux ?
Calcule par écrit puis à l'aide de la calculatrice 1: 3 et 2 : 3. Comment expliques-tu la suite de 3 obtenus dans la division 1 : 3 ? Comment expliques-tu la suite des chiffres que tu obtiens dans le quotient de 2 : 3 ? Quel en est le dernier chiffre ? Compare les deux quotients obtenus.
Les septièmes sont des fractions étonnantes : leur écriture décimale est périodique et comporte les 6 chiffres 142857. Calcule successivement les quotients 1 : 7 , 2 : 7 , 3 :7 etc. ou transforme les fractions correspondantes en nombres décimaux avec la touche de ta calculatrice. Qu’observes-tu ? Peux-tu expliquer cette régularité ?
Choisir deux nombres a et b tels que a + b = 1. Calculer a2 + b et a + b2. Que se passe-t-il ? Comment le prouver ?
Le nombre n2 –n + 11 est-il toujours premier ? Voici un exemple plus simple : « n(n+1) est toujours divisible par 3, 5 ou 7, quand « n » est plus grand que 2. »
Dans la cour, dessiner à la craie un carré de 6 mètres de côté. Calculer son aire. Relier les milieux des côtés et pour former un nouveau carré. Quelle sera l’aire du nouveau carré ? Déterminer la mesure du côté du nouveau carré. Solution : Les élèves mesurent le côté du petit carré. On les encourage à vérifier leur résultat, s’ils n’y pensent pas pour retrouver l’aire de 18 = 36 : 2. Avec les valeurs mesurées, ils n’obtiennent pas 18. On va donc passer à une mesure plus précise, mais on est limité par la précision du double décamètre. On passe alors à des encadrements du côté : de l’encadrement de l’aire à l’encadrement du côté $16<18<25$ donc $4<c<5$, on cherche une longueur entre 4m et 5 m donc entre 40 dm et 50 dm. Quels sont les carrés qui encadrent 1800 dm2. On cherche avec la calculatrice des carrés qui puissent convenir. Ici on a encore des indices liés au résultat de la mesure.$1764 < 1800 < 1849$ $42 < c < 43$ A l’étape suivante on cherchera des carrés des nombres compris entre 420cm et 430cm. On continue de même en passant au mm maison risque d’être limité par l’affichage. On a ainsi investigué des nombres et on s’est posé des questions. Peut-être est-il possible de faire déjà constater ici la vanité de la recherche de c. En effet on augmente de plus en plus le nombre de ses décimales tout en voulant obtenir un carré qui se termine par des zéros, au fur et à mesure on s’enfonce dans des unités plus petites…

n°	**origine** : (**références** : voir bibliographie)	**degré**	E[44] R A V	**Usage**(s) de la calculatrice	**TITRE**	contenu ou objectif **mathématique**
II_49	[p10] Voir aussi MERM Nombres et Opérations n° 100 « Déracinés ! »	**9**	A		**Le même nombre ?**	
II_50	[p10]		A		**Les formes**	

[44] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé

Parmi les écritures suivantes, lesquelles désignent le même nombre?

2,5	7,5 – 0,5	$\frac{5}{2}$	3,5 x 2	7,5 – 5	$\frac{25}{10}$	5 x 0,5
12 – 5	$\frac{25}{10}$	2 + 1 + 2	$\frac{700}{100}$	$(0,5)^2$	$\frac{2}{5}$	5 + 2

Vérifier si nécessaire vos réponses avec la calculatrice.

Même exercice avec des racines carrées et des fractions plus difficiles

10 : 6 0,6 $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}}$ $\frac{18}{30}$ $5 \times \frac{1}{3}$ $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$ $4 \times 1,5$ $\frac{\sqrt{9}}{5}$ $0,5 \times 1,2$ 6 : 10 $0,2 + \frac{2}{5}$

Quand les nombres ont été regroupés, tu peux utiliser ta calculatrice pour vérifier tes résultats.

Parmi les écritures suivantes, lesquelles désignent le même nombre ?

5	$\sqrt{\frac{72}{36}}$	$\sqrt{16}+\sqrt{9}$	7	$\sqrt{2}$	4+3	$\sqrt{2}\times\sqrt{3}$
$\sqrt{\frac{100}{25}}$	$\sqrt{49}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{16+9}$	$\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}}$	4x3	$\sqrt{2}+\sqrt{3}\sqrt{4}$
$\sqrt{5}$	$\frac{10}{2}$	$\sqrt{2+3}$	$\sqrt{16}\times\sqrt{9}$	2	$\sqrt{4}\times\sqrt{10}$	$\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{36}}$
12	$\sqrt{5}\times\sqrt{5}$	$\sqrt{5\times5}$	$\sqrt{4\times10}$	$\sqrt{2\times2}$	$\sqrt{16\times9}$	$\sqrt{144}$
$2\times\sqrt{10}$	$10\times\sqrt{7}$	$\sqrt{8}$	$2\times\sqrt{7}+8\sqrt{7}$			

Pour donner la réponse, tu peux utiliser ta calculatrice pour trouver si nécessaire des valeurs approchées et classer tes résultats dans un tableau selon l'écriture "modèle" de l'expression, où a et b désignent des entiers positifs :
Écriture décimale exacte ou approchée;
$\sqrt{a}$; $a\sqrt{b}$; $\sqrt{(a + b)}$; $\sqrt{a} + \sqrt{b}$; $\sqrt{(a\ b)}$; $\sqrt{a}\sqrt{b}$; $\sqrt{(a/b)}$; $\sqrt{a}/\sqrt{b}$; autre

Trouve une écriture de 6 puis de 4,5 sous la forme d'
- une somme de deux (respectivement trois) termes
- une différence
- un produit de deux (respectivement trois) facteurs
- un quotient
- une fraction de dénominateur 10
- une fraction de dénominateur 2
- une fraction de numérateur 300

Trouve si possible une écriture de 9/4 puis de –8 sous la forme d'
- une somme de deux termes
- une différence
- un produit de deux facteurs
- un quotient
- un carré (respectivement) une racine carrée
- une racine carrée
- une fraction de dénominateur 100
- une fraction de numérateur 720

Trouve si possible une écriture de –2/3 puis de $\sqrt{6}$ sous la forme de
- une somme de deux termes (respectivement) une différence
- un produit de deux facteurs
- un quotient
- un carré (respectivement) une racine carrée …

n°	**origine** : (**références** : voir bibliographie)	**degré**	E[45] R A V	**Usage**(s) de la calculatrice	**TITRE**	contenu ou objectif **mathématique**
II_51	[p10]	**7**	R		**Le plus grand produit de deux**	Cette recherche est à mettre en parallèle avec celle du rectangle de périmètre donné et d'aire maximale qui est un classique
II_52	[p10]	**8**	R		**Le plus grand des produits**	
II_53	[p10]	**7**	E		**Une petite fortune**	
II_54	MERM Nombres et Opérations n°78	**8**	E		**Quel échec**	
II_55	[p10]	**9**	E		**Un Impair pardonnable**	
II_56	[p10]	**7**	A		**Premiers et composés**	preuve facilement accessible
II_57	[p10]	**9**	E		**Sommer à tout va !**	Observer sans démontrer

[45] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé
On décompose un nombre entier en somme de deux nombres entiers. Quand est-ce que le produit de deux termes obtenus est le plus grand ?
Chercher parmi les décompositions additives d'un nombre entier en somme de nombres entiers, celle(s) qui correspondent au plus grand produit. ***Solutions*** *: Même avec un nombre relativement petit, la combinatoire des possibilités est grande : pour 10, il y a 11 possibilités en excluant les décompositions comportant des 0 et des 1 que les élèves éliminent rapidement.* *Cette recherche demande organisation et réflexion.* *La solution générale est la maximalisation du nombre de termes égaux à 3.*
Joëlle a 147 F dans sa tirelire en pièces de 2 F et de 5 F. Elle a en tout 39 pièces. Combien a-t-elle de pièces de chaque sorte ? *proposer de présenter les calculs dans un tableau, où figurent le nombre de pièces de 2 F, de 5 F, et la somme d'argent correspondante.*
Le nombre de grains de riz sur l'échiquier (un grain de blé pour la première case, deux grains pour la deuxième case, quatre grains pour la troisième…on double le nombre d'une case à l'autre ! On estime à 5g la masse de 100 grains.)
Quels sont tous les nombres entiers impairs qui peuvent s'écrire comme somme d'au moins 3 nombres entiers non nuls consécutifs ? **Solution** : Il faut faire suffisamment d'essais pour pouvoir poser une conjecture correcte. Trouver la caractéristique des nombres pour lesquels ça marche : ce sont les nombres impairs composés. Établir une preuve de la conjecture (si on peut montrer que ça marche avec les nombres composés, il est difficile de prouver que ça ne marche pas avec les nombres premiers). ***Relances*** *Pour ceux qui auraient de la peine à démarrer,* *on peut donner des exemples :* *le nombre 9 convient car : 9 = 2 + 3 + 4* *le nombre 15 convient car : 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5* *Quel peut être le nombre de termes de la décomposition ? Pair ? Impair ?* *Faire un lien avec les diviseurs d'un nombre impair donné.*
2 , 3 , 5 , 7 , ... sont premiers, 4 , 6 , 8 , 9 , ... sont composés. Quels sont les nombres premiers somme de deux nombres composés ? Exemple : le nombre 31 convient car 31 = 6 + 25 . *L'un des intérêts de cette activité est que la preuve est facilement accessible aux élèves. Par exemple, tout nombre premier supérieur ou égal à 13 peut s'écrire comme la somme du nombre composé 9 et d'un nombre pair plus grand que 2*
Quels sont les nombres entiers qui sont la somme d'au moins deux nombres entiers consécutifs ? *Solution : La réponse est que tous les nombres entiers conviennent, excepté les puissances de 2. Si les élèves font suffisamment d'essais, ils peuvent parvenir à ce résultat. Par contre, il nous semble difficile d'en établir une preuve mathématique à leur niveau, mais ils peuvent voir comment cela semble fonctionner…*

n°	**origine** : (références : voir **bibliographie**)	**degré**	E[46] R A V	**Usage**(s) de la calculatrice	**TITRE**	contenu ou objectif **mathématique**
II_58		**7**	R		**Retour à 10**	
II_59		**10**	E		**Nombres de Fermat**	
II_60	[p10]	**7**	E		**Une aire et beaucoup de périmètres**	
II_61	[p10]	**8**	A		**Tant que ça ?**	Tout l'intérêt est d'approximer le résultat avant de se lancer dans tous les calculs possibles à partir d'un choix raisonnable du nombre d'élèves dans la classe (de 12 à 28).
II_62	[j13] voir aussi MERM Nombres et Opérations n° 215 « Les chasseurs de PI »	**9**	A		**Fractions continues**	
II_63	[p10]	**7**	V		**Un rapport à évaluer**	

[46] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé
A partir d'un nombre compris entre 100 et 1000, il faut afficher 10 comme résultat en un maximum de 4 opérations, mais en n'utilisant que des nombres compris entre 1 et 9 après l'opération. Exemple : 456 + 3 = 459   459 : 9 = 51   51 + 9 = 60   60 : 6 = 10 Joue une partie de retour à 10 avec un(e) camarade. A tour de rôle, chacun donne un nombre à l'autre. Découvre une stratégie efficace pour gagner. Peut-on gagner avec n'importe quel nombre ?
Fermat pensait que les nombres de la forme $F_n = 2^{(2^n)} + 1$ étaient premiers. Estime le nombre de chiffres de F_{10} en sachant que $2^{10} = 1024$. Calculez F_0, F_1, F_2, F_3 et F_4.
Parmi tous les rectangles d'aire 24 cm², lequel a le plus grand périmètre ? *Solution : Les élèves expérimentent les décompositions entières de 24 et réalisent que 1×24 donne le plus grand périmètre… et puis il y a un saut conceptuel quand l'un dans la classe tente un nombre décimal comme 0,5 qui permet de dépasser 24 pour la longueur. La calculatrice n'est pas indispensable au début, mais elle permet, si les élèves sont encore peu à l'aise avec des multiplications de très petits nombres comme 0,0001 de retrouver la longueur quand la largeur est un décimal très petit.*
Dans une classe, le calcul du pourcentage de filles, arrondi à un chiffre après la virgule est de 65,2% Peut-on déterminer le nombre de filles et de garçons de la classe ? ou bien Dans l'Essai philosophique sur les probabilités du grand mathématicien Laplace (1749-1827) apparaît le rapport du nombre de garçons au nombre de filles à la naissance égal à 1,047. Exprimez ce rapport sous forme d'une façon plus parlante.
Exprimer une approximation de π à l'aide d'une fraction. (plus de détail dans l'Annexe au rapport de calcul [j13]
Calcule $\frac{3+5}{6+4}$ à la main et puis avec ta calculatrice. As-tu le même résultat ? Plusieurs élèves ont fait ce même calcul avec leur calculatrice et ont trouvé 7,833333333   0,8   3,5   5,333333333. Explique comment ils ont procédé. Pour que les calculs mathématiques donnent les mêmes résultats pour tous, les mathématiciens se sont mis d'accord sur des règles de procédure qui donnent un résultat unique. Quelles sont ces règles ?

n°	**origine** : (références : voir bibliographie)	**degré**	E[47] R A V	**Usage**(s) de la calculatrice	**TITRE**	contenu ou objectif **mathématique**
II_64	Ruhal Floris Gruner				**Mémoire et formule**	
II_65	Casio [PM Charrière volu.pdf]	**8**	E	Arrondir les nombres affichés.	**Même volume**	
II_66		**8**	A		**Un produit à 19 chiffres**	
II_67	IUFM Créteil	**7**	V		**Sans poser**	Anticiper et contrôler

[47] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé

memoiretformule.pdf est une fiche élève indiquant comment utiliser la mémoire ainsi que l’opérateur constant: elle se trouve dans le dossier numérique „bibliographie“.

On donne :
- Le prisme et le cylindre ont même hauteur 5 cm.
- Le prisme droit est à base triangulaire (de base 6 cm et de hauteur 4 cm).

1- Calculer le volume du prisme V’
2- Calculer le volume du cylindre V, en fonction du rayon x de la base.
3- Pour quelle valeur de x (au centième près) a-t-on : V = V’ ?

Préparation:

Utilisation de la calculatrice : mode **FIX.**

Le mode **FIX** permet de fixer le nombre de décimales.

- Tapez : **MODE MODE MODE 1** (pour rentrer dans le mode **FIX**).
- Choisir le nombre de décimales désirées :
FIX 0 ~ 9 ?
- Tapez : **2.**

Sur l’écran s’affiche : 0.00
Dorénavant tous vos résultats seront arrondis au centième.

Remarques :
- Pour revenir au mode normal
Tapez : MODE MODE MODE 3
Il s’affiche : Norm 1~ 2 ?
Tapez 2.

- Si vous désirez changer le nombre de décimales en cours de calcul :
Tapez : MODE MODE MODE 1
Choisir le nouveau nombre de décimales.

Travail:

Utilisation de la calculatrice : mode **CALC.**

Le mode **CALC** permet de rentrer une formule de calcul et de l’appliquer à différentes valeurs de la variable.

- Tapez : π × X X × 5 CALC

il s’affiche : **X ?**

- A vous de rentrer les valeurs que vous voulez pour le rayon **X.**

Pour vous aider , compléter le tableau ci–dessous.

COMMENTAIRES:
Visualisation avec la GRAPH 25 retroprojetable:
Le programme:
- **VOLUME1** donne une valeur approchée (précise à souhait) dans le cas précédent où V’ = 60 cm³.
VOLUME2 prolonge l’exercice à toutes dimensions possibles du prisme données au début.

X en cm	0 0,5 1 1.5 2 …. …. …. …. ….. ….
V en cm³	

Le dossier complet “Volu.pdf” dans “bibliographie”

Dans le livre *Le pays d’esprit* de Robert F. Young, auteur américain de science fiction, on peut lire le passage suivant :
Mercy se pencha en avant et l'observa avec attention.
"Si cela peut vous faciliter les choses, Mr. Carpenter", dit-elle, "je peux faire des calculs simples comme ceux que vous faites en ce moment. Par exemple :
828 464 280 multipliés par 4 692 438 921 donnent 3 887 518 032 130 241 880."

L'objet de ce devoir est de vérifier ce calcul, en utilisant vos connaissances de mathématiques et votre calculatrice.

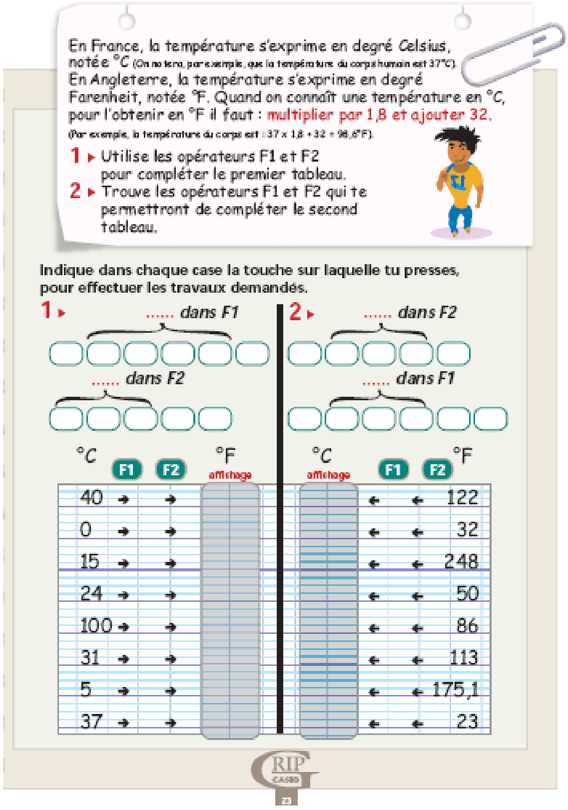
Sans poser les opérations, trouve parmi les nombres proposés, le nombre le plus proche de chaque produit.
Entoure le, vérifie ta réponse en calculant les produits avec la calculette.

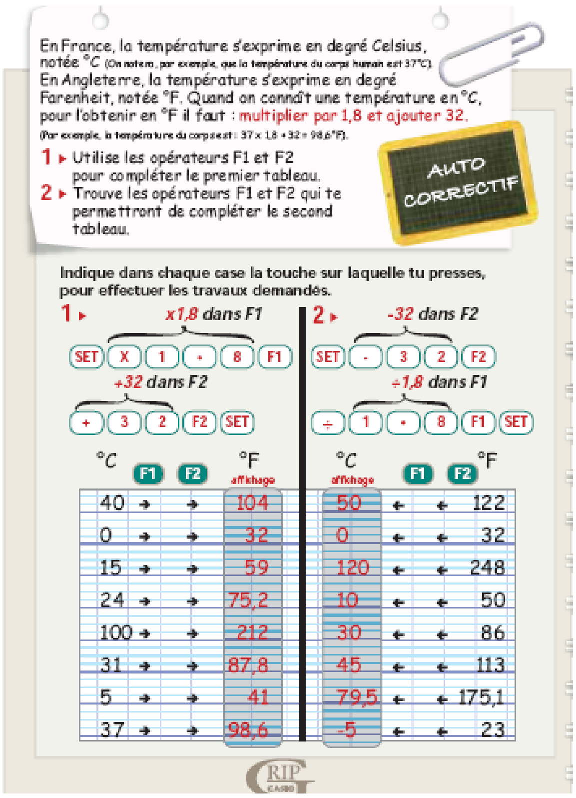
Produit donné	2498,37 x 25	38,29 x 19 x 95
Choisir parmi ces 4 nombres le plus proche du produit donné	10 000	7500
	100 000	75 000
	1000 000	750 000
	10 000 000	7 500 000

n°	**origine** : (**références** : voir bibliographie)	degré	E[48] R A V	**Usage**(s) de la calculatrice	TITRE	contenu ou objectif **mathématique**
II_68	Casio Marc Ferrand C_STAT4-ELEVE.pdf	**9**	E	utilisation des fonctions de la calculatrice. Avec fiche corrigée.	**Statistiques**	moyenne pondérée
II_69	Casio Marc Ferrand « 2operateurs.pdf »	**9**	E		**Opérateurs**	
II_70	[j2]	**4**	A		**Écriture**	

48 Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé
C_STAT4-ELEVE.pdf dans le dossier « bibliographie » : il est accompagné de la correction !





2operateurs.pdf dans le dossier "bibliographie"

1. Chercher librement des configurations de nombres sur la calculette.
2. Écrire tout plein de … deux (22222222).
3. Partager en deux parties égales le display de la calculette (44448888 ; 22226666).
4. Écrire trois fois le 3 (333), cinq fois le 5 (55555).
5. Écrire le plus grand nombre possible avec la calculette.
6. Dictée de nombres (« deux, huit, quatre, cinq, neuf »).
7. Chercher différentes manières pour écrire 0.
8. Chercher les nombres qui peuvent être lus en retournant la calculette.
9. Écrire les nombres de haut en bas du clavier, de bas en haut, de gauche à droite, de droite à gauche, en diagonale.
10. Écrire un nombre plus grand que …, plus petit que …
11. Écrire les nombres affichés sur le clavier du plus petit au plus grand et inversement.
12. Écrire les nombres qu'il y a entre 1 et 5, 2 et 9, 6 et 8, …
13. Chercher les nombres entre 4 et 5, 7 et 8, 1 et 2, …
14. Le premier nombre est la moitié du suivant, le deuxième nombre est le double du premier (2, 4) ; le premier nombre est le double du suivant, le deuxième nombre est la moitié du premier (8, 4).

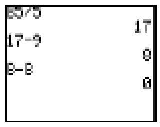
n°	**origine** : (références : voir **bibliographie**)	**degré**	E[49] R A V	**Usage**(s) de la calculatrice	**TITRE**	contenu ou objectif **mathématique**
II_71	[j2]	**4**	A		**Opérer**	
II_72	[j3]	**5**	R		**Trois pas à zéro**	
II_73	[j4]	**10**	A		**Grosse multi-plication**	
II_74	[j4]	**7**	E		**Pour diviser**	
II_75	[j24]	**5**	V		**Calcul mental ou calculatrice**	Les élèves interprètent ce type d'exercices comme un défi à calculer mentalement.

[49] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé

1. Additionner toujours 1 au résultat précédent (1+1=2 ; 2+1=3 ; 3+1=4 ; 4+1=5 ; …).
2. La cible 20 : si je fais 1+1+1 … est-ce que j'arrive à 20 ? Et si je fais 2+2+2 … ? Et avec 3 ? Et avec 4 ?
3. Si je fais 6+6+6+ … jusqu'à 30 , quels sont les nombres par lesquels « je passe » et quels sont les nombres par lesquels je ne passe pas ?
4. Écrire 1+= et appuyer sur la touche = de manière répétée pour obtenir la suite des nombres avec un intervalle de 1. Même exercice avec 2, 3, …
5. Avec la racine carrée répétée, réduire à 1 (par défaut) le plus grand nombre inscrit sur la calculette.
6. Le « + 0 » qui ne change pas le nombre (42+0=42 ; 4538+0=4538).
7. Le « - 0 » qui ne change pas le nombre (527-0=527 ; 29-0=29).
8. Le « x1 » qui ne change pas le nombre (5x1=5 ; 86x1=86).
9. Le « x0 » qui transforme le plus grand nombre en 0 (54749863x0=0).
10. Le « ÷ 0 » qui transforme le plus grand nombre en 0 avec Error (65230674:0=0 E).
11. Passage à la dizaine, à la centaine, au millier, à la dizaine de millier avec +1 (9+1=10 ; 99+1=100 ; 999+1=1000 ; 9999+1=10000).
12. Trouver une addition dont le résultat est … (…+…=6).

Prends n'importe quel nombre entier entre 1 et 99 et essaie de le ramener à zéro en trois pas ou moins, en utilisant seulement les nombres 1 à 9 et les quatre opérations de base +, -, x, ÷. Le même nombre peut être utilisé plusieurs fois, mais tu dois écrire seulement une opération par ligne.



Il s'agit d'une adaptation pour le primaire d'une activité (fig. 6) proposée par Williams &Stephens (1992) et étudiée dans des classes du secondaire I par Kieran & Guzman (2003).

La grosse multiplication [18]

a) Calculer 999 999 999 + 2 avec la calculatrice. Calculer ensuite 9 999 999 999 + 2. Que signifie le résultat affiché ? Est-ce le résultat exact ?

b) On veut maintenant calculer 123456 x 123456. Le faire en utilisant la calculatrice et noter la valeur obtenue.

c) Poser la multiplication et la faire par écrit en utilisant la calculatrice pour multiplier chaque chiffre du nombre d'en bas par celui d'en haut. Vous pouvez également utiliser la calculatrice pour effectuer les additions. Comparer le résultat obtenu avec celui d'avant. Combien de chiffres exacts la calculatrice a-t-elle fournis ?

d) On décompose le nombre 123456 = 12345 x 10 + 6 de telle sorte que la multiplication devienne 123456 x (12345 x 10 + 6). Développer ce calcul en utilisant la distributivité. Faire ensuite à la calculatrice les calculs 123456 x 12345 et 23456 x 6 et terminer par écrit. Comparer avec le résultat noté en c).

e) Trouver 1 x 2 x 3 x 4 x 5 x …15 en utilisant une méthode analogue et en regroupant certains facteurs pour avoir des multiples de 10.

Voir ex 66

Un grand âge [22]
Noémie a fêté ses 10000 jours. Combien soufflera-t-elle de bougies sur le gâteau de son prochain anniversaire ?

Bénéfice liquide
Lors d'une fête on vend 1256 bouteilles à 2.- la bouteille. Ces bouteilles ont été achetées par packs de 12 au prix de 8.- le pack. On peut rendre tous les packs non entamés. Quel est le bénéfice sur les boissons ?

Calcul	utilises-tu°		Résultat
	la calculatrice°?	le calcul mental°?	
8+2			
47+18			
8+1			
7+7+7+7+7			
50+20			
67+38			
200+200+200			
100+40+5			
47*13			

n°	**origine** : (références : voir **bibliographie**)	**degré**	E[50] R A V	**Usage**(s) de la calculatrice	**TITRE**	contenu ou objectif **mathématique**
II_76	[p15]				**G**	
II_77	Epreuve cantonale de maths 6P mai 2001, question 9	**6**	E		**Calcul d'Aire**	
II_78	Epreuve cantonale de maths 6P 2004, question 8		E		**10'000 jours**	
II_79	MERM Nombres et Opérations	**7**	R		**Pour l'apprentissage de notions nouvelle**	opérations dans Z

[50] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé

fiches GRUNER

L'aire d'un rectangle est de 13,075 cm^2.
Le grand côté de ce rectangle mesure 5,23 cm.

Auriane vient de fêter ses 10'000 jours.
Mais quel âge Auriane aura-t-elle lors de son prochain anniversaire ?

voir EX 74

Les exercices MERM du livre « Nombres et Opérations »
44 « Que trouves-tu ?» et 49 « Quoi de plus ? », pour l'étude de l'addition-soustraction dans Z.

Effectue ces calculs, puis confronte tes résultats à ceux que tu obtiens à l'aide de ta calculatrice.

(+7) + (+2) =
(+7) + (−2) =
(−7) + (+2) =
(−7) + (−2) =

Procède de même pour les calculs suivants :

a) (+18) + (−15) =
b) (+6) + (+4) =
c) (−12) + (−27) =
d) (+10) + (−33) =
e) (−12) + (+8) =
f) (+12) + (−12) =
g) (−4) + (−17) =
h) (+10) + (−100) =

Comment additionner deux nombres, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

Effectue, puis confronte tes résultats à ceux de ta calculatrice.

(+7) − (+2) =
(+7) − (−2) =
(−7) − (+2) =
(−7) − (−2) =

Procède de même pour les calculs suivants :

a) (+18) − (−15) =
b) (+6) − (+4) =
c) (−12) − (−27) =
d) (+10) − (−33) =
e) (−12) − (+8) =
f) (+12) − (−12) =
g) (−3) − (−17) =
h) (+10) − (−100) =

Comment soustraire un nombre d'un autre, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

n°	**origine** : (références : voir bibliographie)	**degré**	E[51] R A V	**Usage**(s) de la calculatrice	**TITRE**	contenu ou objectif **mathématique**
II_80	MERM Nombres et Opérations	**8**	R		**Pour l'apprentissage de notions nouvelle**	opérations dans Z
II_81	MERM Nombres et Opérations n°8	**8**	A		**Le plus grand**	Diviseurs
II_82	MERM Nombres et Opérations n° 82	**9**	E		**Une commission en or**	opérations et puissances
II_83	MERM Nombres et Opérations n°142	**8**	E		**La division blindée**	écriture décimale et fraction

[51] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé

Les exercices MERM du livre « Nombres et Opérations »
55 « Plus ou moins », et 57 « Diviser pour régner » pour l’étude de la multiplication-division dans Z

Effectue, puis confronte tes résultats avec ceux que tu obtiens à l’aide de ta calculatrice.

(+7) · (+2) =
(+7) · (−2) =
(−7) · (+2) =
(−7) · (−2) =

Procède de même pour les calculs suivants :

a) (+8) · (−15) =
b) (+6) · (+4) =
c) (−12) · (−2) =
d) (+10) · (−33) =
e) (−12) · (+8) =
f) (+12) · (−12) =
g) (−3) · (−20) =
h) (+10) · (−100) =

Comment multiplier deux nombres, qu’ils soient positifs ou négatifs ?

Effectue, puis confronte tes résultats avec ceux que tu obtiens à l’aide de ta calculatrice.

(+12) : (+3) =
(+12) : (−3) =
(−12) : (+3) =
(−12) : (−3) =

Procède de même pour les calculs suivants :

a) (+8) : (−2) =
b) (+36) : (+4) =
c) (−12) : (−2) =
d) (+100) : (−20) =
e) (−18) : (+6) =
f) (+12) : (−12) =
g) (−140) : (−20) =
h) (+1000) : (−100) =

Comment diviser un nombre par un autre, qu’ils soient positifs ou négatifs ?

Choisis un nombre compris entre 30 et 60. Calcule le produit de tous ses diviseurs.

Compare le résultat avec ton voisin et cherche le nombre qui donne le plus grand résultat possible.

Dans cette Commission qui réunit neuf sages, chacun marmonne dans son coin :

- Denis : « Je pars de 1 et j’ajoute le dernier nombre obtenu pour passer au suivant ! »
- Thierry : « Je pars de 1 et je juxtapose simplement un 0 à chaque fois. »
- Alfred : « Je pars de 0 et j’ajoute, à chaque étape, le plus petit nombre impair non encore utilisé ! »
- Jean-Paul : « Je pars de 0 et j’ajoute tout simplement 1000 à chaque étape ! »
- Aldo : « Je pars de 1 et je multiplie par 10 pour passer à l’étape suivante ! »
- Laura : « Je pars de 0, je passe à 1 à la première étape puis, pour obtenir le nombre qui suit, j’ajoute chaque fois la somme des deux nombres qui le précèdent ! »
- Yves : « Je pars de 5 et je multiplie toujours le nombre que j’ai par 5 pour passer au suivant. »
- Ewa : « Je pars de 1 millionième de millionième et je multiplie à chaque étape par 100. »
- Hervé : « Je pars de 100, je divise par 10 à la première étape, puis je multiplie le résultat par 100 à la deuxième, je divise par 10 à la troisième et ainsi de suite. »

Lequel atteindra en premier le milliard, et en combien d’étapes ?

Cherche, à l’aide des nombres entiers naturels de 1 à 10, le quotient de toutes les divisions qu’il est possible de faire.
Regroupe-les ensuite par familles.

n°	**origine** : (**références** : voir bibliographie)	**degré**	E[52] R A V	**Usage**(s) de la calculatrice	**TITRE**	contenu ou objectif **mathématique**
II_84	MERM Nombres et Opérations		V		**Pour valider des opérations et rendre l'élève autonome**	
II_85	MERM Nombres et Opérations n°143	**9**	A		**Signalements**	Rationnel
II_86	MERM Nombres et Opérations n°220	**10**	A		**Défi !**	Pi, inverse, équation

[52] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé

Les exercices MERM du livre « Nombres et Opérations »
67 « Parenthèses indispensables », 71 « Qui a raison ? », et 85 « Comment procéder ? »

Toutes les égalités sont justes, mais les parenthèses qui donnaient l'ordre de priorité des opérations ont été enlevées.

A toi de les remettre là où elles sont nécessaires.

a) $-17 - 17 - 34 = -34$
b) $17 - 17 - 34 = -34$
c) $-17 - 17 - 34 = 0$
d) $17 - 17 - 34 = 34$
e) $17 - 17 - 17 - 17 = 0$
f) $-17 - 17 - 17 - 17 = 0$
g) $17 - 17 - 17 - 17 = -34$

Obtiens-tu les mêmes résultats que tes camarades ?

a) $5 + 4 \cdot 6 =$
b) $18 - 5 + 3 =$
c) $3 \cdot 5^3 =$
d) $6 + 3^2 =$
e) $(7 + 2 : 4)^2 =$
f) $10{,}5 - 5 - 2 =$
g) $\sqrt{25} : 2^2 + 1 =$
h) $8 : 4 \cdot 4 + 0{,}5^2 =$
i) $\sqrt{4^2} - 2 \cdot 5 =$
j) $45 : 3 \cdot 2 =$
k) $\ldots\ldots - 15 \cdot 2 = 62$
l) $0 : 2^3 - 15 =$
m) $2 \cdot \ldots\ldots^2 + 28 = 100$
n) $10 : 10^2 + 10^2 =$
o) $(3 \cdot \ldots\ldots)^2 + 2 = 227$
p) $(3 + 4)^2 =$
q) $3^2 + 4^2 =$
r) $3^2 + 3 \cdot 4 + 4^2 =$

Observe ces égalités parfaitement correctes, puis note les procédures qui te permettent de trouver le résultat de n'importe quel autre calcul du même type.

Addition et soustraction

a) $5^3 + 5^2 = 150$
b) $10^4 - 10^0 = 9999$
c) $3^3 + 3^2 = 36$
d) $4^2 + 4^2 = 32$
e) $7^1 - 7^1 = 0$
f) $2^3 + 2^{-3} = 8{,}125$

Multiplication

g) $4^2 \cdot 4^3 = 4^5$
h) $6^3 \cdot 6^3 = 6^6$
i) $1^2 \cdot 1^5 = 1^7$
j) $2^3 \cdot 3^3 = 6^3$
k) $7^1 \cdot 7^1 = 7^2$
l) $10^{-4} \cdot 10^3 = 10^{-1}$
m) $5^2 \cdot 3^2 = 15^2$
n) $3^3 \cdot 3^{-2} = 3^1$

Division

o) $3^6 : 3^2 = 3^4$
p) $6^4 : 6^4 = 6^0$
q) $7^4 : 7^2 = 7^2$
r) $10^4 : 10^6 = 10^{-2}$
s) $\frac{5^3}{4^3} = \left(\frac{5}{4}\right)^3$
t) $1^6 : 1^3 = 1^3$
u) $2^5 : 2^{-3} = 2^8$
v) $10^{-3} : 10^{-4} = 10^1$

Elévation à une puissance

w) $(3^2)^3 = 3^6$
x) $(10^2)^3 = 10^6$
y) $(6^3)^2 = 6^6$
z) $(5^{-2})^2 = 5^{-4}$

On recherche désespérément des nombres rationnels qui correspondent aux signalements suivants :
- son écriture décimale est 4, 42857142857142…
- son écriture décimale est 4,571428571428…
- son écriture décimale est 5,090909…
- son écriture décimale est 4,8888…

Phi prétend avoir trouvé un nombre exactement supérieur de 1 à son inverse.
Phi a-t-il raison ?

n°	**origine** : (références : voir **bibliographie**)	**degré**	E[53] R A V	**Usage**(s) de la calculatrice	**TITRE**	contenu ou objectif **mathématique**
II_87	MERM Nombres et Opérations		E		**Quelques exercices pour un apprentissage intégré du fonctionnement des touches**	

[53] Exécuter – Rechercher/explorer – Approfondir/conceptualiser – Vérifier

énoncé

Les exercices MERM du livre « Nombres et Opérations »
90 « Sur cette calculatrice », 101 « Comment s'y prendre ? », 102 « En panne ! », 88 « La bascule », 129 « Quelles touches ? », 213 « Petite frappe », 211 « Faire des bulles », 214, Dépit ».

Prévois le résultat de chaque séquence, puis vérifie à l'aide de ta calculatrice.

a) 10 y^x 2 ± =

b) 10 x^2 $\frac{1}{x}$ =

c) 10 $\sqrt[x]{y}$ 0,5 ± =

d) 10 ± y^x 2 =

e) 10 ± x^2 $\frac{1}{x}$ =

(90)

Sur quelles touches dois-tu presser, et dans quel ordre, pour obtenir…

a) le double…
b) la moitié…
c) le tiers…
d) les deux tiers…
e) les 50 % …
f) les 10 % …
g) le dixième…
h) le triple…

… du nombre 1560 qui est affiché sur l'écran de ta calculatrice ?

(129)

Voici quelques valeurs approchées du nombre « π », apparues au cours de l'histoire :

Période	Lieu	Valeur
2000 av. J.-C.	Babylone	$3 + \frac{1}{8}$
2000 av. J.-C.	Egypte	$\left(\frac{16}{9}\right)^2$
1200 av. J.-C.	Chine	3
800-500 av. J.-C.	Bible	
250 av. J.-C.	Grèce (Archimède)	$3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}$
259 apr. J.-C.	Chine	$\sqrt{10}$; $\frac{142}{45}$; $\frac{157}{50}$
1950 apr. J.-C.	dans toutes les écoles du monde	3,14
1980 apr. J.-C.	nombre de décimales connues : environ 2 millions	3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 …
Aujourd'hui	nombre de décimales connues : environ 6 milliards nombre affiché par ta calculatrice	…

Classe ces approximations, de la plus éloignée à la plus proche de celle affichée par ta calculatrice.

Pi (π)
« Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages !
Glorieux Archimède, artiste ingénieux,
Toi de qui Syracuse aime encore la gloire,
Soit ton nom conservé par de savants grimoires !

Jadis, mystérieux, un problème bloquait
Tout l'admirable procédé, l'œuvre grandiose
Que Pythagore découvrit aux anciens Grecs.
Ô quadrature ! Vieux tourment de philosophe !
… »

(214)