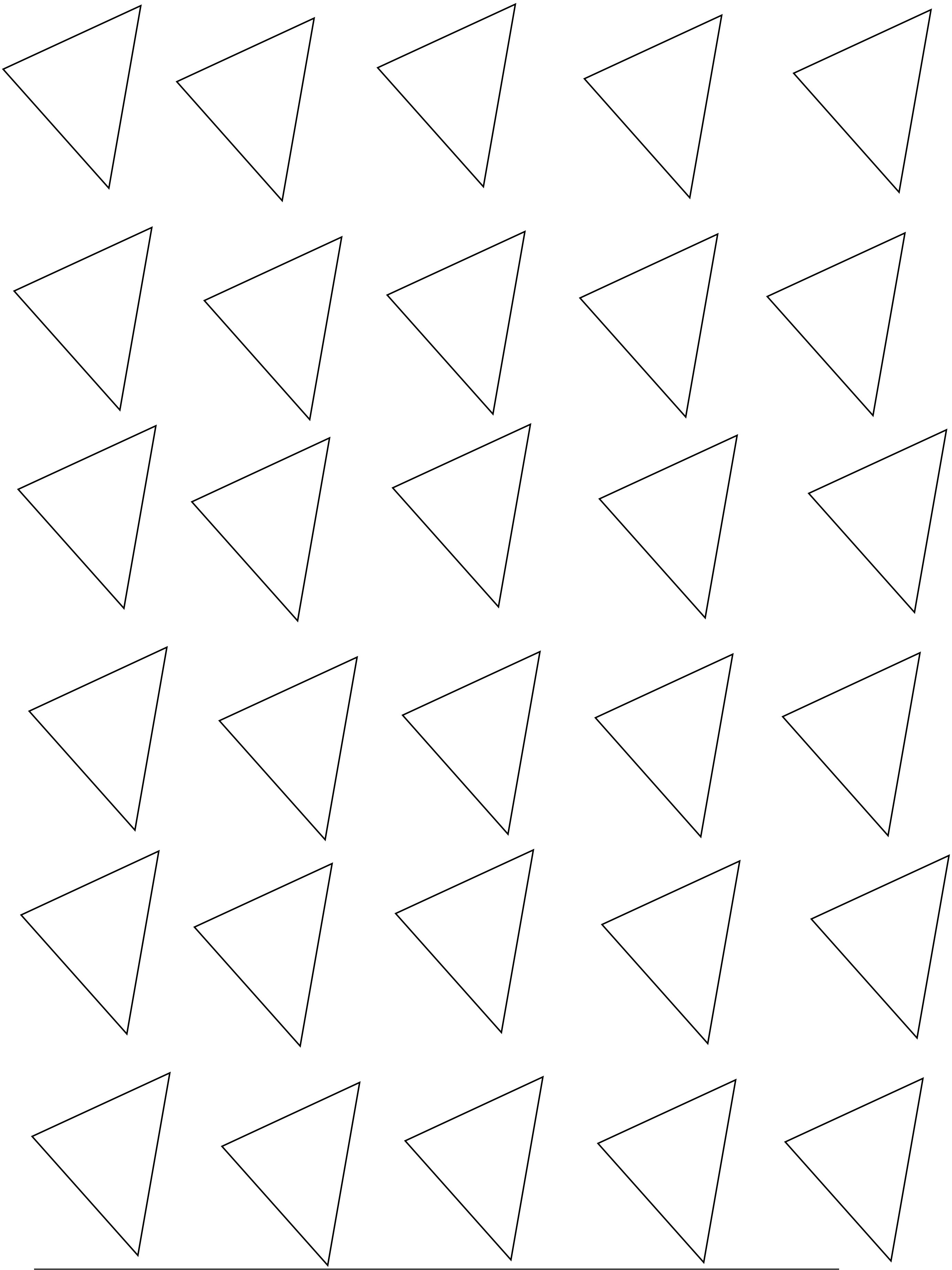
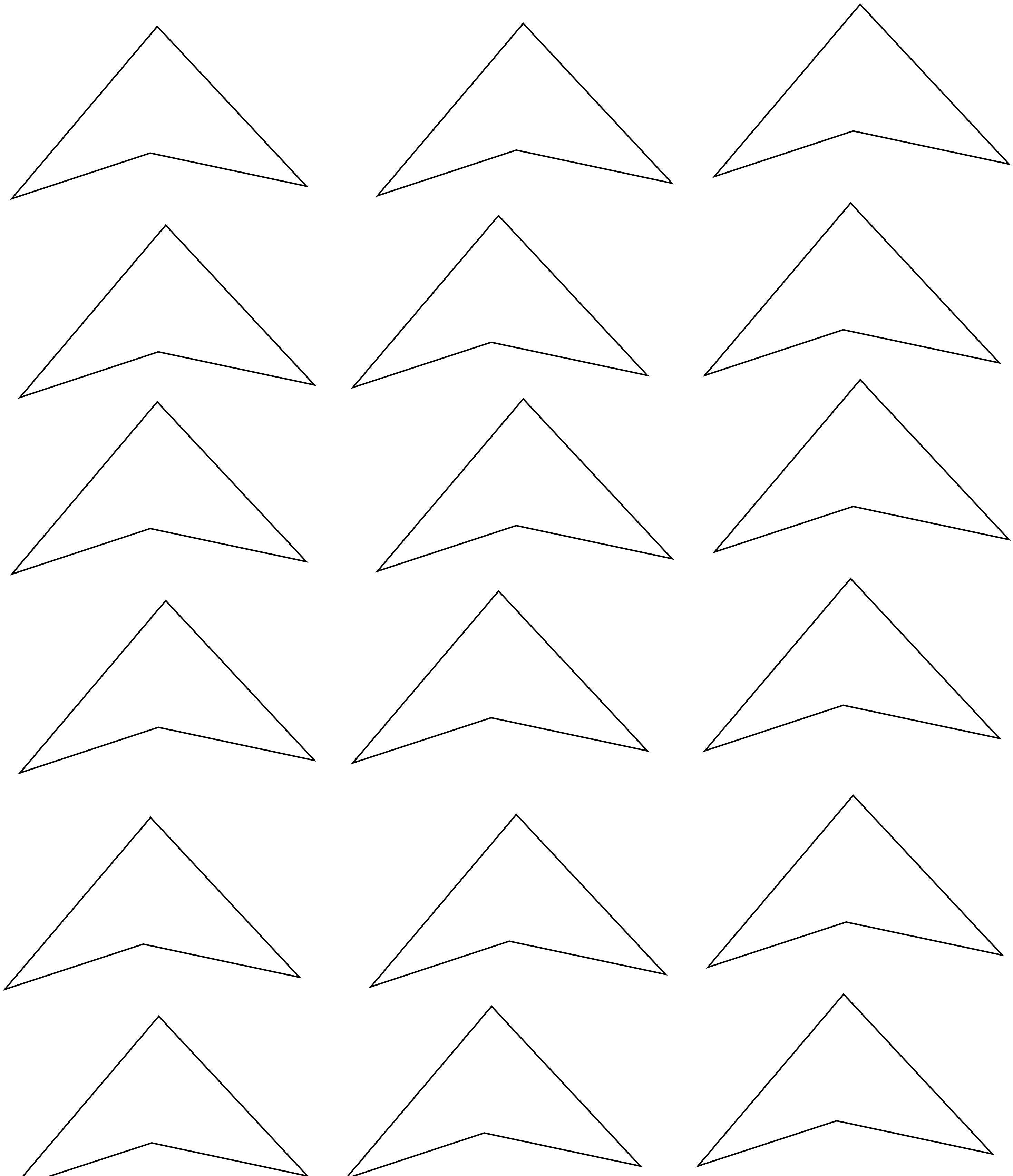
Activité « Un peu de carrelage »

Titre de l'activité	Un peu de carrelage.
Type d'activité	Découverte de la notion de pavage.
Degrés scolaires indicatifs	Tous niveaux
Enoncé destiné aux élèves	Pouvez-vous recouvrir le plan (votre table) avec les pièces que vous avez, si vous en aviez suffisamment?
Connaissances mathématiques nécessaires	
Matériel	Pour les classes du CO et du PO, 5 jeux de 10-15 pièces (merci à aux maîtres de l'EET qui les ont fabriquées !). A réserver pour un jour donné lors de l'inscription (avec un deuxième jour de choix possible). Pour les classe de l'EP, imprimer les pages suivantes et faire découper aux élèves très précisément les figures, si possible sur du papier cartonné.
Durée	30mn environ
Propositions de déroulement	Distribuer les pièces aux groupes d'élèves, après un moment faire tourner les jeux de pièces
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	MERM géométrie, mesure de l'angle d'un polygone régulier, p181.
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	Faire prendre conscience aux élèves que l'on peut déborder hors de la table (le plan n'ayant "pas de bord") et que le recouvrement ne doit contenir de trous. Il est possible que l'élève se bloque avec une configuration de pièces le menant dans une impasse. Confronter les résultats des groupes ayant les mêmes pièces. Il peuvent se rendre compte qu'une condition nécessaire pour que les pièces pavent est que les angles des pièces se rejoignant en un sommet vaut 360 degrés.
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	La notion de pavage, la notion d'angle au sommet d'un polygone régulier. La somme des angles d'un triangle (ou plus généralement d'un n-gone) vaut 180 degrés ((n-2)180 degrés)
Développements possibles	Classification des polygones réguliers qui pavent le plan et démonstration que les autres polygones réguliers ne pavent pas. Démonstration que tout triangle pavent le plan. Démonstration que tout quadrilatère simple pavent le plan.
Liens interdisciplinaires	

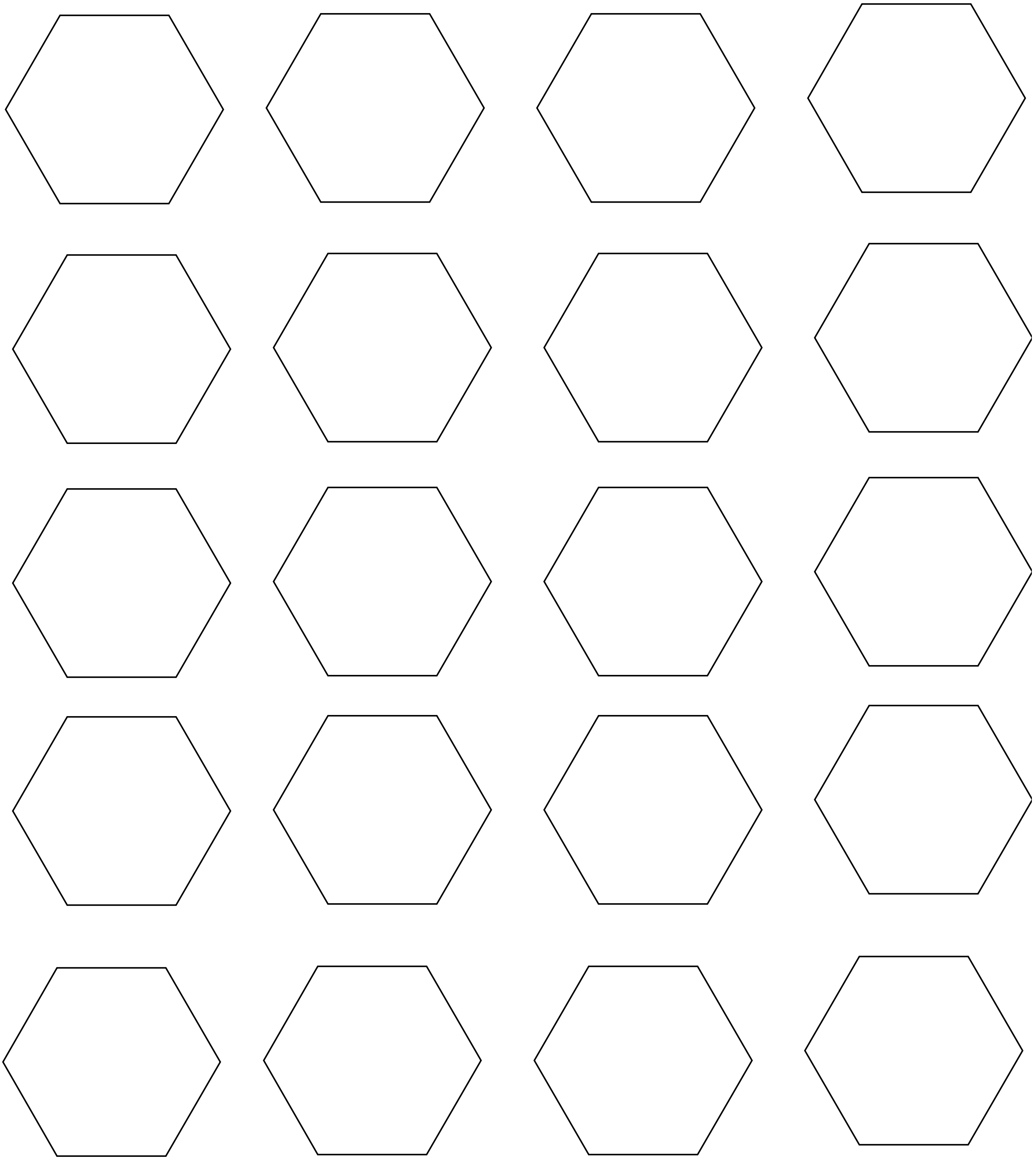
Annexes à l'activité « Un peu de carrelage »



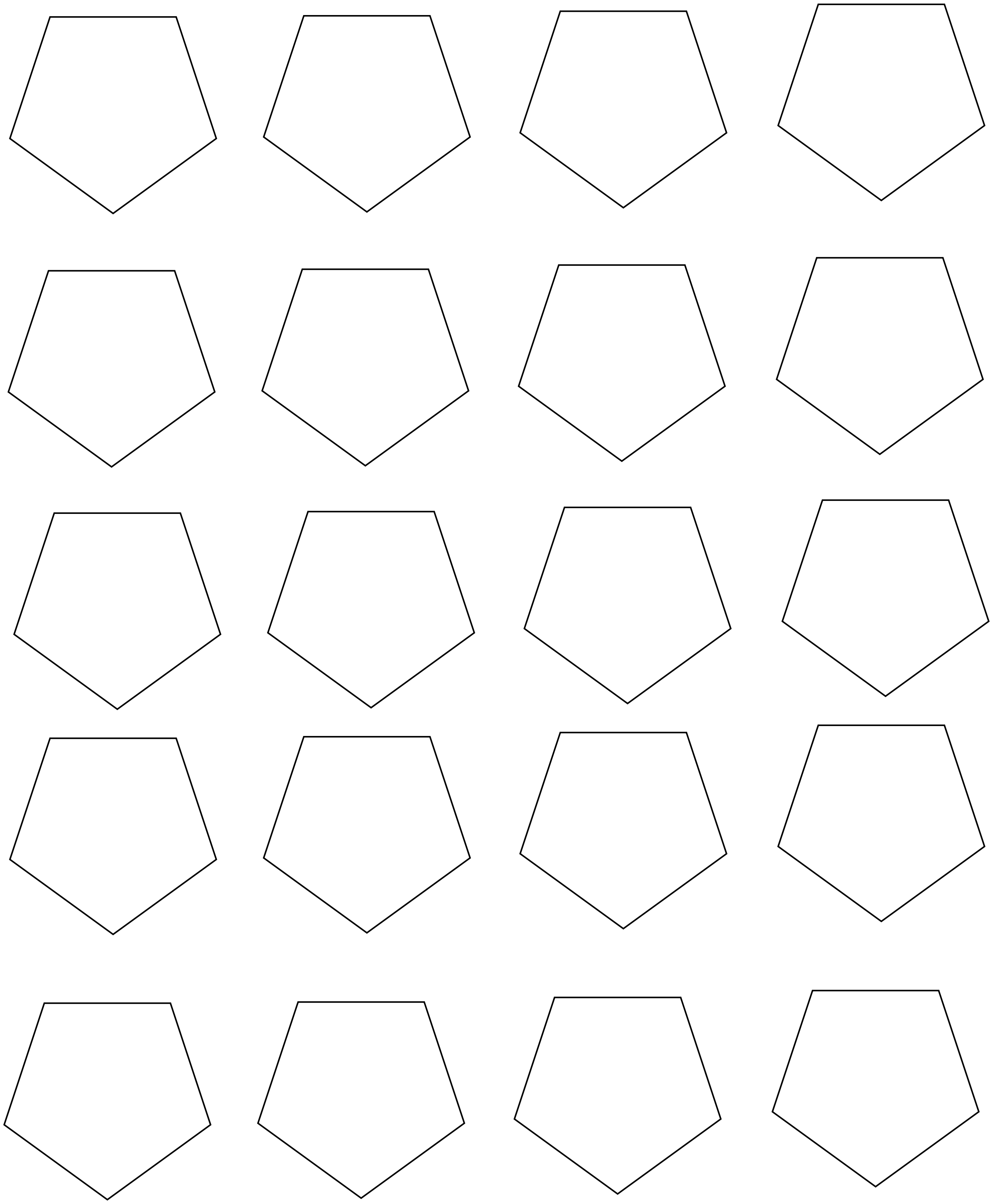
Annexes à l’activité « Un peu de carrelage »



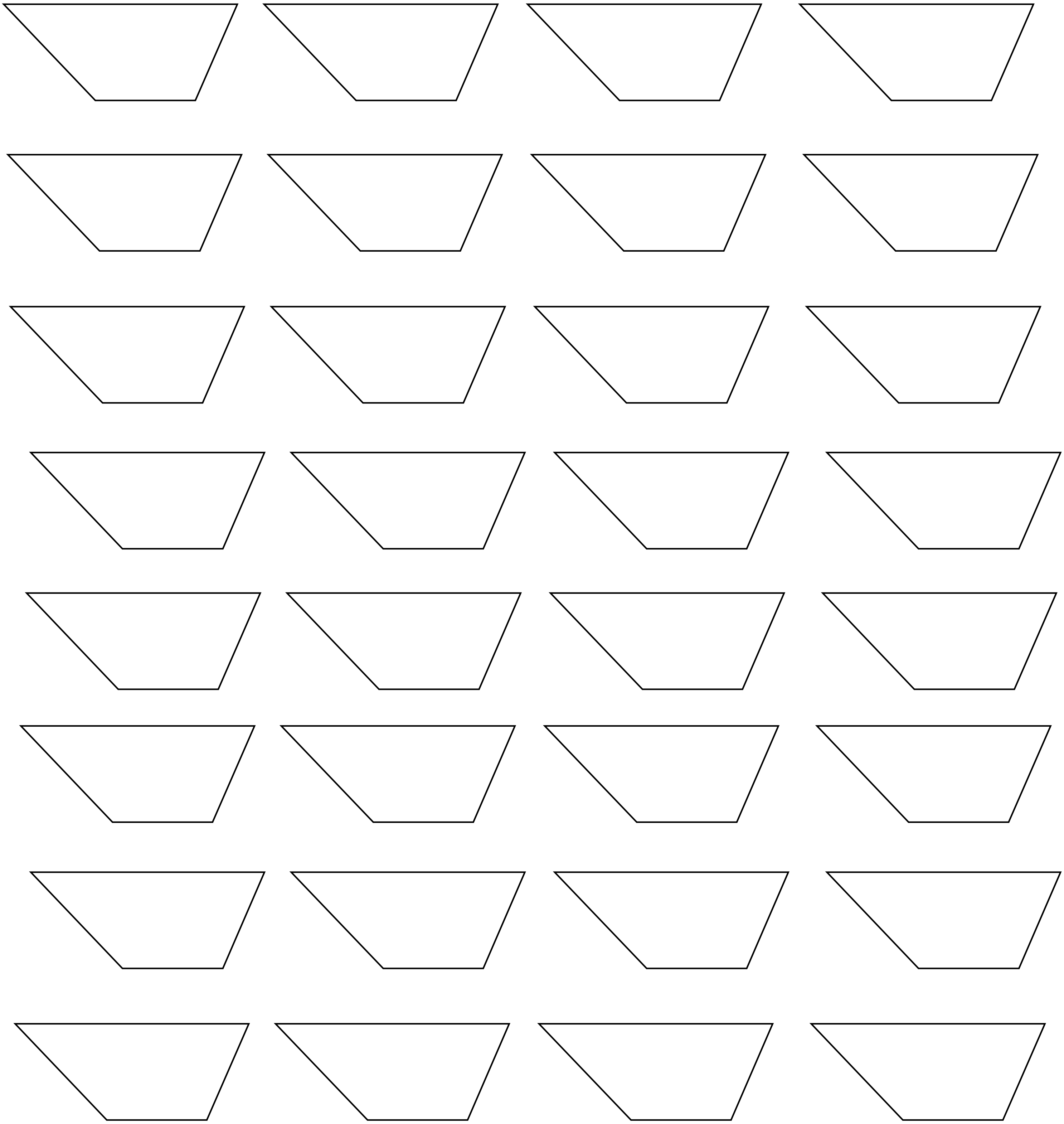
Annexes à l'activité « Un peu de carrelage »



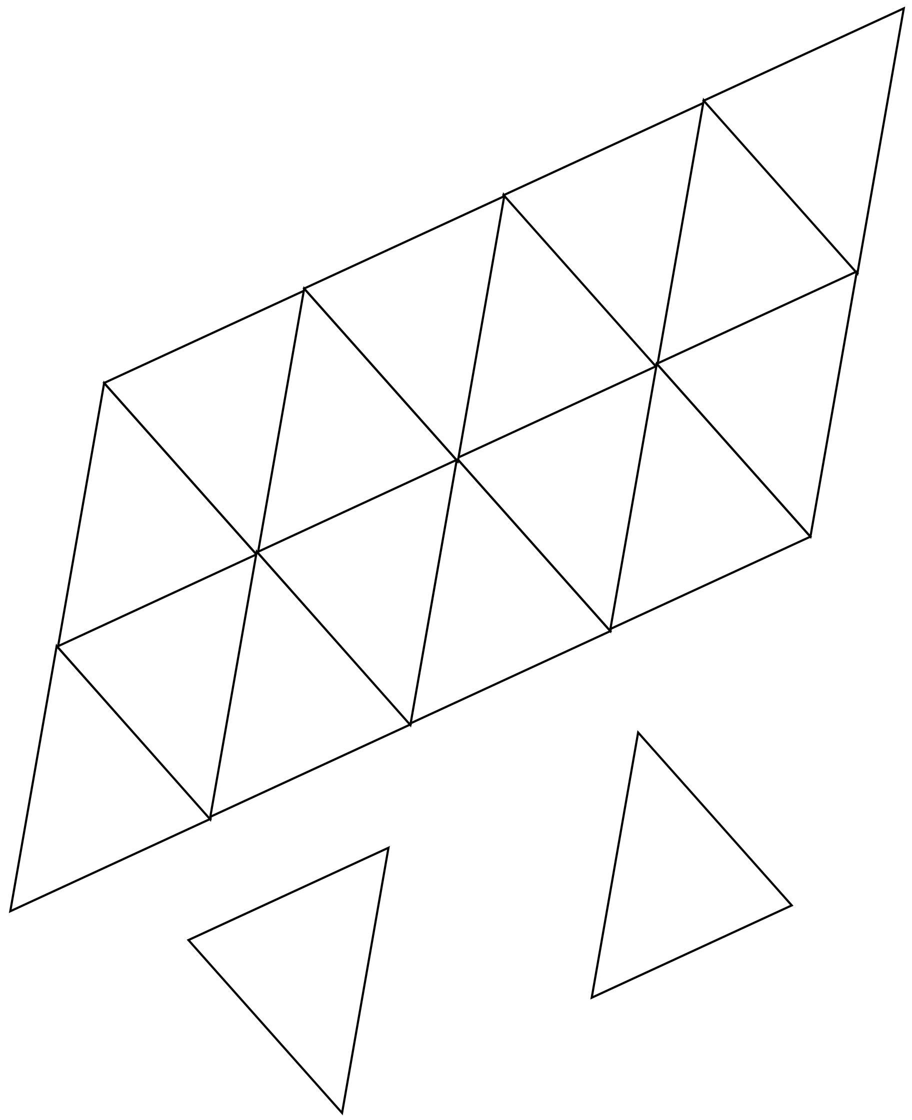
Annexes à l'activité « Un peu de carrelage »



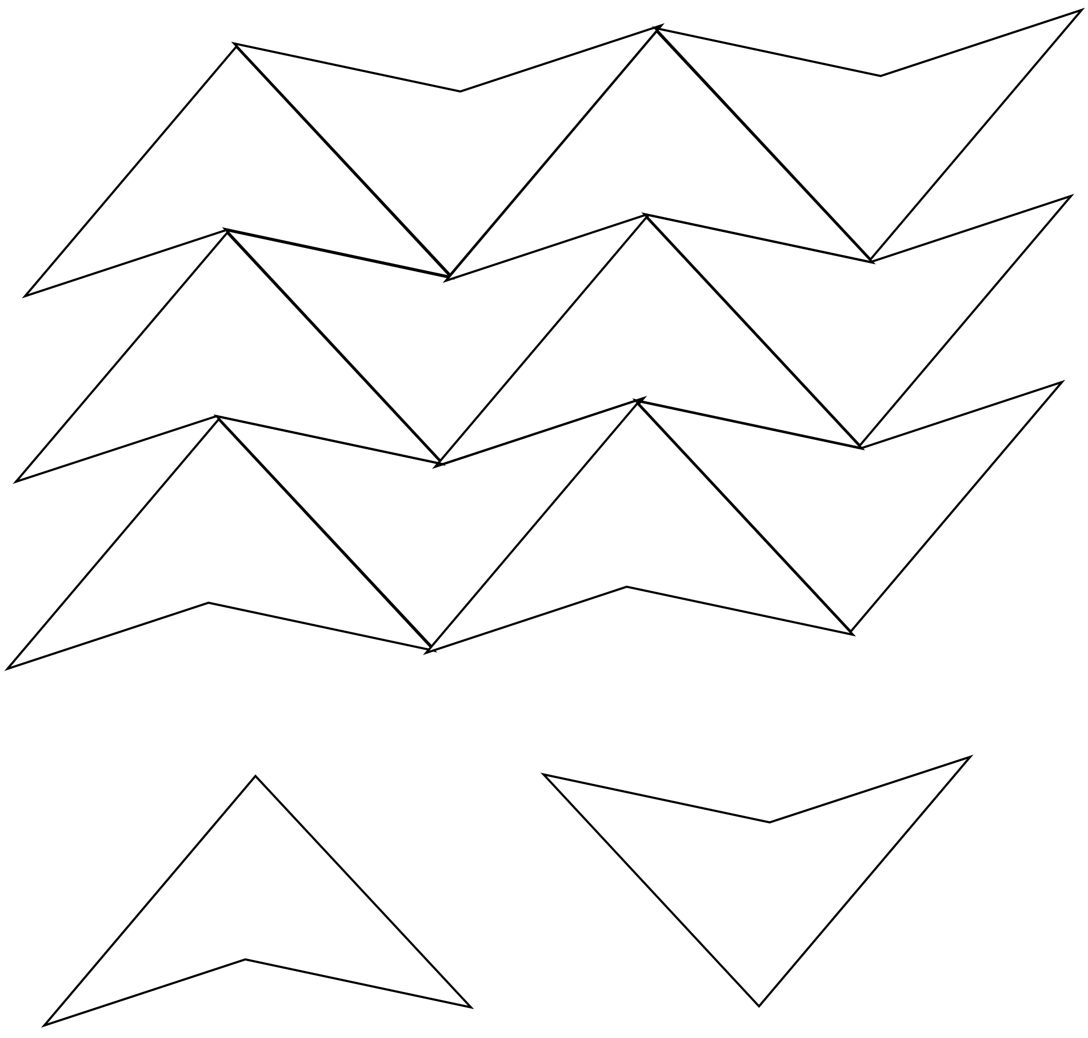
Annexes à l'activité « Un peu de carrelage »



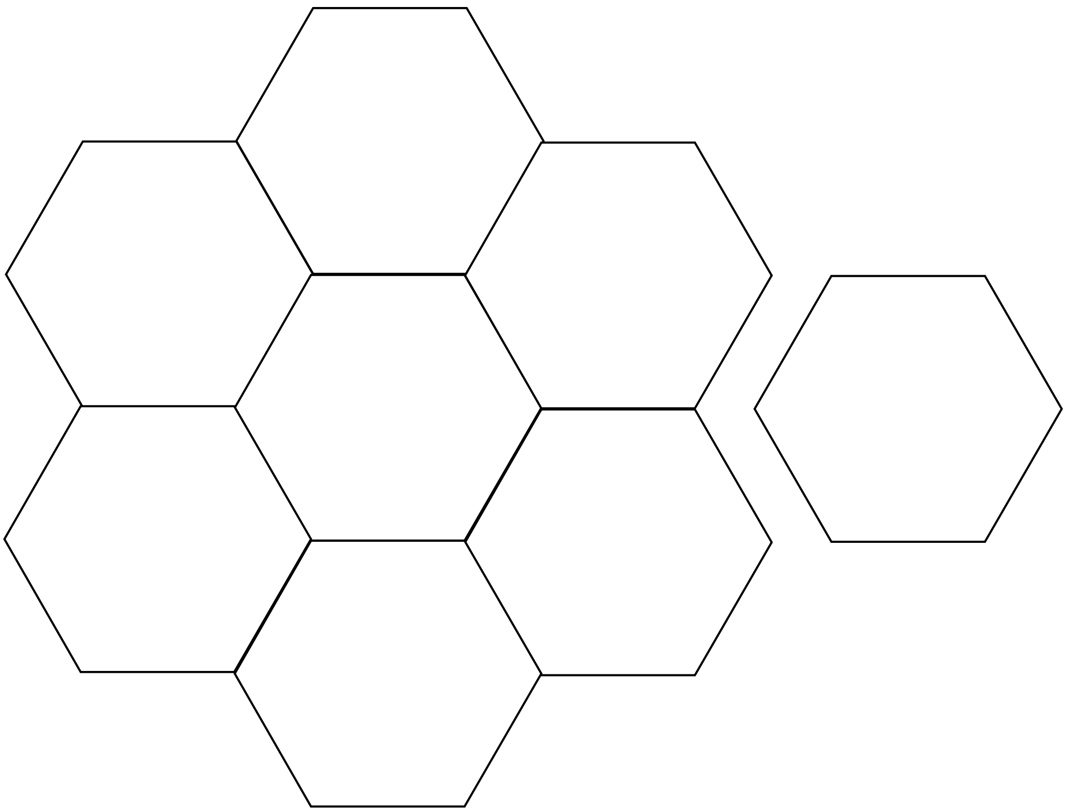
Annexes à l'activité « Un peu de carrelage » :éléments de solution



Annexes à l'activité « Un peu de carrelage » : éléments de solutions

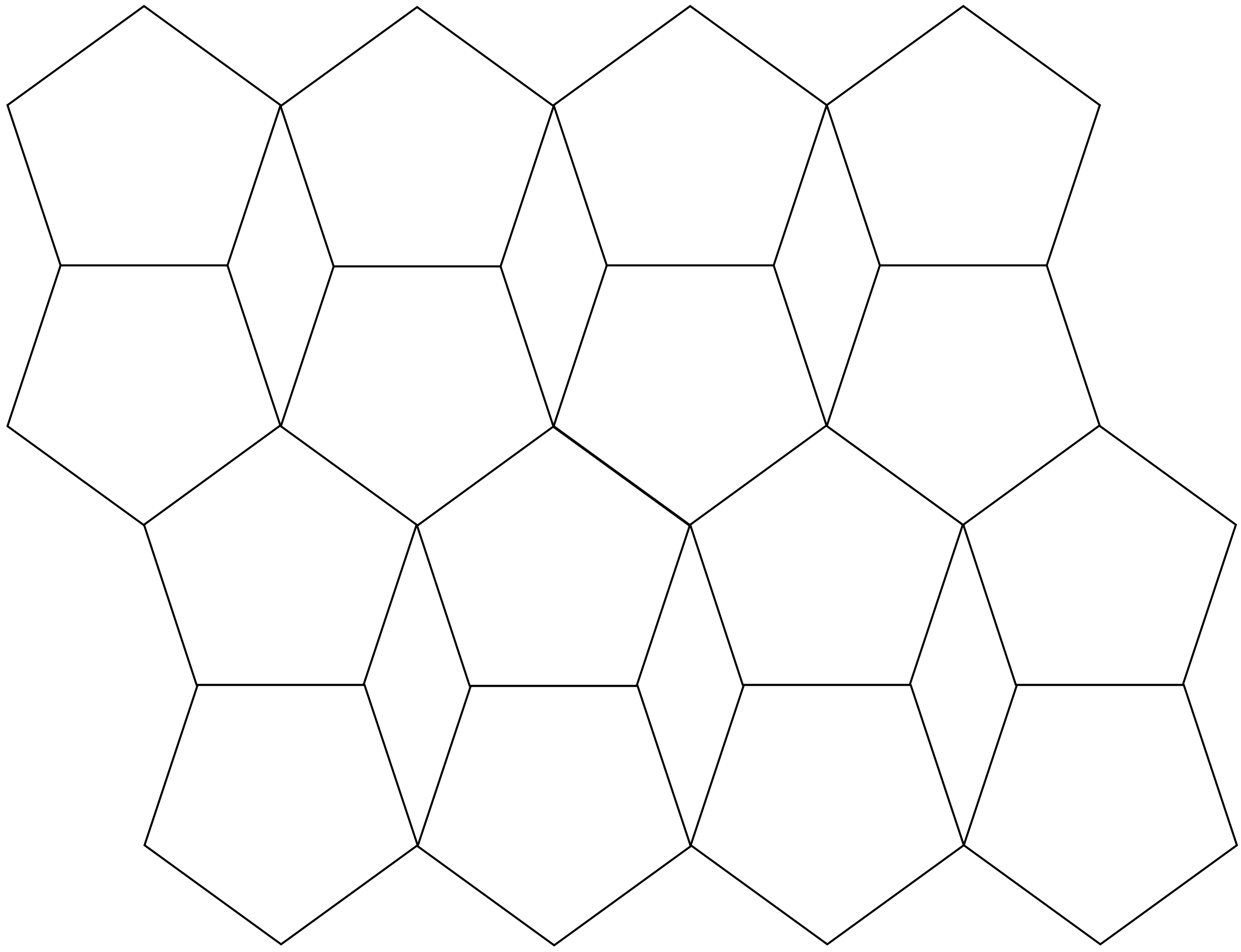


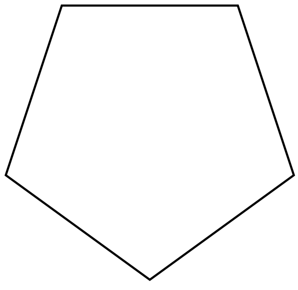
Annexes à l'activité « Un peu de carrelage » : éléments de solutions



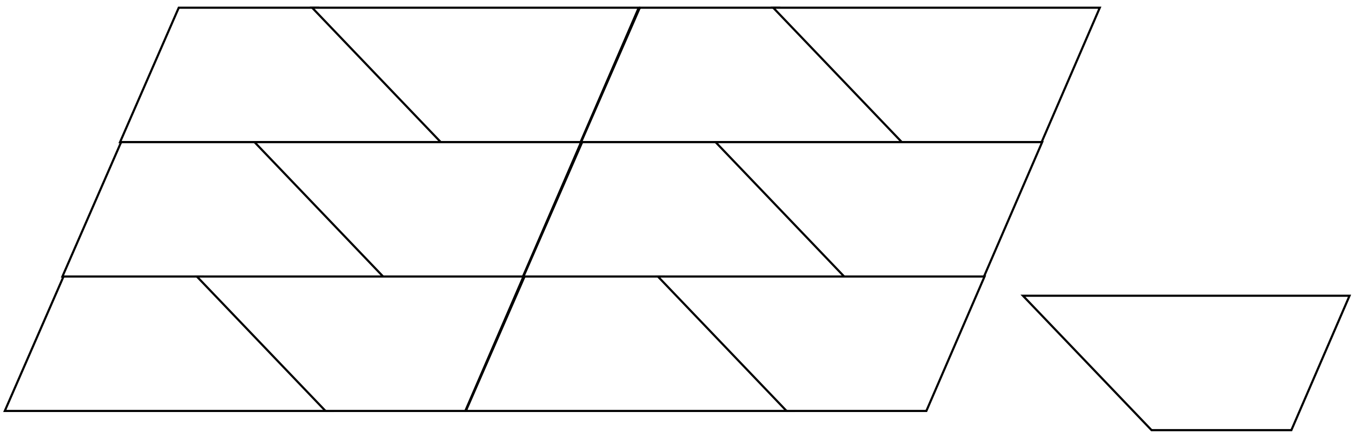
Annexes à l'activité « Un peu de carrelage » : éléments de solutions

Le pentagone ne pave pas !





Annexes à l'activité « Un peu de carrelage » : éléments de solutions



Activité « Déformations »

Titre de l'activité	Déformations
Type d'activité	Découverte - déduction
Degrés scolaires indicatifs	4P-5P-6P
Enoncé destiné aux élèves	Inventez un motif décoratif qui pave le plan, par déformation d'un carré, d'un triangle ou d'un parallélogramme.
Matériel	Un ordinateur connecté à internet. Papier quadrillé, papier calque
Durée	2-3 périodes de 45 minutes
Propositions de déroulement	Lancer l'activité par l'observation à l'écran des animations montrant des pavages du plan par déformations de polygones. Ces animations se trouvent sur http://perso.wanadoo.fr/therese.eveilleau/pages/jeux_mat/textes/ (aller dans Magie/Inventer des motifs/ Déformations) Observer en particulier les déformations par symétrie centrale, les translations, et chercher les moyens de les effectuer(découpage, papier calque). Laisser ensuite les élèves rechercher par tâtonnement le moyen de produire des figures en utilisant les mêmes procédés. La meilleure méthode pour vérifier si la figure pave (et le cas échéant pour réaliser le pavage) consiste à la découper avec précision dans un papier bristol, puis à l'utiliser comme chablon avec un crayon très fin.
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	Reproduire des formes géométriques à l'aide d'isométries. Translation, symétrie centrale.
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	Une analyse approfondie de tous les cas de figure est publiée dans la revue Math-Ecole, n° 207 à 210. A partir d'un triangle quelconque, seules les déformations par symétrie centrale des côtés du triangle aboutissent à des figures pavant le plan.. Il n'est pas si simple de produire une figure décorative, en particulier si on désire qu'elle soit figurative.
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	Somme des angles d'un triangle, d'un quadrilatère.
Développements possibles	
Liens interdisciplinaires	Dessin

Activité « La méthode de l'enveloppe »

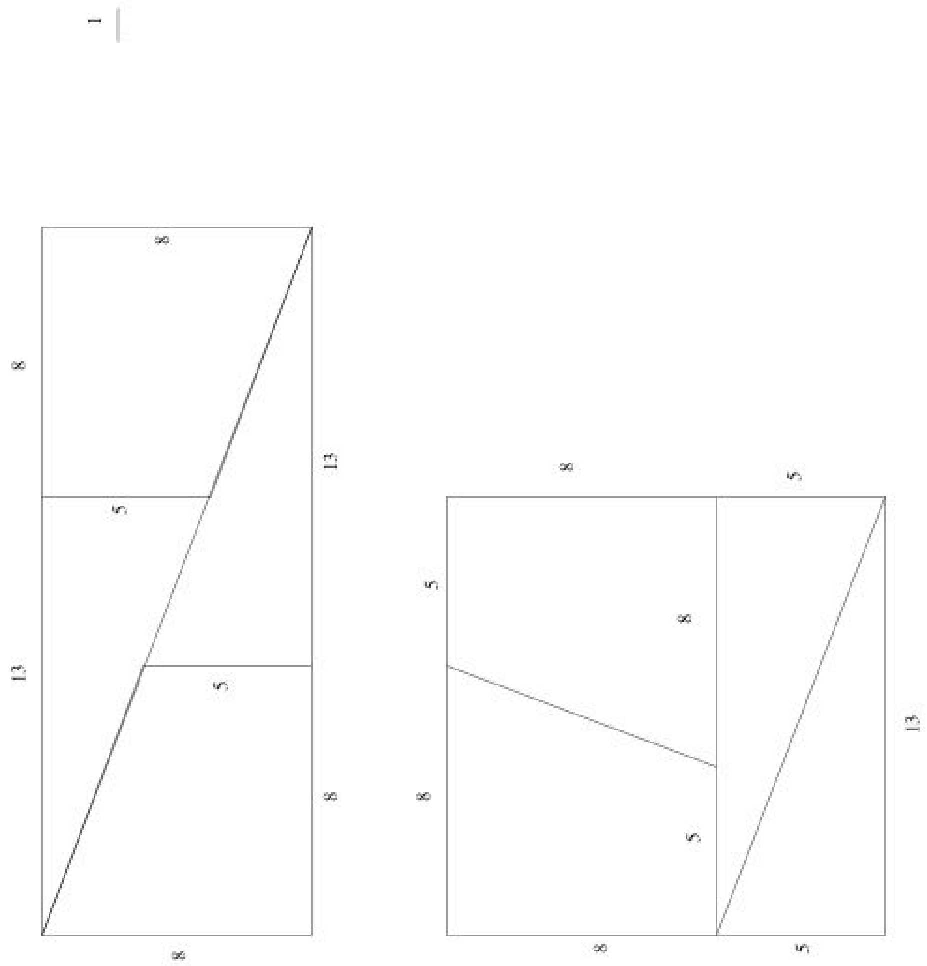
Titre de l'activité	Méthode de l'enveloppe.
Type d'activité	Interdisciplinaire mathématiques - arts visuels
Degrés scolaires indicatifs	5P - 6P - 7ABC - 8AB - 9AB - 10PO (M, D, CF) - 11D
Enoncé destiné aux élèves	A l'aide de la méthode de l'enveloppe expliquée ci-après construis un pavage original du plan.
Matériel	Explication de la méthode de l'enveloppe : voir le site http://www.mathkang.org/pdf/trucenveloppe.pdf ou aussi : http://www.mathkang.org/pdf/paver.pdf et http://perso.wanadoo.fr/therese.eveilleau/pages/jeux_mat/textes/pavage_enveloppe.htm
Durée	45 minutes ou plus suivant l'implication de l'enseignant d'art visuels
Propositions de déroulement	Distribuer aux élèves l'explication écrite de la méthode de l'enveloppe après l'avoir exemplifiée et justifiée. Leur proposer d'être créatifs.
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	**Plan d'études du CO** : Permettre aux élèves de modéliser l'espace physique et de résoudre des problèmes de maîtrise de l'espace physique. Etudier les figures élémentaires de la géométrie plane et les isométries du plan pour la résolution de problèmes variés **Moyens d'enseignement MERM 7-9** G119 **Commentaires :** après avoir raisonné sur les figures qui pavent ou non le plan, on pourra encourager les élèves à produire un beau pavage relativement complexe avec l'aide de cette méthode. On montrera plusieurs exemples de réalisations possibles
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	Deux écueils peuvent se présenter : les élèves minimalistes et les élèves trop ambitieux eu égard à leurs capacités. Il s'agira donc de les aider à se lancer dans un travail suffisamment difficile pour être original et beau mais atteignable. Les « modèles » peuvent avoir un rôle incitatif certain. Il est parfois difficile pour les élèves d'être assez précis et soigneux pour que le résultat soit valorisant.
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	Isométries du plan : translation, rotation, symétrie centrale,
Développements possibles	Traiter des isométries par la méthode de l'enveloppe
Liens interdisciplinaires	Arts visuels : belles constructions, dessins précis, harmonie de couleurs Histoire de l'art : découverte des pavages dans la ville, dans des oeuvres d'art (Alhambra, Escher)

Activité « Le problème paradoxal, une découpe de Lewis Carroll »

Titre de l'activité	Le paradoxe de Lewis Carrol. (Oui l'auteur d'Alice au pays des merveilles était un mathématicien).
Type d'activité	Activité fermée de déstabilisation. Faire ressentir le besoin de démonstration. En partant de deux "découpes" de deux rectangles différents et d'aire différente, le paradoxe naît de la constatation que les deux découpes contiennent chacune les quatre mêmes pièces et qu'ils devraient avoir la même aire. Voir le dessin ci-dessous.
Degrés scolaires indicatifs	8-9-10-11
Enoncé destiné aux élèves	Voila les découpes de deux rectangles, il y a quatre pièces qui apparaissent chacune une fois dans ces deux découpes, calculez l'aire des deux grands rectangles. Que constatez-vous? Découpez les pièces du carré et placez-les sur les pièces du rectangle. Que constatez-vous? Que concluez-vous de ces deux observations?
Connaissances mathématiques nécessaires	La formule de calcul de l'aire d'un triangle ou d'un rectangle. L'additivité de la mesure d'aire. La pente, le théorème de Thalès ou la trigonométrie.
Matériel	Une feuille avec les deux découpes paradoxales
Durée	10-15 minutes
Propositions de déroulement	Faire calculer aux élèves les aires des rectangles . Après avoir vérifié "physiquement" le recouvrement du rectangle par les pièces du carré, 's'interroger sur le fait que les deux découpes ont exactement les mêmes pièces et pas la même aire. Laisser partir la discussion. Essayer de montrer que la "diagonale" d'un des rectangles est en fait une ligne brisée et donc qu'il y a recouvrement d'une partie par une autre (si disponible, la trigonométrie peut aider).
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	La formule de calcul de l'aire d'un triangle ou d'un rectangle, d'un trapèze, d'un rectangle. La conservation de l'aire par découpage (contenu implicite rarement énoncé) Argumentation et recherche d'hypothèses : "Comment justifier cette différence d'aire?" La pente d'une droite (CO). La tangente (PO).
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	Peut-être que certains élèves ne verront même pas où est le problème? Faire apparaître deux manières de calculer l'aire soit par la formule pour les rectangles soit par la somme des aires des pièces des découpes.

Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	Pente d'une droite. L'additivité de l'aire.
Développements possibles	La suite de Fibonacci
Liens interdisciplinaires	Le rapport d'or, la spirale logarithmique. Le paradoxe : "Que se passe-t-il de l'autre côté du miroir?"

Annexe à l’activité « Le problème paradoxal, une découpe de Lewis Carroll »



Activité « Paver le plan »

Titre de l'activité	Paver le plan à l'aide de figures géométriques (d'après MERM G126).
Type d'activité	Travail de découverte et/ou de déduction
Degrés scolaires indicatifs	5-6-7-8-9-10-11
Enoncé destiné aux élèves	cf. MERM Géométrie 126 (en annexe) Et peut-on paver le plan avec un pentagone régulier ?
Notions mathématiques utiles	Notion de pavage, pentagone régulier.
Matériel	Papier pointé ou quadrillé, feuilles blanches, ciseaux, matériel usuel de géométrie Eventuellement découpages préparés des figures géométriques de l'ex. 126
Durée	2 x 45 minutes
Propositions de déroulement	*Remarque préalable : l'exercice MERM G126 est une activité assez longue qui allie découverte et/ou déduction. Selon le choix de l'enseignant, elle peut être découpée en plusieurs parties, ou proposée entièrement aux élèves. Elle a été choisie aussi car elle se trouve dans les MERM.* Recherche individuelle ou par groupes, de type découverte, avec liberté des outils, dessin ou figures découpées (préalablement ou non) Mise en commun, autour de la question « peut-on paver le plan avec les figures proposées ? », analyse des manipulations et formulation des convictions forgées suite aux manipulations Mobilisation de connaissances mathématiques pour justifier les réponses, (preuve par le calcul d'angles ou les transformations géométriques des possibilités ou impossibilité de pavage) Selon la classe, généralisation à tous les quadrilatères, traitement spécifique des pentagones
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	Plan d'études du CO : *Permettre aux élèves de modéliser l'espace physique et de résoudre des problèmes de maîtrise de l'espace physique. Etudier les figures élémentaires de la géométrie plane et les isométries du plan pour la résolution de problèmes variés. Passer progressivement d'une géométrie perceptive à une géométrie théorique en s'appuyant sur les figures et leurs propriétés dans le cadre de la géométrie plane. Utiliser ce domaine pour initier les élèves à diverses formes de raisonnement utilisées en mathématiques et en particulier au raisonnement déductif.* Moyens d'enseignement MERM : G126, G119, G123, G125, G127 Commentaires : suivant l'âge et les compétences des élèves, ils exhiberont des solutions des cas particuliers proposés, ou prouveront que tous les quadrilatères pavent le plan. Pour les pentagone les élèves devront réaliser que cela dépend des cas.

Voir page suivante

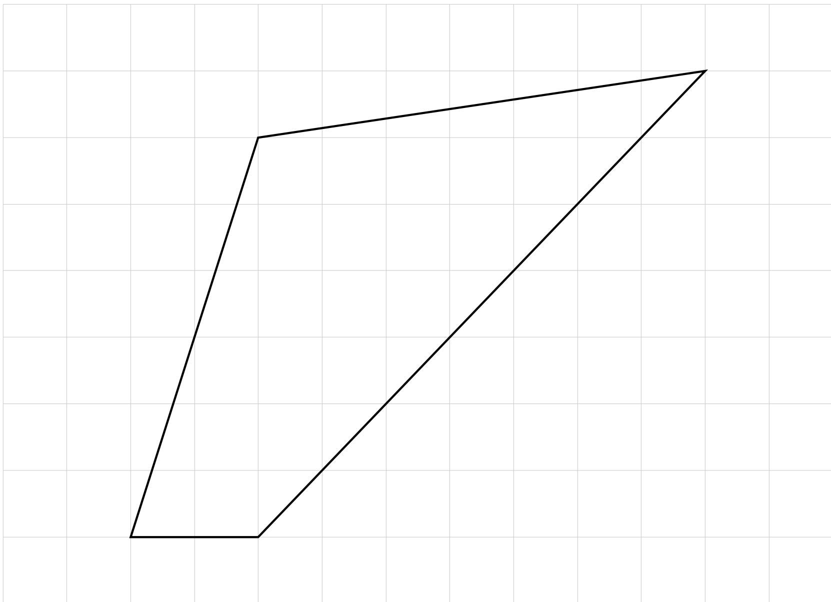
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	A partir d'essais (découpages ou dessins), qui devraient aboutir rapidement à la conclusion que le premier quadrilatère pave le plan, les élèves seront encouragés à généraliser la situation à tous les quadrilatères convexes. Le quadrilatère concave est plus difficile, mais sa solution peut être une piste pour le pentagone concave (cf. solution en annexe). Pour éviter des généralisations abusives le pentagone régulier a été ajouté comme contre-exemple. La recherche d'une preuve que tous les quadrilatères pavent le plan peut être l'aboutissement de l'activité.
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	Somme des angles des angles d'un polygone (triangle, quadrilatère, pentagone) Symétrie centrale, translation, rotation : définitions et propriétés. Vocabulaire de la géométrie
Développements possibles	Traiter d'autres figures géométriques pour paver le plan (y compris le disque). Aborder la notion de *motif minimum*, celui qui permet uniquement par translation de reconstituer le pavage.
Liens interdisciplinaires	Arts visuels: belles constructions, dessins précis, harmonie de couleurs. Histoire de l'art : pavages dans la ville, œuvres d'art (Alhambra, Escher)

Annexes à l'activité « Paver le plan »

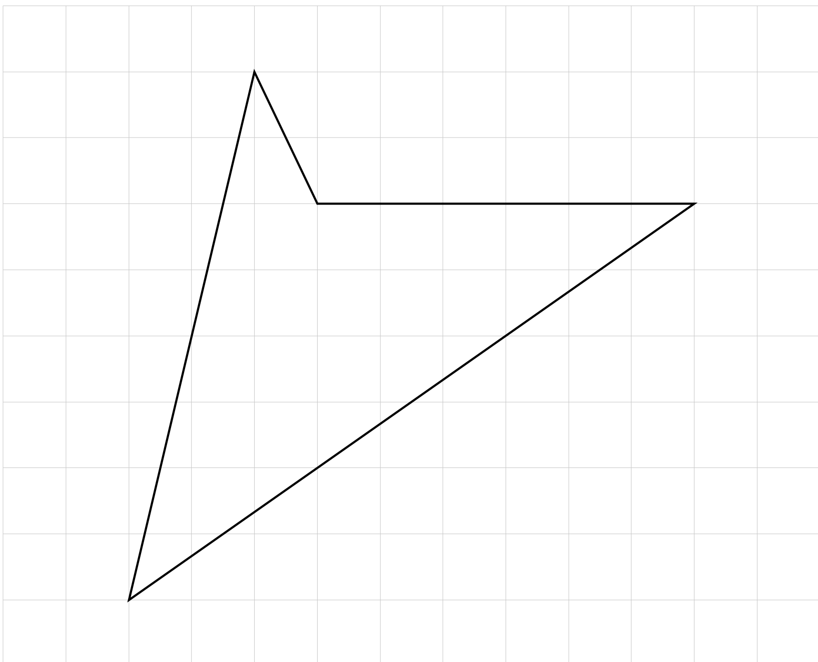
MERM Géométrie Exercice 126

À l'aide d'une feuille quadrillée, essaye de paver le plan avec des pavés isométriques, comme :

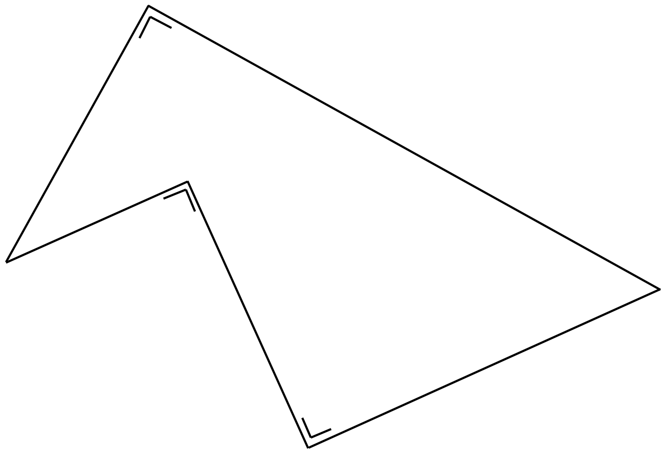
a) celui-ci



b) ou celui-ci

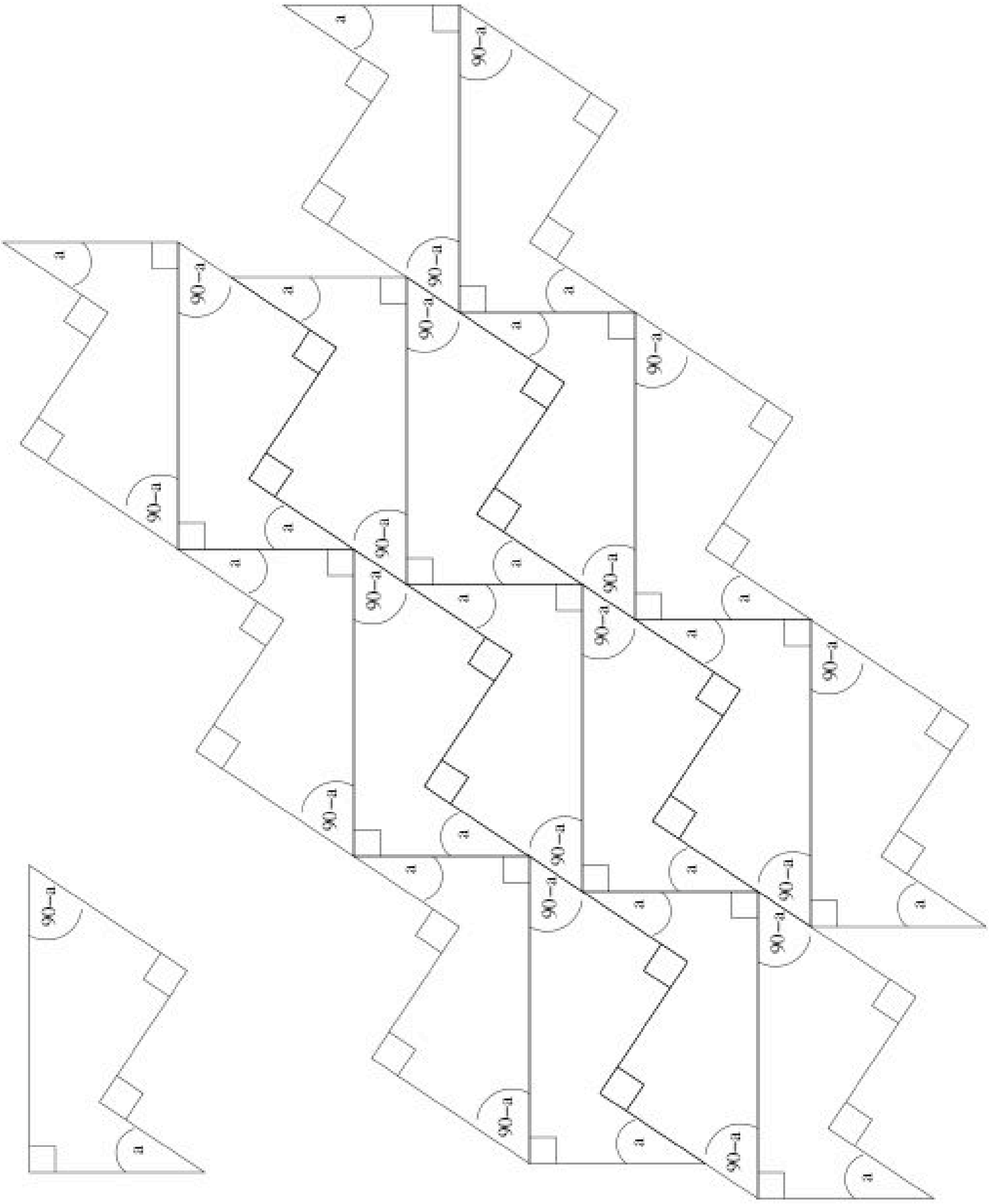


c) ou encore cet autre, mais cette fois sur une feuille blanche :

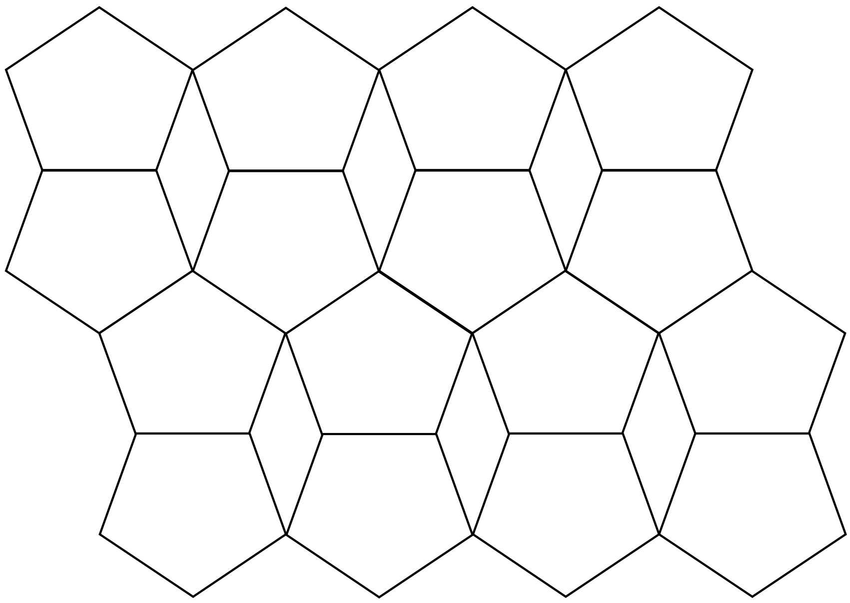


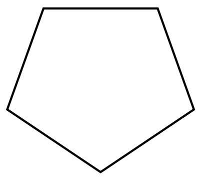
d) Et un pentagone régulier pave-t-il le plan ?

Annexes à l'activité « Paver le plan »



Annexes à l'activité « Paver le plan »





Activité « Pentominos »

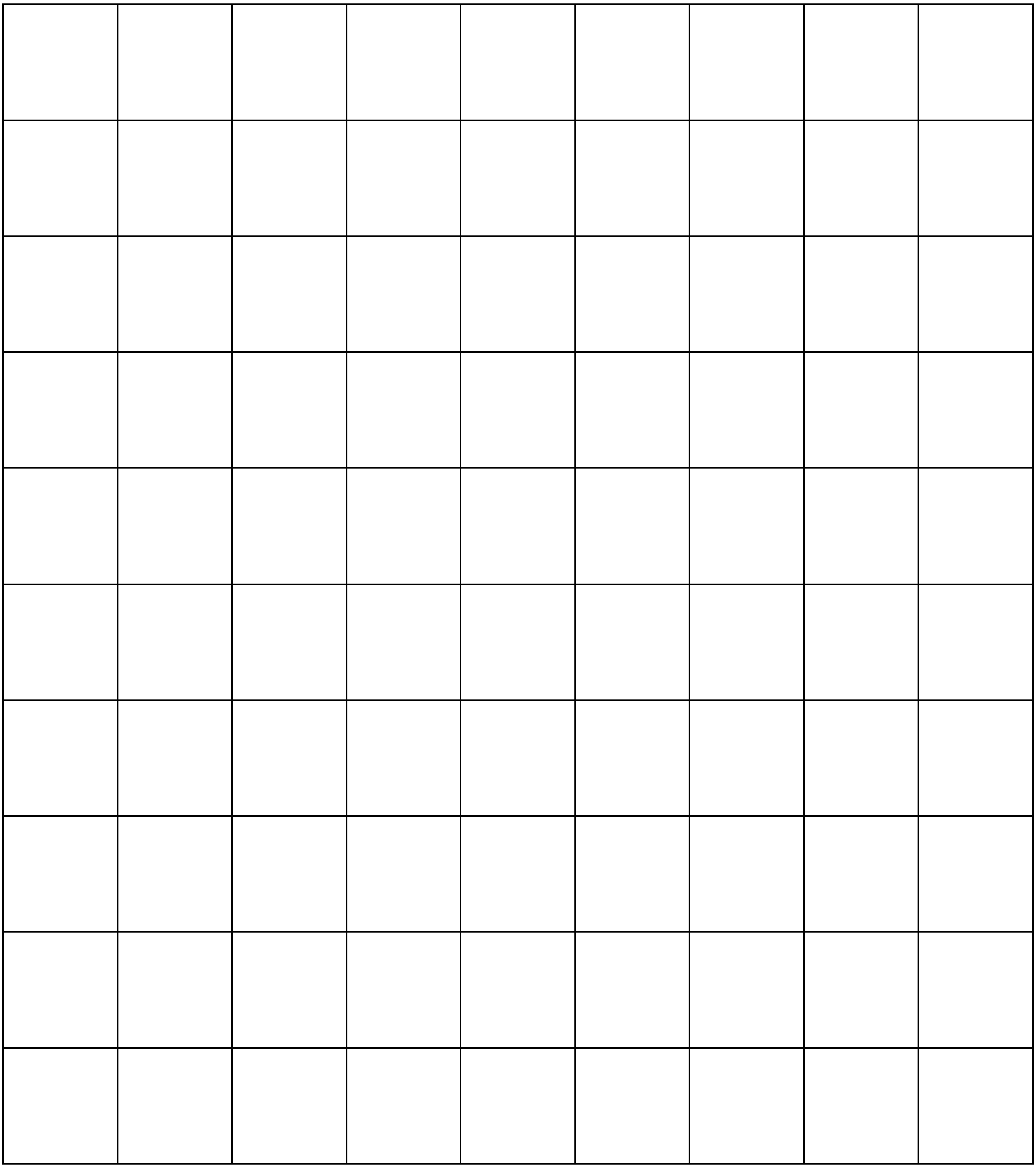
Titre de l'activité	Pentominos
Type d'activité	Découverte - déduction
Degrés scolaires indicatifs	3P-4P-5P
Enoncé destiné aux élèves	Un pentomino est une figure formée de 5 carrés identiques qui ont au moins un côté commun. 1ère partie : Cherchez tous les pentominos différents, découpez-les sur le papier quadrillé. Deux pentominos sont différents s'il est impossible de les superposer. 2ème partie : Quels sont les pentominos avec lesquels on pourrait, si on en avait un nombre infini, recouvrir une table infiniment grande (en utilisant toujours la même pièce) ? Montrez comment sur une feuille quadrillée.
Matériel	Par élève, 5 carrés de 2x2cm en mi-carton pour chercher les différents pentominos. Des feuilles quadrillées 2x2 cm (à imprimer)
Durée	2 périodes de 45 minutes
Propositions de déroulement	Pour la première partie, la recherche est individuelle. Après 5 à 10 minutes de recherche, l'enseignant demande quel est le plus grand nombre de pièces trouvées, relance l'activité en demandant "Qui en trouve plus ?", puis annonce régulièrement le nouveau score. Lorsque plus aucun nouveau pentomino n'est trouvé, une mise en commun permet de constituer la collection de tous les pentominos différents. La validation est à la charge des élèves, c'est à eux de décider si un nouveau pentomino proposé est effectivement différent des autres. Si la classe ne trouve pas les 12 pentominos différents, l'enseignant annonce le nombre de pentominos manquant, et relance la recherche. Pour la deuxième partie, le travail se fait en petits groupes (de 3-4 élèves) qui mettent leurs pièces en commun. Si nécessaire, ils fabriquent des pentominos supplémentaires.
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	Anticiper la forme ou la position d'une figure après une ou plusieurs transformations géométriques. Réaliser des frises et des pavages à l'aide de transformations géométriques. Symétrie axiale, translation, rotation.

Voir page suivante

Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	1ère partie : la difficulté principale réside dans la reconnaissance de l'identité de deux mêmes pentominos placés différemment (en particulier s'il y a rotation et symétrie axiale). Montrer qu'une pièce découpée peut être retournée. 2e partie : en fait, tous les pentominos pavent le plan. La méthode de pavage apparaît rapidement pour certaines pièces, mais est moins évidente pour d'autres. Pour relancer la recherche, organiser une mise en commun intermédiaire. Demander à chaque groupe de dire quels sont les pentominos qui, selon eux, pavent le plan (sans montrer la méthode de pavage), et confronter les propositions.
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	
Développements possibles	Pavage d'un plan fini : quels sont les pentominos qui permettent de paver un rectangle ?
Liens interdisciplinaires	Dessin

Voir page suivante

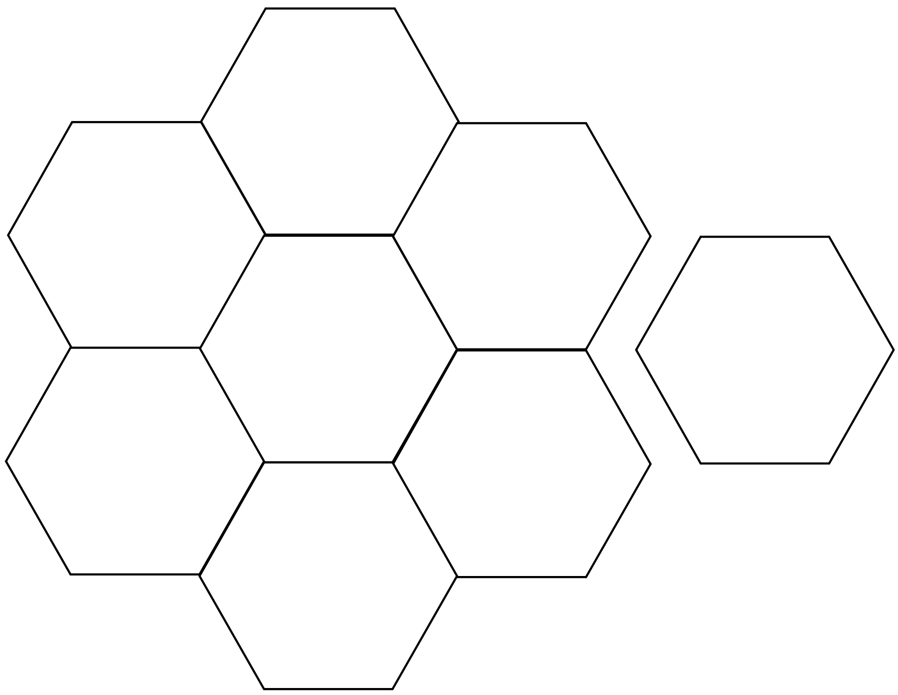
Annexe à l'activité « Pentominos »



Activité « Pavages par polygones réguliers »

Titre de l'activité	Pavages par polygones réguliers.
Type d'activité	Situation problème ouvert. Activité déductive avec justification. Cette activité devrait suivre une activité de découverte des pavages.
Degrés scolaires indicatifs	8-9-10-11
Enoncé destiné aux élèves	Quels sont les polygones réguliers qui pavent le plan?
Connaissances mathématiques nécessaires	Notion de polygone régulier, somme des angles d'un triangle vaut 180 degrés.
Matériel	
Durée	40-45 min
Propositions de déroulement	Laisser les élèves réfléchir un moment seuls ou par groupes. Après un moment si les élèves ont obtenus le carré et ou le triangle relancer par l'hexagone. S'ils trouvent les trois et ne ressentent aucun besoin de justification autre que d'avoir trouvé. Essayer de susciter le besoin de preuve par le cas du pentagone. Tenter de faire émerger la valeur en degrés d'un tour complet et l'idée de calculer la somme des angles en chaque sommet. Après 30 minutes, confronter les résultats, puis donner une preuve si cela n'a pas encore été fait par les élèves, en remarquant que seuls les angles des trois polygones cités ont un multiple égal à 360 degrés.
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	La somme des angles d'un triangle vaut 180 degrés. La définition d'un polygone régulier, carré, triangle équilatéral, pentagone, hexagone, ... MERM géométrie 198 p.181, mesure de l'angle au sommet d'un polygone régulier.
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	Les élèves ne devraient pas rencontrer de difficultés pour observer que les carrés et les triangles équilatéraux pavent le plan. Ce manque de difficulté devrait les inciter à se contenter de l'évidence graphique pour conclure. Pour constater que l'hexagone pave, deux processus sont probables, soit comme conséquence du pavage par triangles équilatéraux, soit par juxtaposition d'hexagones. Comme il est probable que peu d'élèves calculent l'angle au sommet, une relance possible par le pentagone régulier (voir l'octogone) sera certainement nécessaire pour faire émerger le calcul d'angle.
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	Le calcul de l'angle au sommet d'un polygone régulier. La notion d'isométrie. L'angle de 360 degrés
Développements possibles	Les groupes d'isométries d'un pavage
Liens interdisciplinaires	Les pavages en architectures sont souvent basés sur des pavages réguliers. La structure de la lave refroidie est souvent hexagonale, les rayons des abeilles sont hexagonaux.

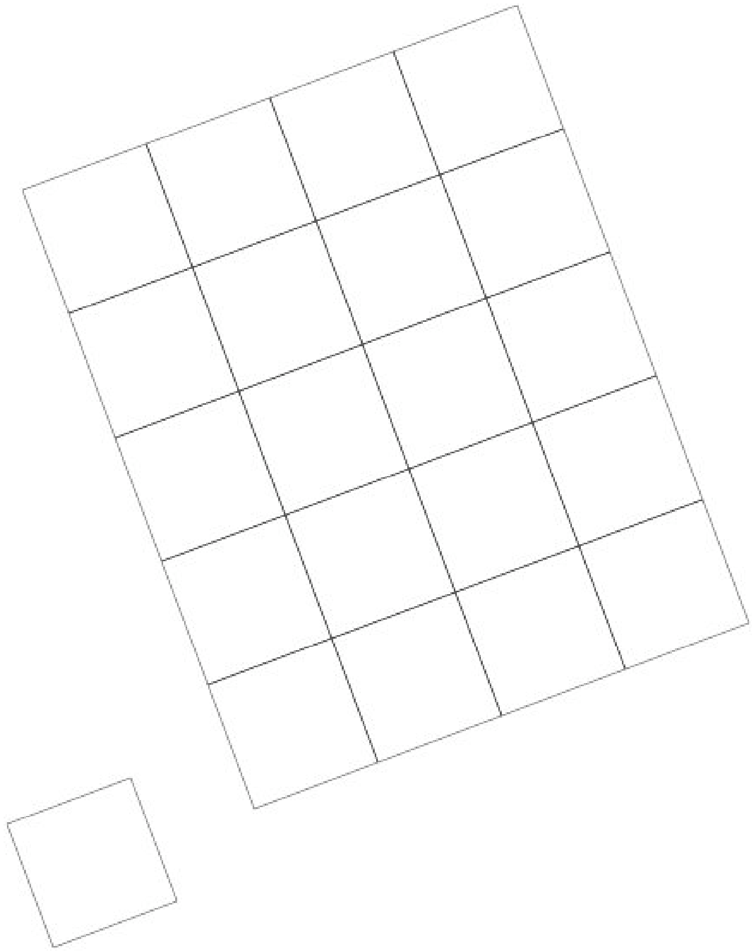
Annexes à l'activité « Pavages par polygones réguliers »



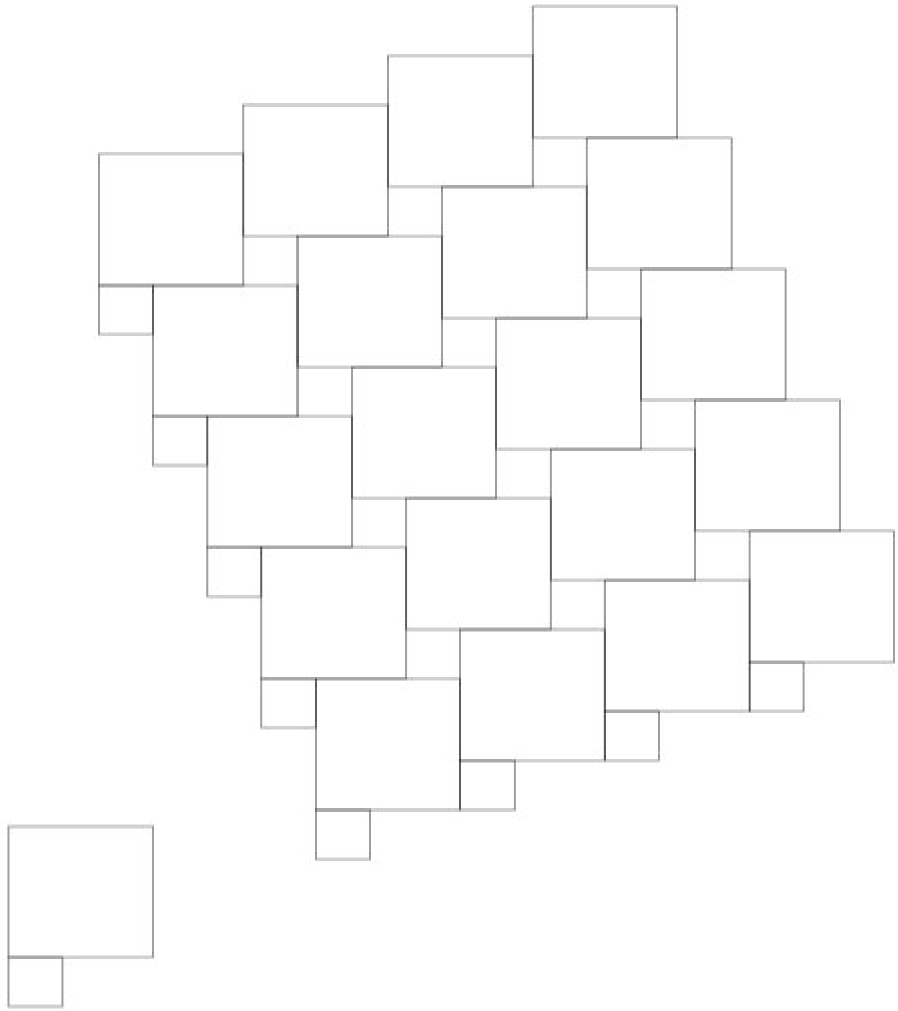
Activité « Une preuve de Pythagore par pavages »

Titre de l'activité	Une preuve du théorème de Pythagore par pavage.
Type d'activité	Application. Illustration ou « monstration » Cette activité devrait suivre une activité de découverte des pavages ou même une activité déductive.
Degrés scolaires indicatifs	9/10/11
Enoncé destiné aux élèves	A l'aide des trois dessins donnés, se convaincre que le théorème de Pythagore est vrai. On rappelle que le théorème de Pythagore affirme que Si ABC est un triangle rectangle en C, alors $(AC)^2 + (BC)^2 = (AB)^2$.
Connaissances mathématiques nécessaires	Conservation des aires par l'addition et déplacement. Cas d'égalité des triangles en particulier (angle, côté, angle). La somme des angles d'un triangle vaut 180 degrés.
Matériel	Les trois dessins donnés
Durée	15mn.
Propositions de déroulement	On peut commencer par le pavage carré et le pavage racine de deux fois plus grand. Distribuer les trois dessins, demander aux élèves de rédiger un texte qui en les commentant, illustre que le thm de Pythagore est vrai.
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	théorème de Pythagore
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	Concept de thm (se démontre), conservation des aires par l'addition
Développements possibles	Que manque-t-il pour en faire une démonstration ?
Liens interdisciplinaires	Dessin,

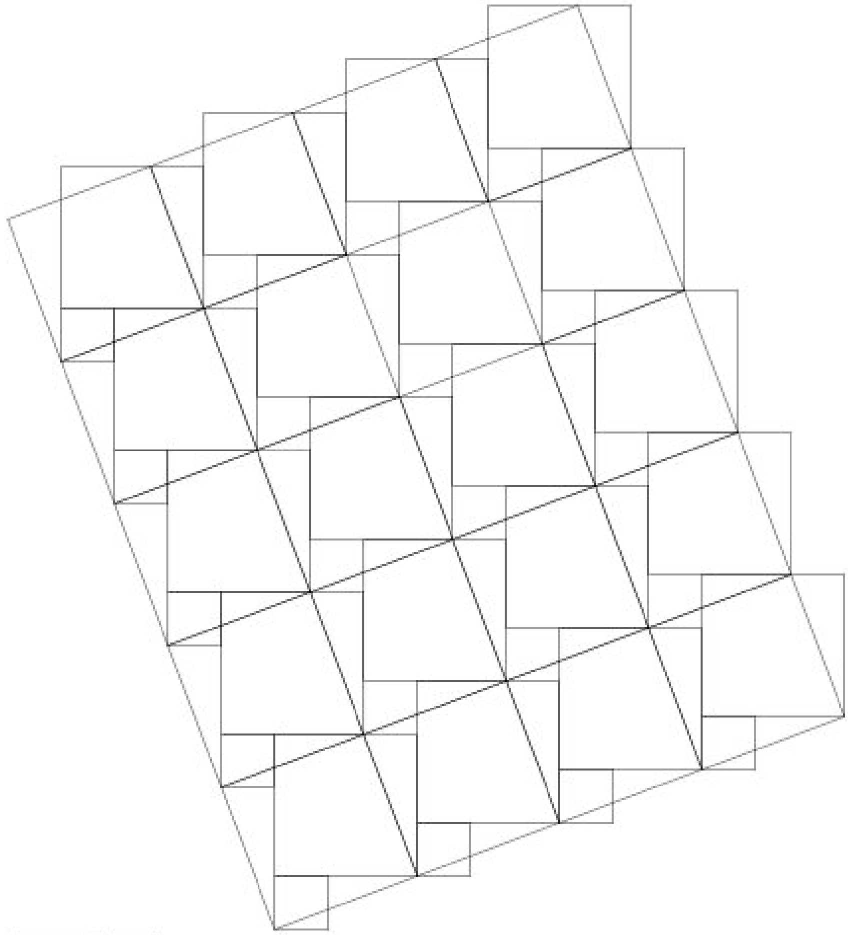
Annexes à l'activité « Une preuve de Pythagore par pavages »

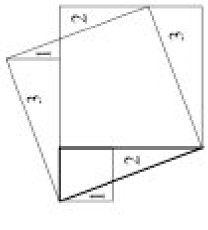


Annexes à l'activité « Une preuve de Pythagore par pavages »



Annexes à l'activité « Une preuve de Pythagore par pavages »



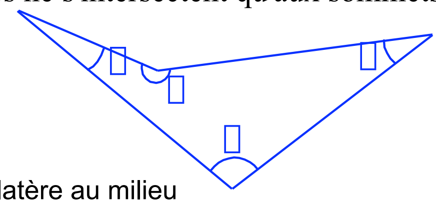


Activité « Les quadrilatères pavent »

Titre de l'activité	Quels quadrilatères pavent le plan?
Type d'activité	Situation problème ouvert. Activité déductive avec justification. Cette activité devrait suivre une activité de découverte des pavages.
Degrés scolaires indicatifs	8-9-10-11
Enoncé destiné aux élèves	Quels types de quadrilatères pavent le plan?
Connaissances mathématiques nécessaires	La somme des angles d'un triangle vaut 180 degrés. La notion de quadrilatère simple. La somme des angles d'un quadrilatère simple vaut 360 degrés.
Matériel	Papier blanc ou quadrillé, règle graduée
Durée	45mn-70h
Propositions de déroulement	Laisser les élèves en petits groupes, demander d'essayer de paver le plan avec plusieurs quadrilatères et de dire quels types de quadrilatère pavent le plan. Après 30 minutes, confronter les résultats, puis donner une preuve si cela n'a pas encore été fait par les élèves.
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	La somme des angles d'un triangle vaut 180 degrés. Détermination et propriétés des quadrilatères.
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	Une preuve du fait que tout quadrilatère pave le plan devrait être donnée à la fin de l'activité.
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	La somme des angles d'un triangle vaut 180 degrés. Le théorème des angles alternes-internes.
Développements possibles	Pavages par bandes (ligne brisée ou courbe) Périodicité.
Liens interdisciplinaires	Mouvement ondulatoire.

Annexe à l'activité « Les quadrilatères pavent »

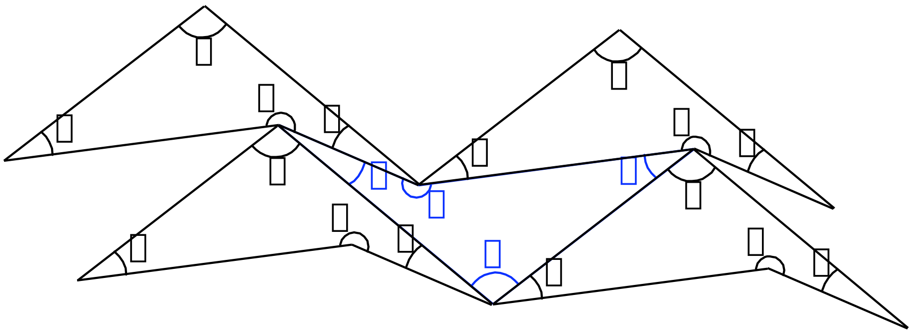
Démonstration que les quadrilatères dont les côtés ne s'intersectent qu'aux sommets pavent le plan.



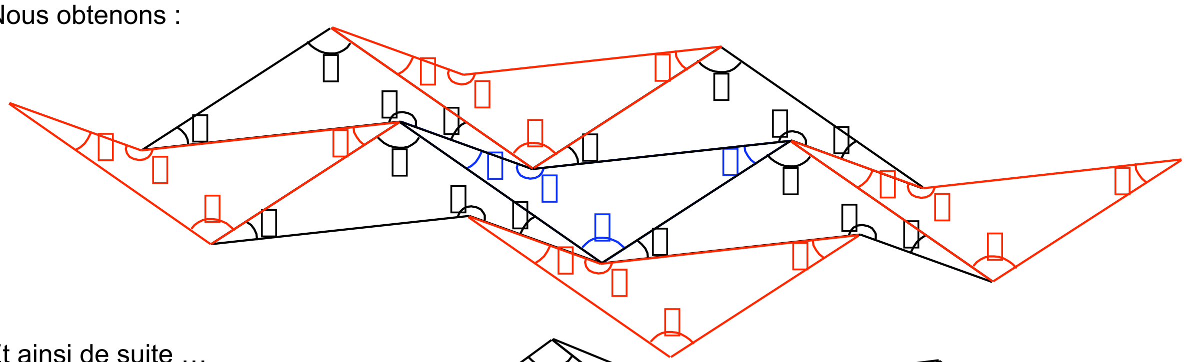
Soit Q un quadrilatère simple.

Appelons ces angles : □, □, □et □.

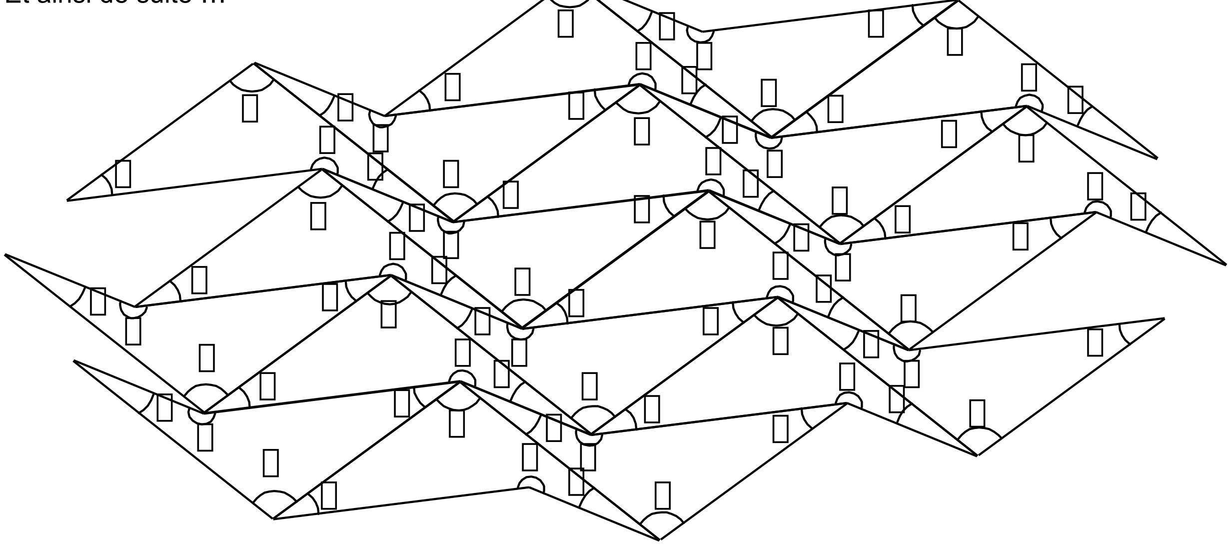
Faisons une rotation de 180° d'une copie de ce quadrilatère au milieu de chacun de ses côtés, il faut donc quatre copies. Nous obtenons :



Les côtés se confondent, car chacun des sommets d'un côté est se retrouve sur l'autre sommet du même côté.
En chaque sommet du quadrilatère de départ, il y a maintenant trois angles.
Chacun est isométrique à un des angles de Q.
En chacun de ces quatre sommets, l'angle que forme la partie non pavé du plan est isométrique au quatrième angle de Q, car la somme des angles d'un quadrilatère simple vaut un angle plein (360°).
Il suffit donc d'y "mettre" une copie de Q. Pour la même raison que ci-dessus, les côtés se confondent.
Nous obtenons :

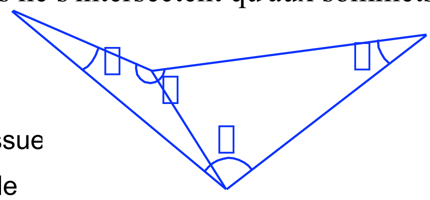


Et ainsi de suite …



Annexe à l’activité « Les quadrilatères pavent »

Démonstration que les quadrilatères dont les côtés ne s'intersectent qu'aux sommets pavent le plan.



Soit Q un quadrilatère simple.

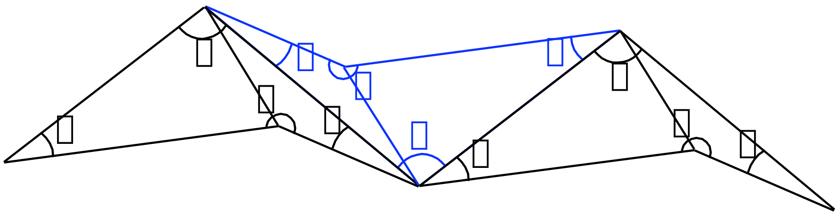
Appelons ces angles : □, □, □et □.

Construisons la diagonale (ou une des diagonales) issue du (d'un des) sommet(s) ayant le plus grand angle, elle est obligatoirement à l'intérieur du quadrilatère.

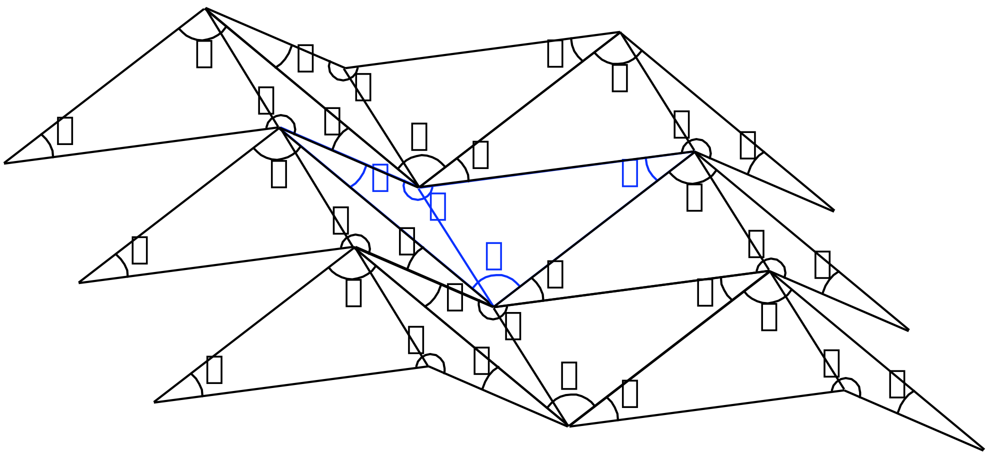
Dans notre exemple : [BD]

Cela donne deux triangles.

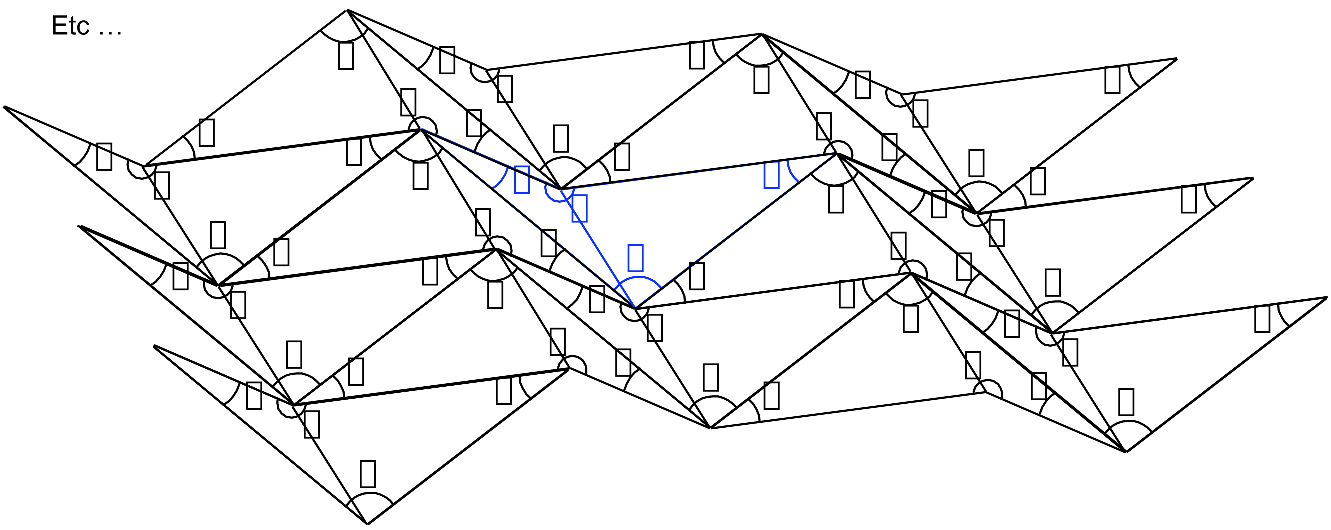
La même démarche que le pavage par un pavé de forme triangulaire donnera un pavage du plan.



Puis



Etc …



Activité « Recouvrir un carré 1E-2E »

Titre de l'activité	Recouvrir un carré
Type d'activité	Découverte
Degrés scolaires indicatifs	1E-2E
Enoncé destiné aux élèves	Recouvrez exactement un carré - sans trou ni chevauchement - avec des pièces de la boîte. Cherchez chaque fois une autre façon de recouvrir le carré (on ne tient pas compte des différences de couleurs).
Matériel	Une boîte de surfaces ASEN complète Un grand nombre de carrés de 10x10 cm, en mi-carton
Durée	30 minutes
Propositions de déroulement	Recherche collective (en groupe de 4 à 6 élèves). Lorsqu'un élève pense avoir trouvé une nouvelle solution, il la compare aux solutions déjà trouvées, et l'ajoute à la collection si elle est réellement nouvelle.
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	Observer et reconnaître des formes géométriques simples. Comparer des formes géométriques pour les identifier et les différencier.
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	Au départ, il est fréquent que les élèves estiment comme différents des recouvrements identiques, soit parce que les couleurs sont différentes (rappeler la consigne), ou parce que leur carré est orienté différemment (proposer de comparer leur carré avec les autres en le faisant tourner sur lui-même).
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	Figures géométriques (similitudes et particularités)
Développements possibles	Chercher toutes les façons de recouvrir un carré, en utilisant chaque fois exactement 5 pièces.
Liens interdisciplinaires	

Activité « Recouvrir un carré 2E-1P-2P »

Titre de l'activité	Recouvrir un carré
Type d'activité	Découverte
Degrés scolaires indicatifs	2E-1P-2P
Enoncé destiné aux élèves	Recouvrez exactement votre carré - sans trou ni chevauchement - avec des pièces de la boîte. Cherchez chaque fois une autre façon de recouvrir le carré (on ne tient pas compte des différences de couleurs). Dessinez les solutions nouvelles.
Matériel	Une boîte de surfaces ASEN complète Un carré de 10x10 cm, en mi-carton, par élève Des feuilles carrées de 15x15 cm, comportant un carré dessiné de 10x10 cm.
Durée	30-45 minutes
Propositions de déroulement	Recherche collective (en groupe de 4 à 6 élèves). Lorsqu'un élève pense avoir trouvé une nouvelle solution, il la compare aux solutions déjà trouvées, et la dessine si elle est réellement nouvelle.
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	Reconnaître, décrire et nommer des surfaces selon leur forme. Reproduire des figures géométriques.
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	Au départ, il est fréquent que les élèves estiment comme différents des recouvrements identiques, soit parce que les couleurs sont différentes (rappeler la consigne), ou parce que leur carré est orienté différemment (proposer de comparer leur carré avec les autres en le faisant tourner sur lui-même). Il est normal que les plus jeunes élèves représentent leur solution en dessinant séparément le contour de chaque pièce. Peu à peu, certains dessinent - avec plus ou moins de précision - le partage du carré correspondant à leur recouvrement. L'enseignant n'intervient que si le dessin ne permet pas de reconnaître la solution représentée.
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	Figures géométriques (similitudes et particularités)
Développements possibles	Chercher toutes les façons de recouvrir un carré, en utilisant chaque fois exactement 5 pièces.
Liens interdisciplinaires	

Activité « Recouvrir un carré 1P-2P-3P-4P »

Titre de l'activité	Paver un carré
Type d'activité	Découverte - déduction
Degrés scolaires indicatifs	1P-2P-3P-4P
Enoncé destiné aux élèves	Quelles sont les pièces qui permettent de paver exactement le carré - sans trou ni chevauchement - en utilisant toujours la même pièce ? Dessinez vos solutions.
Matériel	Une boîte de surfaces ASEN complète Un carré de 20x20 cm, en mi-carton, par élève Des feuilles de 20x20 cm
Durée	30-45 minutes
Propositions de déroulement	Recherche collective (en groupe de 3 élèves).
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	Reconnaître, décrire et nommer des surfaces selon leur forme. Décomposer une surface en surfaces élémentaires. Reproduire des figures géométriques Comparer des grandeurs par manipulation de surfaces.
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	Certaines pièces ne se trouvent pas en nombre suffisant pour paver effectivement le carré. Les élèves devront donc extrapoler. 10 pièces permettent de paver le carré de 20x20 : 2 carrés (10x10 et 5x5), 2 rectangles (10x5 et 5x2,5), les 4 triangles isocèles rectangles, et 2 triangles rectangles non-isocèles (les moitiés des rectangles ci-dessus).
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	Figures géométriques (similitudes et particularités) Mesure d'aire
Développements possibles	
Liens interdisciplinaires	

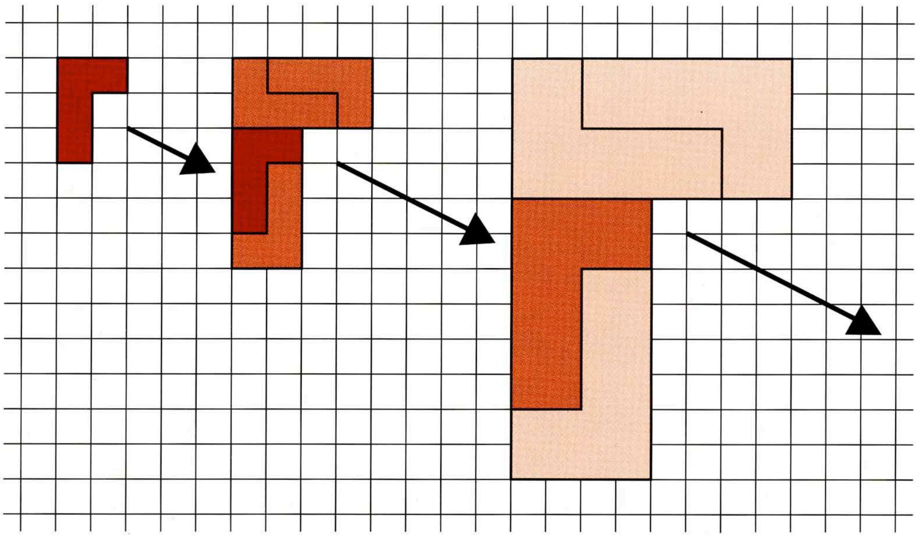
Activité « Reptuiles »

Titre de l'activité	Reptuiles
Type d'activité	Découverte - déduction
Degrés scolaires indicatifs	3P-4P-5P
Enoncé destiné aux élèves	Voir Livre de l'élève 4P, p.29
Matériel	Papier quadrillé 4 ou 5 mm (et 1 cm pour la relance)
Durée	30-45 minutes
Propositions de déroulement	Travail individuel
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	Anticiper la forme ou la position d'une figure après une ou plusieurs transformations géométriques. Repérer les invariants et les principales propriétés des déplacements et de l'homothétie. Translation, rotation, similitude.
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	La recherche sur papier quadrillé est difficile, et peut être gênée par des erreurs de dessin. Si nécessaire, proposer de découper une pièce à 4 exemplaires dans du papier quadrillé 1 cm.
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	
Développements possibles	Inventer d'autres reptuiles
Liens interdisciplinaires	

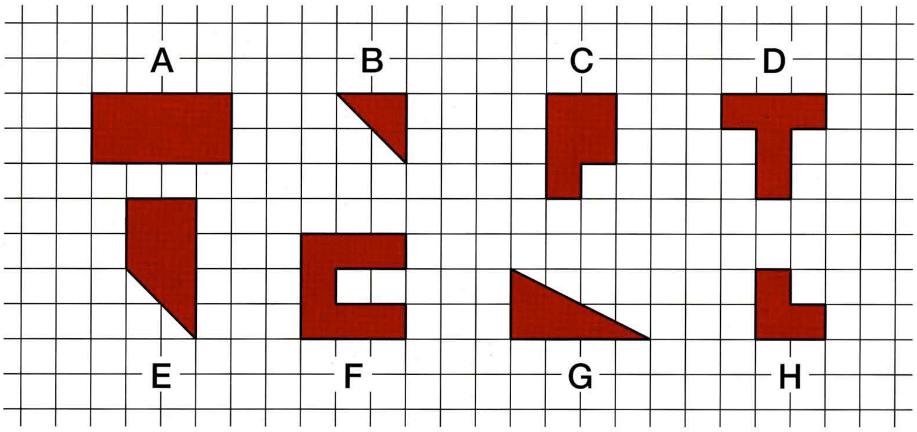
Annexe à l'activité « Reptuiles »

Des reptuiles

En assemblant 4 petites formes , il est possible de construire une grande forme . Avec 4 grandes formes , il est possible de construire une forme encore plus grande, et ainsi de suite. Une telle forme s'appelle une reptuile.



Parmi les formes données (de A à H), lesquelles sont aussi des reptuiles?



Activité « Une preuve de Thales par pavages »

Titre de l'activité	Une preuve du théorème de Thalès par pavage.
Type d'activité	Application. Illustration ou « monstration » Cette activité devrait suivre une activité de découverte des pavages ou même une activité déductive.
Degrés scolaires indicatifs	9/10/11/12/13
Enoncé destiné aux élèves	On rappelle que le théorème de Thalès affirme que : Deux triangles ABC et A'B'C', sont semblables si et seulement si leurs côtés respectifs sont proportionnels. C'est-à-dire, si on note a la longueur du segment [B,C] et a' la longueur du segment [B',C'] (respectivement b et b' pour les segments [A,C] et [A',C'] et c et c' pour les segments [B,C] et [B',C']), il faut montrer que si ABC et A'B'C' sont semblables et que si a/a' est entier, alors a/a'=b/b'=c/c'.
Connaissances mathématiques nécessaires	Définition de la similitude des triangles : deux triangles sont dits semblables si leurs angles correspondants sont égaux. Conservation des aires par l'addition et déplacement. Cas d'égalité des triangles : (angle, côté, angle) et (côté,côté,côté). La somme des angles d'un triangle vaut 180 degrés. Notion intuitive de la récurrence.
Matériel	Les deux dessins donnés
Durée	60mn.
Propositions de déroulement	A l'aide du premier dessin donné, se convaincre que le théorème de Thalès est vrai pour des rapports entiers : le fait que des triangles soient semblables et possèdent une paire de côtés correspondants dans un rapport entier implique que les deux autres paires de côtés ont même rapport, ceci en utilisant le premier dessin. Pour des rapports rationnels, utiliser la deuxième feuille.
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	Théorème de Thalès
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	
Développements possibles	Que manque-t-il pour en faire une démonstration ? La somme des n premiers nombres impairs vaut n2.
Liens interdisc.	

Activité « Les triangles pavent »

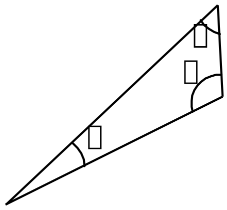
Titre de l'activité	Les triangles pavent-ils le plan?
Type d'activité	Situation problème ouvert. Activité déductive avec justification. Cette activité devrait suivre une activité de découverte des pavages.
Degrés scolaires indicatifs	8-9-10-11
Enoncé destiné aux élèves	Quels types de triangle pavent le plan ?
Connaissances mathématiques nécessaires	La somme des angles d'un triangle vaut 180 degrés.
Matériel	Papier quadrillé ou blanc et règle graduée
Durée	45mn-60mn
Propositions de déroulement	Travail en petits groupes. Demander d'essayer de paver le plan avec plusieurs types de triangles, puis de donner les raisons qui font que tel type de triangle pavent le plan. Après 30 minutes, confronter les résultats, puis donner une preuve si cela n'a pas encore été fait par les élèves.
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	La somme des angles d'un triangle vaut 180 degrés. Egalité des angles alternes internes. Cas d'égalité des triangles.
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	Résultats possibles justes: triangles équilatéraux, rectangles, Résultats possibles faux: isocèle dont l'angle au sommet divise 360. Dans le cas d'argumentation visuelle du style « on voit que ça marche », on peut introduire un problème paradoxal, style Lewis Carrol. Donner une preuve, soit par un élève soit par l'enseignant, si possible en partant des résultats obtenus par les élèves. Dans le cas où la preuve serait vite trouvée, passer au quadrilatères.
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	La somme des angles d'un triangle vaut 180 degrés. Le théorème des angles alternes-internes. Une diagonale d'un parallélogramme détermine deux triangles égaux.
Développements possibles	Les quadrilatères pavent L'hexagone pavent partir du triangle équilatéral.
Liens interdisciplinaires	

Annexe à l'activité « Les triangles pavent »

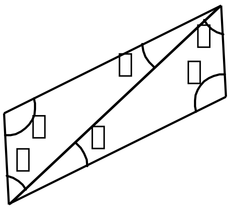
Une démonstration que les triangles pavent le plan.

Soit T un triangle.

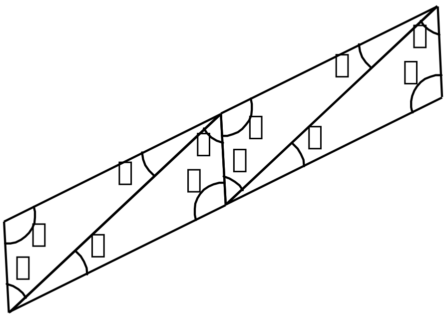
Appelons ces angles : □, □ et □.



Faisons une rotation de 180° d'une copie de ce triangle au milieu d'un ses côtés.
Nous obtenons un parallélogramme, car les angles alternes-internes sont égaux.



En disposant un parallélogramme isométrique sur un de ses côtés, nous obtenons à nouveau un parallélogramme, car la somme des angles d'un triangle vaut un angle plat (180°) et que si deux droites sont parallèles à une troisième, elles sont parallèles entre elles.



Il suffit de répéter ce processus.